

*Е.А.Лариков*  
*Т.И.Виляевская*

**УЗЛЫ**  
**И ДЕТАЛИ МЕХАНИЗМОВ**  
**ПРИБОРОВ**

5022

*Е. А. Лариков,  
Т. И. Виляевская*

# УЗЛЫ И ДЕТАЛИ МЕХАНИЗМОВ ПРИБОРОВ

ОСНОВЫ ТЕОРИИ  
И РАСЧЕТА

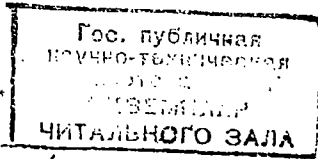
КОНТРОЛЬНЫЙ  
ЭКЗЕМПЛЯР

МОСКВА  
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»  
1974



24

8535



74-5029

Л125

УДК 681.1 : 62—772

Лариков Е. А., Виляевская Т. И. Узлы и детали механизмов приборов. Основы теории и расчета. «Машиностроение», 1974, 328 с.

В книге рассмотрены общие вопросы теории механизмов приборов; изложены основы теории и расчета простейших механических передаточных узлов, таких как фрикционные, с гибкой связью, кулачковые, рычажные и винтовые; освещены некоторые особенности опорных узлов и упругих элементов приборов.

Многие сведения, приведенные в работе, публикуются впервые.

Книга может служить расчетно-методическим руководством для инженеров-конструкторов, занимающихся созданием и усовершенствованием приборов в различных областях техники. Она также может быть использована студентами приборостроительных вузов.

Табл. 21, илл. 144, список лит. 45 назв.

Рецензент канд. техн. наук А. Т. Драудин-Крыленко

3136—248  
 028(01)—74 248—74

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Известно, что все машины, приборы, автоматы и автоматические системы состоят из отдельных узлов, механизмов, блоков и т. д. Их проектирование заключается в том, что после составления общих схем и проведения основных расчетов подбирают и разрабатывают некоторые первичные функционально-конструктивные ячейки или так называемые узлы и с помощью промежуточных деталей и связей объединяют в механизмы, блоки и другие более сложные сборочные единицы, пока не будет получено все устройство в целом, полностью отвечающее поставленной задаче и условиям его использования. Примерно, тот же путь устройства проходит и в производстве, следуя через стадии изготовления деталей, сборки простых и сложных единиц до окончательного получения машины, прибора, автоматической системы и т. д.

В общем рассмотрении настоящий процесс весьма сложен и глубок, а соответствующая теория пока отсутствует. Проектирование опирается на весь комплекс современных физико-математических знаний, на прошлый опыт и на самые последние достижения технологии производства. Помимо того, оно почти всегда требует проведения дополнительных теоретических и экспериментальных изысканий по тем вопросам, которые непосредственно касаются проектируемого изделия.

Создаваемые устройства разнообразны и многочисленны. Функционирование или работа их частей происходит при одновременном протекании в их узлах и сборочных единицах различных физических процессов. На своем выходе они выполняют заданные операции и преодолевают отличающиеся по величине и физическому содержанию внешние сопротивления — как механические, так и немеханические. Следовательно, составные части проектируемых устройств очень многочисленны и разнообразны, различаются по большому числу признаков, что ставит перед проектантом и исследователем сложные методологические вопросы и важные технико-теоретические проблемы. Если ограничиться анализом вопросов, касающихся только элементарных устройств, то таких проблем можно указать две.

Первая проблема состоит в том, что предварительно нужно знать теорию, физико-технические свойства и возможное кон-

структивное оформление большого числа типов и видов различных по физическому действию простейших узлов, механизмов и некоторых других элементарных единиц, чтобы, целесообразно подбирая и используя их, можно было решать возникающие технические задачи, т. е. создавать новые машины, приборы, автоматические системы и т. д. Таким образом, первая проблема касается множества исходных элементарных устройств, которые сами по себе не решают технических задач, но составляют функционально-конструктивную базу их реального воплощения.

Развитие теории, построение расчета и разработка методики синтеза узлов и механизмов больше всего связаны с их преобразовательными свойствами, со структурой, формами и размерами устройств, с возможностями изготовления в производстве. Одновременно освещаются пути обеспечения работоспособности, надежности и долговечности каждой детали и части изделия. Таким образом, создаются начальные основы конструирования и воспроизведения функциональных зависимостей. В последнем как раз и выражается главный результат настоящей проблемы.

Вторая проблема заключена в необходимости ориентации среди существующего множества и физического многообразия простейших узлов и механизмов. Для этого нужно совершенствовать их классификацию и типизацию, развивать теорию и выделять наиболее общие признаки и преобразовательные свойства элементов, что позволило бы потом сравнительно легко и быстро находить самые подходящие из них для наиболее простого и приемлемого решения той или иной задачи проектирования.

Обе проблемы важны, тесно связаны и в своем развитии опираются друг на друга. Их значение для практики очень велико, однако до сих пор им все еще уделяется недостаточное внимание.

Создавшееся положение объясняется естественными, на наш взгляд, причинами. Сейчас наибольшие усилия направлены на развитие общих основ таких важных и сложных областей техники, как автоматика, радиоэлектроника, вычислительная и лазерная техника. Разумеется, определенное внимание уделяется и элементам, из которых состоят представляющие эти области устройства, но не общим задачам создания самих элементов.

По той же причине развитию теории механических узлов и механизмов придается еще меньшее значение. Последнее имеет место главным образом в приборостроении, где механические устройства были потеснены больше всего. Объясняется это тем, что основная задача приборных устройств заключается в получении и переработке первичной информации, выдаче вторичной и формировании команд управления, которые обычно протекают при малых или исчезающих внешних сопротивлениях и легче осуществляются немеханическими средствами. Большие внешние сопротивления, к тому же чаще механические, как правило, присущи машинам, поэтому роль механических устройств там значительно больше, им больше уделяется внимания.

С развитием теории и практики автоматического управления и совершенствования логических решающих устройств нужно ожидать все большего объединения малонагруженных информационно-преобразовательных узлов и механизмов со средне и сильно нагруженными механическими исполнительными органами. Будет создаваться относительно новый тип изделий, в которых узлы и механизмы разной физической природы и конструктивного оформления расположатся в непосредственной близости и окажутся связанными одним процессом функционирования. Деление на приборную и машинную части станет неуместным, потребуется более широкий подход к вопросам проектирования и одинаковое внимание к нагруженным и малонагруженным элементам подобного устройства. В определенной мере такая необходимость существует уже и сейчас.

Большая народнохозяйственная значимость и целесообразность создания надежных, универсальных по применимости и разнообразных по принципу действия составных частей и ячеек, на основе использования которых можно строить машины, приборы, автоматические системы и т. д., признается всеми и не может оспариваться. В этом направлении постоянно делаются усилия со стороны специальных организаций и отдельных исследователей, однако еще не проведены обобщения, которые позволили бы подойти к названным проблемам достаточно обоснованно. Все еще нельзя указать общую методику выбора того или иного типа простейшего из элементов среди множества известных, который лучше всего отвечал бы поставленной задаче на проектирование, не определены границы применимости каждого из них, не выяснены возможности надежной работы в разных условиях и не освещены многие другие стороны. Для большинства из используемых типов еще не разработана удовлетворительная теория и не подкреплена в достаточной мере экспериментальными данными. Между тем, создаются и внедряются новые типы и виды элементарных устройств, работающих на разных физических явлениях. Таким образом, проблема общего рассмотрения становится более острой, и вряд ли можно не соглашаться с тем, что она является одной из основных; от теоретического и конструктивного уровня решения этой проблемы в значительной мере зависит дальнейшее развитие главных высших объектов техники: машин, приборов, автоматических систем и автоматов.

Ниже делается ограниченная попытка общего анализа широко употребительных, но пока не точных понятий «узел» и «механизм». Для них приводятся более точные определения, и они рассматриваются как главные составные ячейки любого высшего устройства. Не делается различий по признаку природы физического явления, на котором строится узел или механизм: механический он или не механический. Показано, что элементарные устройства — «узлы» и «механизмы» возникают естественным путем при расчленении задач на проектирование высших объектов. При анализе

и материализации каждой из таких задач проектант вынужден довольно строго соблюдать два принципа: принцип точного и однозначного разрешения каждого этапа проектирования и принцип осуществления их на материальной основе. Эти принципы представляют собой своеобразные аксиомы, приводящие к выделению функционально-конструктивных ядер или узлов и затем к конструктивно завершенным элементарным устройствам — механизмам.

Показано, что для проектанта «узлы» и «механизмы» представляют особые объекты, образующие функционально-конструктивный базис, позволяющий создавать на его элементах высшие объекты техники.

Узлы отличаются тем, что их расчет и разработка опираются только на методологию статики, статические соотношения и на непосредственное конструирование.

Механизм — это комплекс разнородных узлов, в материальном отношении полностью воспроизводящий элементарную задачу. Поэтому он поднимается на более высокий конструктивный уровень, и для него становятся возможными анализ в динамике (работы во времени) и оценка фактической точности воспроизведения порученной ему функциональной задачи.

Естественно, что по затронутым вопросам приобретает интерес и значение классификация узлов и механизмов, которая рассмотрена в книге.

Основное последующее содержание посвящено элементарной теории и методике проектировочных расчетов избранных передаточных и некоторых других узлов. Они излагаются применительно к требованиям приборостроения.

Представляется, что приведенные сведения внесут некоторое дополнение в общий объем прикладных знаний и будут использованы на практике.

Возможно, освещение некоторых вопросов не полно или спорно. Авторы будут благодарны за все замечания, которые следует направлять по адресу: 107066, Москва, 1-й Басманный пер., д. 3, изд-во «Машиностроение».

Предисловие и главы I—VI написаны Лариковым Е. А., главы VII и VIII — Виляевской Т. И.

# Глава I

## УЗЛЫ И МЕХАНИЗМЫ

---

### 1. АЛГОРИТМ СИНТЕЗИРОВАНИЯ

Проектирование и последующее производство машин, приборов, автоматических систем и автоматов — это реализация различного рода задач, которые возникают перед человеком в его практической деятельности и которые он стремится разрешить с помощью естественных сил природы. Задачи многочисленны и разнообразны. Одни из них просты и без особого труда воспроизводятся через элементарные устройства, другие очень сложны и требуют большого комплекса разнохарактерных изделий, работающих на несходных физических явлениях. Однако почти всегда конечные задачи или цели, ради которых строятся машины, приборы и т. д., достаточно ясны, и общее содержание их легко формулируется. Значительно более труден и сложен процесс их реализации, т. е. конкретизация каждой задачи, указанной общей целью, расчленение ее на составляющие, подбор материальных средств, установление взаимосвязей и размеров частей, обеспечение надлежащего функционирования их, отыскание и присоединение источников питания, выяснение естественных наиболее простых и доступных для производства путей осуществления, получение работоспособных, экономически целесообразных устройств, либо эффективно действующих комплексов последних.

Накопленный в прошлом опыт и существующая практика убеждают, что как бы не были сложны задачи, каждую из задач можно представить рядом менее сложных, их, в свою очередь, — еще более элементарными, — вплоть до наипростейших, когда дальнейшее деление невозможно или для целей проектирования нецелесообразно. Именно на расчленении сложного по нисходящей линии, а затем на объединении простейших по восходящей покоится современный синтез и производство всякого устройства. Можно полагать, что такая практика сохранится и в будущем.

В общем случае процесс расчленения задачи не может быть простым и даже однозначным, а повседневный опыт показывает, что в одинаковой мере должны учитываться как математические, так и материальные или конструктивные стороны проектирования. Первая из них позволяет достигать точности и определенности решения поставленной задачи, вторая — реальности и работоспособности соответствующего устройства.

Математическая или функциональная сторона процесса расчленения задачи проектирования имеет две особенности.

Первая особенность состоит в том, что в самом начале общая задача создания машины, прибора, автоматической системы или автомата всегда выступает в чисто идеальном виде, т. е. вне времени, в отрыве от материальных средств воспроизведения и без учета тех сопротивлений, которые придется преодолевать, и возможных искажений и погрешностей от несовершенства конструкций, с которыми нужно будет мириться. Ясно и точно формулируется лишь конечная цель, конкретное выражение которой указывается только для общего выхода с помощью абсолютных величин и заданных воздействий, представляющих главное содержание задачи проектирования. Однако пока нет функциональной схемы, выходные данные нельзя отнести к чему-либо определенному и указать способы их преобразований, следовательно, невозможны расчеты и конструирование, выполним лишь математический анализ, постепенно расчленяющий все задание на последовательность относительных функций и раскрывающий систему проектирования устройства. Конструктивная, динамическая и точностная стороны проявляются впоследствии: после подбора материальных средств, воспроизводящих функциональности, и выполнения основных расчетов. Таким образом, на первом этапе проектирования устройство может быть представлено только в относительном виде, т. е. строго статически, безразмерными величинами и параметрами.

Вторая особенность заключается в том, что работа каждого из проектируемых устройств может быть представлена только тремя видами простейших операций: операциями действия, преобразований и операциями состояний. Другие операции, по-видимому, не существуют.

Для их описания могут быть предложены три типа резко различающихся по математическим свойствам функций. Назовем каждую из таких операций и отвечающую ей функцию ступенью расчленения. Так как согласно первой особенности процесс расчленения или математизации задачи на проектирование может быть произведен только на основе статических и безразмерных представлений, то функции ступеней расчленения оказываются так же безразмерными и не зависящими от времени.

**Операции действия и состояний.** Наиболее важными и чаще всего используемыми являются операции действия. В механических устройствах ими оказываются удары, быстрые или медленные перемещения некоторых деталей и масс, переключения, изменение положений и т. д. В немеханических — резкие или постепенные нарастания напряжений, токов, посылка импульсов, световые вспышки и многие другие явления.

Для усиления производимого эффекта большинство операций действия производится быстро — скачкообразно, так что реагирующие на такое управление органы или элементы устройств прак-

тически мгновенно занимают новые положения или уровни, характеризующие их поведение, либо состояние. Первопричиной операции является возникновение возбуждающего сигнала, который обычно рассматривается как входная величина. Точно так же ответная на этот сигнал операция, приводящая к новому уровню, положению или импульсу, описывается выходной величиной. Для такой работы идеальными или, лучше сказать, вневременными математическими связями выходных величин с входными будут разрывные, изменяющиеся скачками или ступенями функции (рис. 1, а). Они характерны для быстротекущих операций-

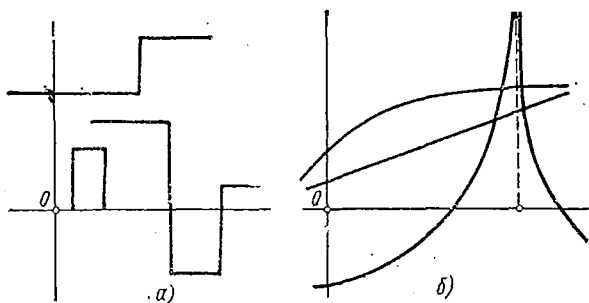


Рис. 1. Функциональные представления операций действия и преобразований:

а — характерно для действий; б — характерно для преобразований

ных процессов действия и выделяются в особый класс функциональных зависимостей.

Другие операции действия производятся медленно, поэтому функциональные связи их выходных величин с входными описываются непрерывными зависимостями (рис. 1, б), образующими другой класс — непрерывных или алгебраических вневременных функций.

Наконец, существуют и часто используются операции действия, для которых нельзя или не следует указывать входные и выходные величины, а следовательно, — разрывные или алгебраические связи между ними. Такими операциями являются осуществления некоторых состояний, как например, состояния вращения цапфы оси во втулке, равновесия закрепленных на основании нагруженных деталей. По существу и в функциональном отношении подобные операции целесообразно отделить от операций действия разрывных и алгебраических связей. Поэтому назовем их операциями состояний.

**Операции преобразования** прежде всего предполагают наличие непрерывности роста или убыли некоторых входных и выходных величин и непрерывной алгебраической зависимости между ними (рис. 1, б). Например, углы поворота могут переводиться в прямолинейные перемещения, скорости вращений — в напряжения

электрического тока, изменения температуры в изменения световых потоков и т. д.

Вместе с тем, немало случаев, когда преобразование производится или происходит как операция действия, т. е. очень быстро и резко, и в идеальном рассмотрении описывается разрывной или скачкообразной функцией (рис. 1, а).

Операций преобразования, для которых невозможно указать какие бы то ни было входные и выходные величины, по-видимому, не существует, либо о них пока ничего не известно.

Наиболее активными и, вероятно, преобладающими являются операции действия разрывной связи, а также операции состояний. Представляется, что именно они необходимы в первую очередь, так как различные устройства чаще всего нужны для выполнения действий и получения состояний. Операции разрывных связей нередко оказываются наиболее экономичными по затратам энергии, надежными по передаче информации, эффективными по достигаемым результатам. Операции непрерывных зависимостей в большей мере носят служебный характер, подготавливают действия или информируют о происходящих изменениях.

Таким образом, на какие бы операции не расчленялась задача проектирования, она может быть представлена лишь при помощи:

а) разрывных функциональных зависимостей выходных величин от входных (для краткости назовем их функционально-операционными или просто операционными степенями расчленения);

б) непрерывных (аналитической связи выхода со входом или алгебраическими степенями);

в) операционных ступеней различных состояний, для которых нельзя или не следует указывать функциональности типа разрывных или алгебраических (назовем их степенями операций состояний).

Настоящие различия представляются важными во многих отношениях. Они приводят к принципиально отличающимся математическим основам рассмотрения, касающегося создания конструктивных элементов, из которых может состоять любое устройство.

Материально-конструктивная сторона проектирования является определяющей. Процесс расчленения сложного нельзя проводить только чисто математически, стремясь к простейшим функциональным составляющим и не думая об их фактическом воспроизведении. Такой подход нерентабелен и легко приводит к результатам, которые плохо или совсем не отвечают практике: можно получить неоптимальное, излишне громоздкое, либо вовсе неработоспособное устройство. При выполнении расчленения, помимо математической, в не меньшей мере, нужно учитывать и материально-конструктивную сторону, которая хотя и подчинена требованиям функциональной определенности, но все же преобладает, направляя расчленение к приемлемым результатам и указывая те границы, где его следует приостановить.

Известно, что в конструктивном отношении одна и та же функциональная задача разными проектантами или одним и тем же проектантом, но в разное время решается различно и неоднозначно. Среди спроектированных таким образом устройств могут оказаться как простые и хорошо работающие, так — сложные, дорогостоящие и даже неработоспособные, которые опытный проектант отвергнет еще далеко до начала производства. Для материального воплощения всякой функциональности желательно, чтобы отвечающая ей схема позволяла воспроизвести эту функциональность

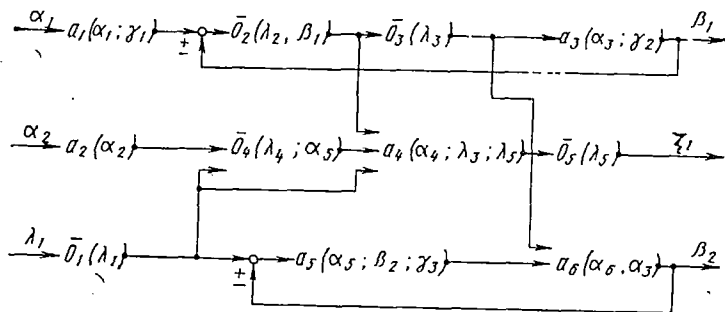


Рис. 2. Алгоритм синтезирования:

$\alpha$  — выходные величины алгебраических ступеней —  $a(\alpha)$ ;  $\lambda$  — входные величины операционных ступеней —  $\bar{o}(\lambda)$ ;  $\gamma$  — конструктивные параметры

однозначно и достаточно точно, была наиболее простой в конструктивном отношении и приводила к надежно работающему элементу.

С другой стороны, также известно, что разные простейшие устройства способны воспроизводить различные функциональные связи — от элементарных — линейных до самых сложных — нелинейных непрерывных или разрывного характера. Методика расчленения должна учитывать настоящее обстоятельство, иначе трудно рассчитывать на успешное проектирование.

На практике так и поступают. Здесь не существенно до какой степени функциональной простоты доведены ступени расчленения исходного сложного, но очень важно, чтобы количество ступеней было наименьшим из возможного и чтобы каждую ступень достаточно точно воспроизводил простейший конструктивный элемент.

Таким образом, всякая задача на проектирование может быть представлена тремя классами ступеней расчленения и схемой их взаимосвязей (рис. 2).

К 1-му классу отнесем все аналитические ступени-зависимости, описывающие вневременную, т. е. чисто идеальную работу простейших исходных устройств непрерывной связи выходных величин с входными, воспроизводящие в относительной форме операции действия или преобразований. Обозначим каждую из

таких зависимостей через  $a(\alpha)$ , где  $\alpha$  — некоторая входная безразмерная величина, а  $a(\alpha)$  — ее непрерывная, дифференцируемая функция. Вся задача может содержать несколько таких ступеней. Обозначим суммарный комплекс последних при помощи символа  $A(\alpha)$ , в нем  $\alpha = \alpha_1, \alpha_2, \dots$  и т. д., т. е. все относительные входные величины или координаты по каждой функциональной составляющей  $a(\alpha)$  расчленения.

Ко 2-му классу отнесем все функционально-операционные ступени-зависимости, описывающие идеальную работу простейших устройств операций действия и преобразования, воспроизводящие разрывные функциональные связи выходных величин с входными. Подобно непрерывно-алгебраическим операционным зависимостям получают, когда на входы соответствующих устройств подаются некоторые сигналы-величины и сопутствующие им воздействия, а на выходах возникают ответные операции, т. е. действия по преодолению сопротивлений, новые уровни выходных величин или положения выходных элементов и т. д. При учете первой особенности математического расчленения в настоящих связях пока исключены переходные процессы, сглаживающие резкие внезапные изменения, а также другие факторы, отражающие материальность устройств. Как и непрерывные, они предстают здесь в чисто идеальной безразмерной форме.

Обозначим каждую операционную ступень-зависимость малой буквой  $o(\lambda)$ , а весь суммарный комплекс таких ступеней, входящих в общее представление задачи, символом большой буквы  $O(\lambda)$ . Символ  $O(\lambda)$ , как и его входные величины  $\lambda = \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$  и т. д., характеризующие сигналы или воздействия, так же имеет безразмерную форму.

3-й класс включает в себя ступени-состояния, не отражающие функциональные связи входных и выходных величин. Для каждой такой ступени введем обозначение  $s(-)$  при отсутствии входной величины, а для комплекса их —  $S(-)$ . В большинстве случаев ступени-состояния  $s(-)$  являются вспомогательными. Они обеспечивают возможности воспроизведения некоторых или даже многих из зависимостей  $a(\alpha)$ ,  $o(\lambda)$  и не участвуют непосредственно в реализации задач проектирования. Однако для реальных устройств их значение велико, так как относительное количество ступеней-состояний может в несколько раз превосходить количество  $a(\alpha)$ ,  $o(\lambda)$  (механические устройства). Они являются важными составляющими всякой конструкции.

Представляется, что на самом начальном этапе расчленения задач проектирования никаких других столь общих ступеней по связям и операциям пока указать невозможно, и в этом, по-видимому, нет необходимости.

Алгебраический  $A(\alpha)$ , операционный  $O(\lambda)$  и комплекс состояний  $S(-)$  и вместе со схемой относительного расположения их членов и взаимными связями (рис. 2) составляют функционально-операционный алгоритм задачи проектирования всякого

устройства. Для его обозначения введем символ  $\Phi O(\alpha, \lambda)$  и запишем

$$\Phi O(\alpha, \lambda) = A(\alpha) + O(\lambda) + C(-). \quad (I)$$

Формула (I) означает, что все проектируемое устройство должно состоять из суммы простейших устройств, отвечающих алгебраическим, операционно-функциональным и ступеням-состояниям.

Пока не произведены числовые расчеты, опирающиеся на исходные данные и на обычно используемые опытные коэффициенты и характеристики, нельзя указать конкретные, абсолютные значения функциональных ступеней  $a(\alpha)$ ,  $o(\lambda)$ , ступеней-состояний  $c(-)$ , их координат и конструктивных параметров (размеры, напряжения, токи и т. д.). В самом начале они могут выступать только в относительном, безразмерном виде, не зависящем от абсолютных размеров соответствующих устройств и нагрузочных факторов. Единственными характеристиками для них оказываются функциональные формы соответствующих кривых или конфигурации семейств последних, развернутые вдоль безразмерных переменных и относительных конструктивных параметров. Если, например,  $a(\alpha)$  — функция только одной переменной, то она выражается кривой на плоскости в относительных координатах  $a(\alpha)$  и  $\alpha$ . Если же  $a(\alpha, \gamma)$  зависит, помимо того, от относительного конструктивного параметра  $\gamma = \frac{l}{r}$ ;  $\frac{l}{b}$  и т. д., то эта функция выражается семейством параметрических кривых. Свою размерность и абсолютные значения их аналоги получают после расчета подобранных устройств и умножения на найденные масштабы.

Таким образом, функционально-операционный алгоритм  $\Phi O(\alpha, \lambda)$ , указанный формулой и схемой, определяет принципиальную картину проектируемого устройства, точно указывает его преобразовательно-операционные свойства и относительное конструктивное строение. На схеме (рис. 2) часто могут быть не представлены ступени-состояния, дополняющие многие или каждую из ступеней  $a(\alpha)$ ,  $o(\lambda)$ . Указываются только те из  $c(-)$ , которые вместе с  $a(\alpha)$ ,  $o(\lambda)$  выражают существо задачи на проектирование.

## 2. УЗЛЫ И ДЕТАЛИ

Согласно конструктивному принципу составляющие  $A(\alpha)$ ,  $O(\lambda)$  и  $C(-)$  алгоритма  $\Phi O(\alpha, \lambda)$  должны быть реализованы каждый с помощью минимального количества простейших устройств, т. е. числа ступеней  $a(\alpha)$ ,  $o(\lambda)$ ,  $c(-)$  и достаточно точно с позиций общей задачи. Такую реализацию можно производить и на практике производят, опираясь на заранее известные, опробованные и ставшие типовыми элементарные устройства или же

на аналогичные вновь придуманные, когда существующие не подходят. Все такие устройства являются действительно простыми, а в функциональном отношении они характеризуются лишь тем, что с их помощью может быть осуществлена какая-либо ступень. В механических конструкциях их называют узлами или, менее точно, — механизмами, в немеханических — элементами. Здесь сохраним название — узел, так как оно представляется достаточно подходящим и точным. С узлов начинаются: а) воспроизведение функций; б) конструкция, в) получение деталей и т. д. Поэтому, опираясь на сказанное, можно дать такое определение понятию узел.

*Узел* — это конструктивное ядро, на основе которого материально может быть воспроизведена какая-нибудь алгоритмическая непрерывно-алгебраическая ступень  $a(\alpha)$ , операционная  $0(\lambda)$  или ступень состояния  $s(-)$ , полученная как результат при расчленении исходной задачи на проектирование.

С внешней стороны узел может представлять собой одну деталь или же объединение двух и большего их количества. Число деталей не имеет особого значения, но по многим причинам оно ограничено. Это зависит от природы физического процесса, положенного в основу построения узла, от требований к нему и характера его алгоритмической ступени  $a(\alpha)$ ,  $0(\lambda)$ ,  $s(-)$ , от совершенства конструкции.

Существующие узлы многочисленны и разнообразны, но, пользуясь следствиями второй математической особенности процесса расчленения сложного, можно указать три рода узлов.

**1-й род узлов** — объединение деталей или даже одна деталь, предназначенные для воспроизведения алгебраических ступеней  $a(\alpha)$  непрерывной связи выходных величин с входными.

Их алгоритмы преобразования  $a(\alpha)$  не зависят от характера изменения переменных  $\alpha$  во времени или от каких-то других возможных первичных независимых. Точно так же, кроме особых случаев, которые здесь не рассматриваются, они не должны зависеть от конкретных размеров узлов и абсолютных факторов нагрузок. Такой алгоритм может зависеть только от самой входной переменной  $\alpha$  и собственных преобразовательных свойств и возможностей, заложенных в структуре узла.

Этим требованиям удовлетворяет единичное передаточное отношение узла, получаемое как отношение дифференциала безразмерной выходной величины к дифференциалу безразмерной входной, т. е.

$$a(\alpha) = \frac{d\alpha_{\text{вых}}}{d\alpha}, \quad (II)$$

где  $\alpha_{\text{вых}}$  — безразмерная величина на выходе узла.

Функция  $a(\alpha)$  может быть постоянной, тогда соответствующий узел обеспечивает линейную зависимость выхода от входа. В других случаях она — непрерывная функция независимой  $\alpha$  и, нако-

нец, — функция  $\alpha$  и некоторых относительных конструктивных параметров  $\gamma$ . В последнем случае имеем нелинейную связь, представленную одной из кривых  $a_1(\alpha)$ ,  $a_3(\alpha)$ ,  $a_T(\alpha, \gamma)$  рис. 3.

Для механических устройств указанным функциям отвечают узлы передачи и преобразования движений, перемещений, а так же сопутствующих сил и моментов. Как пример можно назвать узел простой зубчатой пары, состоящий из двух сцепленных между собой зубчатых колес, передающих и изменяющих при постоянном

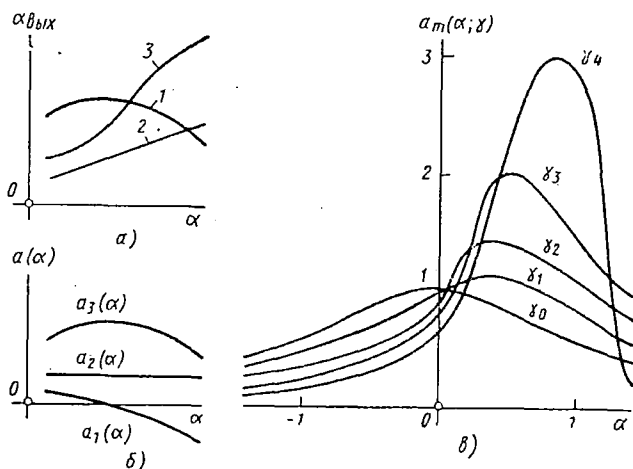


Рис. 3. Характеристики узлов 1-го рода:

$a$  — функциональные зависимости выхода от входа (кривые 1, 2, 3);  $\delta$  — соответствующие алгоритмические ступени;  $\delta$  — алгоритмическая ступень, зависящая от  $\alpha$  и параметра  $\gamma$ .

передаточном отношении  $a_2(\alpha) = i$  (рис. 3, б) вращение и момент от одной оси к другой. Кулачковый узел может воспроизвести на своем выходе функциональные кривые 1 или 3 при передаточных отношениях  $a_1(\alpha)$ ,  $a_3(\alpha)$  (рис. 3, а, б). Рычажный тангенсный узел позволяет получить более сложную функцию  $a_T(\alpha, \gamma)$ , зависящую от безразмерного параметра  $\gamma$  (рис. 3, в). Ее преобразовательные свойства выражаются семейством параметрических кривых.

Для немеханических устройств узлами 1-го рода являются узлы непрерывного преобразования и передачи напряжений, токов, магнитных полей, температуры, световых потоков и других величин и воздействий, отвечающих используемым физическим явлениям. Как правило, связь выхода со входом у них нелинейна, а алгоритмическая ступень преобразования представляется одним или многими семействами параметрических кривых, т. е. многомерной конфигурацией этих кривых.

Главная отличительная особенность узлов 1-го рода заключена в их аналитичности, т. е. в том, что на их основе осуществляются

устройства непрерывных линейных и нелинейных зависимостей между выходными и входными величинами.

В механических устройствах узлы 1-го рода носят название передаточных или просто передач. Число основных типов их невелико (семь), они ясно выделены и уже давно подвергаются специальному изучению. В немеханических устройствах существует большее разнообразие, однако здесь обособление еще не производилось.

**2-й род узлов** — это объединение деталей или просто деталь, позволяющие на своей основе воспроизводить функционально-операционные ступени-зависимости  $o(\lambda)$  разрывного, импульсного, релейно-гистерезисного или другого резко неаналитического характера, но, тем не менее, связывающие некоторые выходные с некоторыми входными величинами. Примеры «кривых» таких связей показаны на рис. 1, а. Здесь при достижении входной величиной определенного значения, выходная скачком, т. е. в идеале мгновенно, вырастает до другого уровня, либо меняет свою полярность, падает до нуля и т. д. Характер такого перехода обусловлен конструктивными особенностями узла, либо физическим явлением, положенным в его основу. С развитием автоматки, радиоэлектроники и вычислительной техники число устройств, воспроизводящих подобные зависимости, резко возросло и продолжает увеличиваться. Будем называть такие узлы операционно-передаточными.

По отношению к операционно-передаточным узлам нельзя говорить о передаточном отношении, как о производной по формуле (II). Она для мест скачков и разрывов на мгновения приводила бы к бесконечно большим значениям.

Функции  $o(\lambda)$  пока плохо изучены, но представляется, что этот род узлов должен характеризоваться теми безразмерными формами разрывных связей («кривых»), какими в идеале описывается их работа. Следовательно, в функциональном отношении каждый узел 2-го рода отличается от всякого другого (так же 2-го рода) только формой «кривой» своей операционной зависимости.

Нетрудно видеть, что по функциональным свойствам операционно-передаточные узлы 2-го рода резко отличаются от узлов непрерывно передаточных 1-го рода. Настоящее различие представляется важным: оно указывает на разные математические основы их рассмотрения.

**3-й род узлов** составляют узлы воспроизведения ступеней — состояний третьего класса, обозначенных символом с (—). Они не могут дать какую бы то ни было функциональную связь, для них нельзя указать вход и выход по величинам и по воздействиям, однако не исключена возможность, что ступени с (—) найдут место в общей структуре математического описания основ проектирования.

Распространенными механическими узлами операций-состояний являются известные узлы опор вращения. С помощью

одной, но чаще двух опор создается возможность осуществления операции вращения некоторой детали или даже целой сборки вокруг определенным образом ориентированной оси.

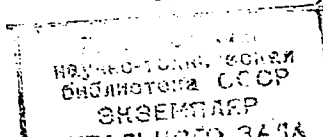
Наиболее многочисленными узлами операций 3-го рода оказываются различные сборочные единицы, в которых объединяются две или большее количество деталей. В самом простом случае такое объединение преследует цель получения узла, равноценного одной более сложной детали. Например, на ось или вал при помощи шпонки производится посадка зубчатого колеса. В результате получаем целое, аналогичное сложной детали. Его осуществление обусловлено конструктивно-технологическими соображениями, т. е. стремлением к упрощению изготовления за счет расчленения на составляющие, необходимостью применения разнородных материалов для получения специальных или более высоких физических свойств ответственных мест узла и, наконец, стремлением обеспечить возможность сборки всего устройства или его части. Развитие технологии, изыскание иных физических явлений или более квалифицированное конструирование могут позволить получать такой узел сразу как единое целое, — тогда он заменяется просто деталью. Узлы состояний этого вида могут объединять большое число деталей и быть сложными, включающими узлы и других родов. Однако причины, по которым они возникают, отражают конструктивную сторону процессов проектирования и последующего производства.

По-видимому, необходимо различать две внутриродовые группы узлов состояний 3-го рода. К первой группе отнесем те, в которых помимо силового или иного по природе взаимодействия деталей, осуществляются некоторые физические процессы, например, относительные перемещения поверхностей соприкосновения, как в узлах опор и направляющих (назовем их узлами процессов). Ко второй группе отнесем все остальные, т. е. те, которые служат целям поддержания, соединения, закрепления и т. д. Эти узлы являются чисто сборочными, позволяющими иметь состояния равновесия или определенной относительной ориентации.

Передачно-операционные узлы 1-го и 2-го рода вместе с дополняющими их узлами первой и второй группы узлов-состояний 3-го рода составляют ту исходную функционально-конструктивную базу, на которой покоится рабочая сторона синтеза машин, приборов, автоматических систем и автоматов. В общем случае работа узлов довольно сложна, требует специального теоретического рассмотрения, а также хорошей экспериментальной основы, которая дополняет теорию и указывает границы приемлемых конструктивных решений.

В основу представлений о всякой детали необходимо положить следующие три одинаково важные признака:

во-первых, деталь — это первичное единое и неделимое целое, которое при целесообразном объединении с другими деталями образует узел;



во-вторых, деталь должна отвечать задачам узла и быть в нем достаточно работоспособной, вне узла деталь не проектируется и не имеет смысла;

в-третьих, по своей форме, размерам, материалу и по другим показателям деталь должна хорошо согласовываться с возможностями изготовления ее в условиях современного производства.

Нельзя спроектировать деталь, не представляя как и из чего она может быть изготовлена, как следует ввести ее в свой узел и как будет работать она там в течение всего срока службы. Проектирование деталей неотделимо от проектирования их узлов. То и другое является единым процессом, включающим и конструирование. В результате расчета узла определяются только основные размеры его деталей, а все остальные элементы каждой из них приобретают конкретное выражение при конструировании.

Расчет и одновременно разработку узлов и деталей нужно рассматривать как начальный и главный этап процесса конструирования, после которого или параллельно ему производят объединение узлов в более сложные сборочные единицы, пока не будет получено все устройство в целом. Конструирование продолжается, но его характер делается несколько иным. Наступает второй этап, основное содержание которого состоит в том, чтобы компактно и целесообразно по отношению друг к другу разместить в некотором, обычно ограниченном пространстве уже сконструированные узлы и отдельные части, связать их соответствующими передаточными каналами и узлами состояний второй группы, построить проектируемое изделие приемлемым для использования и по внешнему виду

### 3. МЕХАНИЗМ И УЗЛЫ. ТРИ КЛАССА МЕХАНИЗМОВ

Название «механизм» широко распространено и представляется общепонятным. Обычно под «механизмом» понимают некоторое относительно несложное механическое устройство, которое каким-нибудь образом связывает между собой выходные и входные величины и воздействия, либо просто выполняет какую-то операцию и таким образом работает.

Такое понимание просто, но оно мало определено, а в функциональном отношении его можно толковать довольно широко, так как некоторую связь выхода со входом воспроизводят очень многие и различные по сложности устройства машин, приборов и даже автоматических систем. Оно, вместе с тем, в известной мере повторяет определение узла или его алгоритмических ступеней. Таким образом, названию «механизм» пока не придано ясное содержание, которое указывало бы на конкретный класс устройств, отличающихся от всех остальных своим назначением и функционально-конструктивными особенностями. В то же время, в приведенном выше толковании, хотя и не полно, но все же заключена некоторая основа, уточнив и дополнив которую, можно

сформулировать понятие о механизме. Для этого нужно указать на две его стороны: функциональную и материально-конструктивную, после чего можно дать такое определение:

*механизмом* является конструктивно законченное объединение главного и вспомогательных узлов, позволяющее реально воспроизвести какую-нибудь алгебраическую или операционную алгоритмическую ступень, и работа которого достаточно точно описывается дифференциальным уравнением не выше второго порядка.

Таким образом, с принципиальной стороны механизм действительно не отличается от узла, так как его прямое назначение — воспроизведение какой-нибудь алгоритмической ступени. Однако узел создает лишь основу воспроизведения алгоритмической ступени, а в механизме она реализуется во всех отношениях.

Для реализации приходится дополнительно привлекать вспомогательные узлы, непосредственно не служащие функциональной задаче. Обычно ими являются узлы ступеней — состоящие по процессам и сборочные. Следовательно, в механизме находит полное конструктивное завершение задача воспроизведения алгоритмической ступени, так что материальная сторона приобретает законченность. Для проектируемого устройства материальная завершенность является очень важной особенностью. Она сообщает механизму ряд новых свойств, к получению которых проектант не стремится. Возникает отличный от узла объект техники и теоретических исследований.

Сказанное наиболее ясно отражено в механических устройствах. Например, механизм, показанный на рис. 4, — редуктор — состоит из одного передаточного узла 5 (зубчатые колеса  $z_1, z_2$ ), двух сборочных 3 и четырех опорных операций вращения 4. Главным является узел 5. Он определяет функциональное ядро задачи преобразования, т. е. алгебраическую передаточную ступень  $a(\alpha) = i = \text{const}$ , ради которой разрабатывается конструкция. Все остальные узлы вспомогательные, обеспечивающие возможность работы главного и придающие задаче материальную законченность. Последняя сообщает механизму ряд добавочных свойств, например, жесткость (величина, которая позволяет или не позволяет считать механизм динамически обособленным по отношению к другим устройствам цепи преобразований, куда он входит), затем инерционность, время срабатывания и переходный процесс, возможное запаздывание, склонность к вибрации и многое другое. Проектант не стремится к ним, он воспроизводит

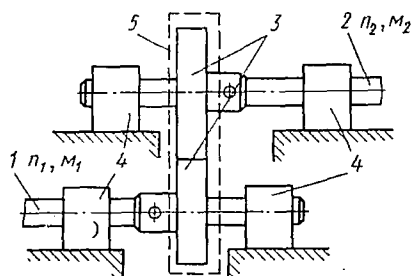


Рис. 4. Механизм и его узлы:

1 — вал входной; 2 — вал выходной; 3 — узлы 3-го рода; 4 — узлы 3-го рода — операции вращения; 5 — узел 1-го рода.

лишь  $a$  ( $\alpha$ ), но добавочные свойства неизбежны, так как они отражают реальность механизма.

В конструктивном отношении механизмы различаются в очень большой мере. Они могут быть простыми и полностью совпадающими со своим главным узлом, но чаще — это сложные устройства, объединяющие несколько разнородных узлов, что зависит от вида физического явления, на котором основана конструкция главного узла, и нередко от квалификации конструктора. В функциональном отношении механизм представляет устройство полной реализации алгебраической или операционной ступени расчленения. Если исходная задача оказывается простой, то она может быть воспроизведена одним механизмом.

Помимо того, в работе любого по сложности и физической природе механизма всегда наблюдаются небольшие, можно сказать, типовые искажения реализуемой в нем математической ступени-зависимости. Искажения являются следствием неизбежных «технических загрязнений», обусловленных зазорами или необходимым перекрытием, запаздыванием, зонами нечувствительности, гистерезисом, последствием и другими погрешностями, причиной которых являются всевозможные сопротивления, несовершенства материалов и изготовления. Для реальных механизмов настоящие факторы имеют большое значение. Они ставят ограничения по скорости, точности, величинам передаваемых мощностей, размерам, целесообразности применения того или иного устройства, его экономичности и т. д. Хотя они и не принципиальны, но из их анализа получают многие конкретные характеристики проектируемых устройств. Инерционность и названные причины приводят к большему или меньшему отклонению работы реального механизма от работы отвечающего ему идеального. В дальнейшем, для краткости, будем называть весь комплекс искажающих физико-технических явлений фактором материалности.

Алгоритмическая ступень  $a$  ( $\alpha$ ) или  $o$  ( $\lambda$ ) главного узла позволяет описывать работу лишь идеальных или геометрически подобных механизмов бесконечно большого быстродействия, когда соответствие выхода со входом считают как наступающее мгновенно и точно. Для реальных устройств, отягощенных фактором материалности, сопротивлениями на выходе и в самих механизмах, имеющих ограниченные мощности на входе, соответствие выходных величин с входными устанавливается по истечении конечного интервала времени и с некоторыми погрешностями, в известной степени деформирующими алгоритмическую ступень. Отсюда следует, что функционирование реального механизма описывается:

а) дифференциальным уравнением, составленным по отношению к алгоритмической ступени его главного узла;

б) рядом погрешностных соотношений, отражающих фактор материалности механизма и приближенный характер дифференциального уравнения.

Необходимость описания работы механизма с помощью дифференциального уравнения и погрешностных соотношений следует признать принципиальной или, во всяком случае, важной особенностью, т. е. такая необходимость требует иной методологии изучения и анализа, отличной от той, что используется при рассмотрении узлов. Последнее во всех случаях резко отделяет механизмы от узлов, для которых составление дифференциальных уравнений либо невозможно, либо бессмысленно. Например, невозможно для опорного узла вращения указать входную и выходную величины, их функциональную связь, соответствующее дифференциальное уравнение и соотношения для подсчета возможных погрешностей. Разумеется, какое-то уравнение и даже дифференциальное в отношении каких-то интересующих проектанта величин можно составить и использовать, оно нужно не для описания преобразовательно-передаточных свойств, а для разыскания статических характеристик, таких как наиболее подходящая вязкость смазки, наилучшая величина зазора между поверхностями цапфы и втулки, оптимальная длина опоры вдоль ее оси и т. д. Точно так же бессмысленно писать дифференциальное уравнение только для одной пары зубчатых колес, составляющих главный передаточный узел (рис. 4), без учета всех присоединенных масс и сил, а если их учесть, то написанное уравнение окажется дифференциальным уравнением механизма в целом, но не его отдельного узла. В динамическом и в известной мере погрешностном отношении механический узел всегда растворяется в механизме и теряет свою обособленность. Исключения составляют случаи, когда механизм конструктивно полностью совпадает со своим главным узлом.

С другой стороны, при разработке конструкций узлов, входящих в механизмы, нет необходимости в привлечении дифференциальных уравнений, и это характерно для синтеза узлов. Размеры деталей, в первую очередь, определяются нагрузками, напряжениями и различными прочностными соотношениями, ограниченными опытными факторами и конструктивно-технологической приемлемостью, потребными точностями и условиями минимизации ошибок, а также требованиями, вытекающими из функциональных задач, экономической целесообразностью и т. д. Все эти факторы носят статический характер, хотя некоторые из них могут быть получены только из анализа динамических особенностей проектируемого устройства. Динамика механизма оказывается источником вычисления таких факторов, но непосредственно синтеза узлов она не касается.

Вместе с тем встречаются задачи, когда отдельные элементы проектируемого узла требуют изолированного рассмотрения в динамике. Однако, проделав последнее и получив нужные сведения, снова приходится возвращаться к статическим методам, поэтому не меняется общий подход к задаче синтеза узлов. Существующая практика разработок конструкций полностью это подтверждает.

Таким образом, из сравнительного рассмотрения узлов и механизмов можно сделать заключение, что комплекс различных по природе узлов и деталей является первым и особым объектом техники и технико-теоретических исследований, который от всех остальных объектов, т. е. машин, приборов и даже механизмов отличается следующими особенностями:

а) «узлы и детали» составляют функционально-операционную базу для реализации всякой задачи на проектирование;

б) являются конструктивной основой всякого реального устройства;

в) оказываются объектом статики и статической методологии, создаваемым с помощью статических представлений и соотношений.

«Механизм» — это простейший комплекс узлов, работа которого уже может описываться дифференциальным уравнением. Он представляет собой второй, более высокий этап развития конструкции, когда полностью реализуется некоторая элементарная передаточная или операционная задача, и является первым динамическим объектом всякого более сложного устройства.

Так как в большинстве или даже во всех случаях механизм любой физической природы есть устройство простейшее, воспроизводящее одну алгоритмическую ступень, то поведение его во времени достаточно точно может быть описано с помощью какого-нибудь однозначного дифференциального уравнения не выше второго порядка. Необходимость в уравнениях более высокого порядка встречается редко и представляется исключением.

Затем механизмы различаются по тем физическим явлениям, на основе которых они создаются. Однако этот признак в равной мере относится к любым по сложности или назначению устройствам и потому не может быть определяющим.

Подобно машинам, приборам, автоматическим системам и автоматам механизм имеет самостоятельное значение как устройство. У него существует своя законченная задача, поэтому он может выступать в одном из видов:

а) в виде конструктивно и динамически обособленного устройства, которое используется так, что сохраняет свои функциональные и динамические свойства и характеристики, т. е. работа механизма продолжает описываться все тем же дифференциальным уравнением при тех же коэффициентах и погрешностных соотношениях, которые он имеет, когда рассматривается индивидуально. При включении его в цепь других устройств меняется лишь источник активных воздействий на входе и характер сопротивлений на выходе;

б) в виде конструктивно и динамически неотделимой части сложного, куда он введен для реализации алгоритмической ступени. Здесь механизм сохраняет только свои функциональные свойства, обусловленные его главным узлом (ядром механизма).

Сохранение или потеря механизмом своей динамической обособленности, в первую очередь, обусловлены характером присоединения его входа и выхода к предшествующим и последующим объектам цепи преобразований, затем его физической природой и, наконец, степенью точности рассмотрения. При необходимости высокоточных исследований все механизмы приходится признавать динамически обособленными. В противоположность динамической, функционально-операционная обособленность механизма сохраняется всегда.

Таким образом, механизм ясно выделяется среди всех остальных устройств техники. Его так же следует рассматривать как самостоятельный и особый объект проектирования.

Из предыдущего следует, что функционально-конструктивными ядрами механизмов являются алгебраические узлы 1-го рода и операционно-передаточные 2-го рода. Узлы состояний 3-го рода выполняют вспомогательные задачи — они дополняют узлы первых двух родов, объединяют части и завершают конструкции, но построить на их использовании какой бы то ни было механизм не представляется возможным.

Изучение функционально-преобразовательных свойств и применимости узлов 1-го и 2-го родов позволяет считать, что на их основе могут создаваться три класса простейших механизмов.

**1-й класс — алгебраические непрерывно-передаточные механизмы.** Для краткости назовем их просто алгебраическими. Их получают всякий раз, когда в качестве функционально-конструктивной основы для полного осуществления зависимости некоторой выходной величины от входной используют какой-нибудь узел 1-го рода. Отличительная особенность таких механизмов заключается в их аналитичности, т. е. в том, что при медленном срабатывании (при исключении из рассмотрения переходного процесса) и неучете всех погрешностей фактора материальности они воспроизводят непрерывные (типа алгебраических) линейные или нелинейные зависимости выхода от входа. На этой же основе для них пишется дифференциальное уравнение, приводящее затем к так называемой передаточной функции, являющейся обобщением передаточного отношения (II) или алгоритмической ступени.

**2-й класс — операционно-передаточные механизмы.** Функционально-передаточной и конструктивной базой таких механизмов являются узлы операций 2-го рода, используемые для получения соответствующей функциональной связи выхода со входом. Поэтому в чистом виде, т. е. вне времени или в предельном состоянии, отвечающем завершению срабатывания, функциональные зависимости их носят разрывный — скачкообразный, импульсный, релейный, вообще операционный характер, резко отличающийся от зависимостей механизмов 1-го класса. Лишь во времени или на основе дифференциальных уравнений здесь также получаем передаточные функции, в некоторой мере сходные с передаточными

функциями механизмов 1-го класса, однако из них нельзя получить передаточных отношений, которые отвечали бы уравнению (II). Изучение показывает, что, помимо того, передаточные функции механизмов 2-го класса при сравнении их с передаточными функциями механизмов 1-го класса имеют и другие существенные отличия.

**3-й класс — механизмы воздействия или операций.** Эти механизмы как и механизмы первых двух классов, строятся на узлах 1-го и 2-го родов, но служат не целям передачи и преобразования величин, а осуществлению некоторых операций на выходе путем приложения соответствующих воздействий. Нередко такие механизмы являются просто преобразователями воздействий. На их вход подается некоторый сигнал, на выходе производится ответная операция. Разумеется, и с выходной операцией может быть сопоставлена какая-то величина, но целью срабатывания она не является. Примерами таких механизмов могут быть различные устройства ударного действия, ограничители, выключатели и переключатели, устройства сцепления и расцепления ведомых и ведущих элементов, контакторы и реле, не служащие целям преобразований, муфты управления, устройства логических операций счетно-решающих машин и переработки информации и т. д.

Во времени работа механизмов 3-го класса может быть описана дифференциальными уравнениями и представлена соответствующими передаточными функциями. В этом отношении механизмы всех трех классов неразличимы, однако требования на проектирование их различны, что всегда важно.

Представляется, что пока невозможно указать еще какой-нибудь такой же общий класс механизмов, как названные, хотя в самих классах разделение по другим признакам возможно и полезно.

Как было сказано, чисто математическая задача механизма всегда указана как безразмерное функциональное или операционное ядро — ступень расчленения сложного, с которой можно сопоставить некоторый узел, являющийся для построения механизма главным. Во многих или большинстве случаев этот узел не может существовать и функционировать без конструктивного дополнения его узлами 3-го рода. Нередко по конструктивным соображениям нецелесообразно осуществлять ступень расчленения при помощи одного узла. Выгоднее разбить ее на ряд множителей и каждый из них воспроизвести в отдельности, представив всю ступень последовательной цепью одинаковых узлов. Механизм при этом усложняется лишь конструктивно, но не по существу. Примером является обычный многоступенчатый редуктор с большим передаточным числом и значительным количеством главных и вспомогательных узлов. Точно такую же цель преследует многокаскадное усилие слабых входных электрических сигналов, что осуществляется с помощью последовательно соединенных контуров, которые можно рассматривать как механизмы,

#### 4. ПЕРЕДАТОЧНОЕ ОТНОШЕНИЕ МЕХАНИЗМА

Так как расчет и разработка конструкций всякого узла должны быть подчинены задаче механизма, то предварительно рассмотрим некоторые общие стороны последнего и выявим наиболее важные характеристики его, отвечающие стационарному режиму работы. При этом считаем, что речь идет о передаточных механизмах I-го класса, построенных на механических узлах I-го рода и дающих непрерывную предельную связь выхода со входом. Передаточные операционные узлы, как и отвечающие им механизмы, здесь не рассматриваются. При изучении передаточного механизма прежде всего следует выделять ведомую и ведущую части или отвечающие им детали. Положение или состояние выделенных частей в одних случаях оценивают при помощи прямолинейных перемещений или угловых поворотов, в других —

соответствующими скоростями и в редких случаях — ускорениями. Назовем эти характеристики входными величинами, если они отнесены к ведущим, и выходными, если фиксируют положения или состояния ведомых деталей. Как

для тех, так и для других величин используем одни и те же буквенные обозначения, но для ведущих с индексом 1, а для ведомых с индексом 2 внизу. Соотношения для линейных перемещений  $x$  или линейных скоростей  $v$  в подавляющем числе случаев реальных задач ничем, кроме обозначений, не отличаются от таких же соотношений для угловых величин  $\varphi$  или скоростей  $\omega$ . Поэтому не будем различать механизмы по такому признаку и удержим во всех последующих общих выражениях наиболее ходовые обозначения  $\varphi$  и  $\omega$ , отвечающие вращениям, считая, однако, что они применимы и к механизмам с линейными перемещениями.

Если пока отвлечься от конкретных представлений, то в общем случае каждый механизм, построенный на любом передаточном узле, являясь простейшим, может быть представлен одной и той же схемой, указанной на рис. 5. Здесь входной величиной является какая-нибудь одна из названных  $\varphi_1$  или  $\omega_1$ , которые, пройдя через передаточный узел, преобразуются в соответствующие выходные величины  $\varphi_2$  или  $\omega_2$ .

Так как расчет и конструирование всякого узла покинтся на статике и статических представлениях, то на этом начальном этапе обычно достаточно лишь алгебраического рассмотрения функциональных связей со входом. Помимо того, описываемые ниже передаточные узлы и соответствующие им механизмы — фрикционные, кулачковые, рычажные и т. д. — до определенных границ по нагрузкам, быстрдействию и точности могут приниматься за неизменные или достаточно жесткие, и, следовательно, дающими жесткую связь между выходными и входными величинами, что

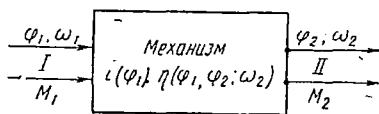


Рис. 5. Схема механизма:

I — вход; II — выход

соответствует статическому рассмотрению. Для изучаемых пере-  
дач оно пока общепринято, так как темпы работы механических  
приборных устройств в большинстве случаев незначительны, а  
жесткости их довольно велики. Для таких условий следует счита-  
ть, что элементарное приращение  $d\varphi_2$  на выходе механизма  
линейно зависит от соответствующего входного  $d\varphi_1$ , т. е.

$$d\varphi_2 = i(\varphi_1) d\varphi_1, \quad (1)$$

где коэффициент функциональной связи  $i(\varphi_1)$  может быть как  
постоянным, так и зависящим от входной величины  $\varphi_1$ . От выход-  
ной величины для рассматриваемых как «абсолютно» жесткие  
узлов такая зависимость также может быть указана, однако  
относительное расположение деталей определяет входная вели-  
чина  $\varphi_1$ , а не выходная  $\varphi_2$ . Поэтому предпочтение отдается первой.

Поделив правые и левые части формулы (1) на элемент времени  
 $dt$ , найдем

$$\omega_2 = i(\varphi_1) \omega_1, \quad (2)$$

где  $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$ ,  $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt}$  — угловые скорости входного и выход-  
ного вращений.

Формулы (1) и (2) эквивалентны и действительны для жестких  
механизмов бесконечно большого быстродействия. Они связывают  
малые элементарные перемещения, либо мгновенные скорости.  
На конечные углы поворотов и средние скорости они могут быть  
распространены лишь в случае постоянного  $i(\varphi_1) = i$ . В общем  
случае для связи конечных выходных величин с выходными, на  
основе формулы (1) получим выражение

$$\varphi_2 - \varphi_{02} = \int_{\varphi_{01}}^{\varphi_1} i(\varphi_1) d\varphi_1, \quad (3)$$

из которого следует, что эта связь нелинейна и может оказаться  
какой угодно.

Коэффициент  $i(\varphi_1)$  связи выхода со входом называется пере-  
даточным отношением. На основании формул (1) и (2) оно опре-  
деляется следующим образом:

$$i(\varphi_1) = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}. \quad (4)$$

Такое определение не является только формальным, так как  
при проектировании передаточных механизмов обычно известны  
потребные выходные скорости  $\omega_2$  или заданы законы перемещений  
 $\varphi_2$ , а сам проектант может подобрать входные скорости  $\omega_1$   
или повороты  $\varphi_1$ , следовательно, по формуле (4) может быть вы-  
числено требуемое передаточное отношение.

Существуют механизмы, которые преобразуют угловые вра-  
щения в линейные перемещения, либо дифференцируют входные  
величины и на выходе выдают скорости или ускорения. В таком  
случае передаточное отношение имеет размерность. Для некоторых

механизмов передаточное отношение может оказаться зависимым от входной или выходной скоростей.

Передаточное отношение является важной характеристикой любого передаточного механизма и, в общем случае, есть непрерывная функция входной величины. Оно в значительной мере определяет вид и конструкцию того узла, на котором будет спроектирован механизм. Если  $i(\varphi_1) = \text{const}$ , то механизм может быть построен на зубчатом, червячном или винтовом узле. Если же  $i(\varphi_1)$  как-то зависит от входной величины, то отвечающими ему передачами могут быть кулачковые, рычажно-шарнирные, некоторые виды фрикционных и передач с гибкой связью.

## 5. ВЫХОДНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ И К. П. Д. МЕХАНИЗМА

Ведомая часть или деталь передаточного механизма, положение или состояние которой оценивают с помощью выходных величин  $\varphi_2$ ,  $\omega_2$ , обычно непосредственно или через посредство других деталей связана с какими-нибудь другими исполнительными устройствами. Предположим, что исполнительное устройство выполняет некоторые операции, т. е. преодолевает сопротивления и, следовательно, производит работу. Отсюда вытекает, что ведомая часть передаточного механизма всегда испытывает некоторую внешнюю нагрузку, которая по отношению к этому механизму рассматривается как полезная. Внешняя полезная нагрузка может быть большой, средней, малой и даже исчезающей, как например, в случае, когда надо переместить указатель для производства отсчета какой-то замеренной величины. Для механических устройств она выражается либо через силы  $Q$ , либо через моменты  $M$ .

Для того чтобы передаточный механизм мог выполнять возложенные на него задачи, активные силы на его выходе не должны быть меньше пассивных сил сопротивлений ведомого исполнительного устройства. Для сравнительно медленных или равномерных перемещений активные силы равны пассивным, вычисленным из условий статического равновесия. При больших и заметных ускорениях сопротивления ведомых элементов возрастают на части, пропорциональные этим ускорениям. Настоящие части, как и основные статические сопротивления, всегда могут быть вычислены из условий задачи на проектирование. Таким образом, на выходе всякого передаточного механизма, наряду с ранее указанными выходными величинами, необходимо иметь либо выходную силу  $Q_2$ , либо выходной момент  $M_2$ , численно равные сумме статических и инерционных сопротивлений ведомого исполнительного устройства. Назовем величины  $Q_2$  и  $M_2$  выходными воздействиями и в дальнейшем, как для входных, так и выходных величин, будем использовать только одну из них  $M_2$ , подразумевая, что то же самое можем иметь и для  $Q_2$ .

В реальных условиях выходное воздействие  $M_2$  редко бывает постоянным. Чаще всего оно переменное и полностью определяется

сопротивлениями ведомого устройства. Это приводит к необходимости считать, что выходное воздействие является функцией выходных величин, т. е. в общем случае функцией  $\varphi_2$ ,  $\omega_2$  и ускорения  $\varepsilon_2$  или

$$M_2 = M_2(\varphi_2, \omega_2, \varepsilon_2). \quad (5)$$

Формула (5) подобно формуле (4), не формальна, так как для конкретных ведомых устройств всегда можно подсчитать необходимые суммарные сопротивления на их входах и потому нетрудно указать выходные воздействия для проектируемых передаточных механизмов, как функции выходных величин, скоростей и ускорений.

Зависимость выходного воздействия  $M_2$  от величин на входе механизма для рассматриваемых здесь устройств мало вероятна и может иметь место в редких случаях.

Но для получения  $M_2$  на выходе необходимо к входу приложить какое-то входное воздействие  $M_1$ . Это при учете скорости  $\omega_1$  определяет входной поток энергии  $N_1$  (мощность), для которого  $N_1 = M_1\omega_1$ .

Каким бы совершенным не был проектируемый механизм, он все же часть входного потока  $N_1$  подводимой к нему энергии должен затрачивать на преодоление различных сопротивлений в нем самом, т. е. в его узлах 1-го и 2-го родов. Обозначим эту часть через  $N^c$ , а величину потока на выходе через  $N_2 = M_2\omega_2$  и примем во внимание, что простые передаточные механизмы не имеют собственных источников энергии. Тогда на основе закона сохранения энергии для каждого момента времени имеем

$$N_1 = N_2 + N^c,$$

откуда для полезного потока  $N_2$  на выходе получим

$$N_2 = N_1 - N^c = N_1 \left( 1 - \frac{N^c}{N_1} \right).$$

Величина  $\frac{N^c}{N_1}$  указывает долю потерь в самом механизме от подводимого к нему потока  $N_1$ .

Для разных механизмов и условий их использования эта доля различна. В одних случаях она мала, в других — может приближаться к единице и даже быть равной ей.

Величина

$$\eta = 1 - \frac{N^c}{N_1} = \frac{N_2}{N_2 + N^c} = \frac{1}{1 + \frac{N^c}{N_2}} \quad (6)$$

есть доля полезных затрат и называется коэффициентом полезного действия механизма (к. п. д.).

Отсюда следует, что

$$N_2 = \eta N_1. \quad (7)$$

Поток  $N^c$  энергии на преодоление собственных сопротивлений в механизме

$$N^c = M^c \omega^c,$$

где  $M^c$  — приведенный к какому-нибудь элементу момент воздействий, необходимый для преодоления всех сопротивлений внутри механизма, а  $\omega^c$  — соответствующая угловая скорость. Такое приведение, по-видимому, выгодно проводить по отношению к выходу механизма, т. е. надо принять, что  $\omega^c = \omega_2$ , а для  $M^c$  надо считать, что  $M^c = M_2^c$ , где  $M_2^c$  — приведенный к выходу момент собственных сопротивлений механизма. Конкретное выражение для  $M_2^c$  может быть указано только для вполне определенных механизмов. Величина

$$N_2^c = M_2^c \omega_2. \quad (8)$$

Однако нетрудно видеть, что момент  $M_2^c$  может быть обусловлен лишь следующими четырьмя факторами: полезным сопротивлением  $M_2$  на выходе рассматриваемого механизма, скоростью  $\omega_2$ , когда внутренние сопротивления, порожденные нагрузкой  $M_2$  как-то зависят от численного значения  $\omega_2$ , инерционными сопротивлениями элементов механизма при наличии у них ускорений и потерями энергии в операционных и передаточных узлах на преодоление сопротивлений, которые в основном не зависят ни от полезной нагрузки  $M_2$ , ни от скорости  $\omega_2$ , а обусловлены лишь конструкцией.

Настоящий вопрос достаточно сложен. Он требует конкретного рассмотрения с принятием во внимание особенностей конструкции всех узлов механизма, степени нагруженности и быстродействия их, условий работы и потребной точности связи выхода со входом. Для сравнительно небольшого диапазона изменений скорости  $\omega_2$ , в котором обычно используют рассматриваемые передачи, приближенно можно записать

$$M_2^c = K_2^c(\varphi_1, \omega_2) M_2 + M_0^c + J_2^c \varepsilon_2, \quad (9)$$

где  $K_2^c(\varphi_1, \omega_2)$  — коэффициент приведения к выходу механизма сил его внутреннего сопротивления, пропорциональных выходному воздействию  $M_2$ . Этот коэффициент зависит от конструкции узлов и в достаточно общем для практики случае может быть функцией входной величины  $\varphi_1$  и выходной скорости  $\omega_2$ ;

$J_2^c$  — приведенный к выходу момент инерции всех подвижных элементов механизма;

$\epsilon_2$  — угловое ускорение на выходе;

$M_0^c$  — приведенный к выходу момент сопротивлений в узлах механизма, прямо не зависящий от  $M_2$  и  $\omega_2$ . Его возможная зависимость от  $M_2$  и  $\omega_2$  в небольшой мере, по-видимому, существует, но сейчас она пока не изучена. Для обычных условий работы узлов в приборах величина  $M_0^c$  приближенно может быть оценена только как некоторая функция параметров конструкции подвижных узлов.

Величина  $M_0^c$  порождается сопротивлениями от соприкосновения взаимодействующих деталей узлов, от загрязнений и загустения смазки, от гистерезисных явлений в работающих материалах и от некоторых других факторов.

Противодействующий приведенный момент  $M_0^c$  обычно мал и потому в механизмах с большими и заметными нагрузками  $M_2$  не учитывается. В различных измерительных и преобразующих устройствах с малыми или исчезающими выходными воздействиями главной составляющей оказывается момент  $M_0^c$ , он и образует основную нагрузку механизма. Наиболее убедительным примером такого механизма, в котором проявляются подобные свойства, может быть стандартный шарикоподшипник. При полном отсутствии внешних нагрузок он всегда обладает ясно ощутимым собственным моментом трения  $M_0^c$ . При малых нагрузках, из-за малости коэффициента трения качения, составляющая общего момента трения шарикоподшипника, пропорциональная нагрузке, мала по сравнению с  $M_0^c$ .

Заменяя в выражении (6)  $N_2$  на  $M_2\omega_2$ , а  $N^c$  по формулам (8) и (9), получим

$$\eta = \frac{1}{1 + K_2^c(\varphi_1, \omega_2) + \frac{M_0^c + J_2^c\epsilon_2}{M_2(\varphi_2, \omega_2, \epsilon_2)}}. \quad (10)$$

Отсюда следует, что в достаточно общем виде вторая важная характеристика механизма — его к. п. д.  $\eta$ , является сложной, нелинейной функцией входных и выходных величин, выходной скорости, а главным образом — конструкции механизма. По последней причине и в противовес передаточному отношению  $i(\varphi_1)$ , величина  $\eta$  принципиально не может быть определена, прежде чем не будет создана конструкция. Поэтому при проектировочных расчетах величиной  $\eta$  приходится задаваться, опираясь на опыт и априорные знания, в соответствии с намечаемыми для механизма узлами.

Для механизмов с постоянным передаточным отношением  $i$  числовое значение  $\eta$  не зависит от входной величины  $\varphi_1$ , а присутствие в формуле (10) члена  $J_2^c\epsilon_2$  не является характерным. Он

обычно быстро пропадает или же просто мал. Поэтому для наиболее распространенных случаев формулу (10) можно переписать так:

$$\eta \approx \frac{1}{1 + K_2^c(\omega_2) + \frac{M_0^c}{M_2(\omega_2, \varphi_2)}} \quad (10^*)$$

Для передаточных механизмов разных конструкций и для изменяющихся от нуля до каких-то пределов выходных воздействий  $M_2(\varphi_2, \omega_2)$  числовые значения  $\eta$  по формуле (10\*) можно получить в диапазоне от 1 до 0 ( $1 > \eta \geq 0$ ). Даже для самых простых механизмов нахождение ясных выражений (10\*), которые позволяли бы вычислять  $\eta$  достаточно точно, нередко затруднительно. Это объясняется многими причинами и, в первую очередь, недостаточными знаниями явлений, влекущих за собой возникновение потока  $N^c$  потерь энергии в узлах. Поэтому к. п. д. часто определяют экспериментально, на основе испытаний уже построенного образца механизма. В последнем случае, в зависимости от известного  $\eta$  можно подсчитать сумму второго и третьего членов знаменателя формулы (10\*), т. е.

$$K_2^c(\omega_2) + \frac{M_0^c}{M_2(\varphi_2, \omega_2)} = \frac{1}{\eta} - 1.$$

Если такой эксперимент провести дважды при одном и том же  $\omega_2$ , но при разных  $M_2(\varphi_2, \omega_2)$ , то с помощью настоящего выражения можно получить два уравнения с двумя неизвестными  $K_2^c(\omega_2)$  и  $M_0^c$ , которые потом легко вычисляются. На этом может быть построено изучение потерь мощности и моментов в реальных механизмах, а также оценка сопротивлений, не зависящих от нагрузок.

Значения  $K_2^c(\varphi_1, \omega_2)$  всегда меньше единицы. Они малы для машин и исполнительных устройств, подавляющих большие внешние сопротивления, и значительно больше для приборов. Теоретически к. п. д. в машиностроении определяется только этой величиной.

Числовые значения  $\frac{M_0^c}{M_2(\varphi_2, \omega_2)}$  могут быть какими угодно, вплоть до бесконечности. Это обусловлено выходным сопротивлением, которое в приборостроении нередко оказывается исчезающим. Тогда и  $\eta = 0$ .

Величина  $M_0^c$  наряду с  $\eta$  может рассматриваться как вторая механическая характеристика механизма. При отсутствии внешней нагрузки только она характеризует устройство по передаваемым или потребным воздействиям.

## 6. ВХОДНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Воспользуемся теперь формулой (7), подставим в нее выражения потоков энергии  $N_1$ ,  $N_2$  и получим

$$M_2 \omega_2 = \eta M_1 \omega_1,$$

откуда при использовании формулы (4) найдем

$$M_1 = \frac{i(\varphi_1)}{\eta} M_2(\varphi_2, \omega_2, \varepsilon_2). \quad (11)$$

Такое воздействие надо приложить к входу механизма, чтобы он работал требуемым образом.

При проектировании нормально работающих передаточных устройств, по-видимому, нельзя задаваться входными значениями воздействий  $M_1$  или мощностей  $N_1$  и по формулам, обратным (11), находить отвечающие им  $M_2$  и  $N_2$ . Это было бы неправильно, так как выходные воздействия определяются фактическими пассивными и предполагаемыми инерционными сопротивлениями ведомых устройств, а не силовыми возможностями искомым активных источников энергии, которые потом должны быть подключены на входе. Если  $M_1$  больше того значения, что дает формула (11), то ведомое устройство и сам передаточный механизм работают с повышенными против задания ускорениями  $\varepsilon_2$  и могут оказаться перегруженными. Если же  $M_1$  меньше требуемого значения, то ведомое устройство либо стопорит движение, либо его работа происходит вяло, имеет недостаточные быстрые разгоны и, следовательно, неприемлема.

Однако назначение входных воздействий точно по формуле (11) рискованно и непрактично из-за неопределенности и изменчивости сопротивлений на входе ведомого устройства, а также внутри самого механизма.

Почти все сопротивления, кроме инерционных и, может быть, небольшого числа некоторых других, в большей или меньшей мере носят случайный характер и заранее известны как среднестатистические, а фактические могут отклоняться от средних в большую и меньшую стороны непредсказуемым образом. Поэтому, то значение для  $M_1$ , которое указывает формула (11), также надо рассматривать как среднее. При стечении неблагоприятных обстоятельств оно легко может оказаться недостаточным.

Из этого положения существуют два выхода. Первый из них состоит в том, что фактические входные воздействия  $M_1$  осуществляют большими, чем расчетные по формуле (11), на некоторый избыток  $\kappa$ , который указывается по отношению к расчетному. Нетрудно видеть, что величина  $\kappa$  должна определяться отклонениями в сторону превышения фактических сопротивлений от средних, принятых к расчету. Для многих случаев практики  $\kappa$  можно выбирать из интервала от 0,25 до 0,50. Для некоторых усло-

вий  $\kappa$  может превосходить единицу. Численное значение  $\kappa$  всякий раз выбирает сам проектант, исходя из условий на проектирование.

С учетом коэффициента избытка  $\kappa$  формула (11) примет вид

$$M_1^* = \frac{(1 + \kappa) i (\varphi_1)}{\eta} M_2 (\varphi_2, \omega_2, \varepsilon_2). \quad (11^*)$$

Увеличенное таким образом входное воздействие затем используется для прочностных расчетов элементов узла и для подбора источников активных воздействий и движений, подключаемых ко входу проектируемого механизма.

Второй выход или путь предусматривает целесообразное управление входными воздействиями в соответствии со случайно возрастающими или убывающими выходными, что значительно улучшает работу ведомого устройства, но усложняет его осуществление.

## 7. ИДЕАЛЬНЫЙ И РЕАЛЬНЫЙ, НАГРУЖЕННЫЕ И МАЛОНАГРУЖЕННЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Приведенное рассмотрение показывает, что всякий функционально-передаточный механизм характеризуется двумя входами и двумя выходами — по величинам и по воздействиям. Это четырехполюсник. Его четыре величины связаны между собой при помощи формул (1) и (11) — через передаточное отношение и к. п. д. Последние могут быть отнесены к главным внешним характеристикам всякого передаточного механизма.

Однако почти очевидно, что по своей природе эти характеристики резко различаются.

Передаточное отношение может быть определено по формуле (4) еще задолго до создания отвечающего ему механизма, в то время как к. п. д. можно найти лишь грубо приближенно после принятия схемы конструкции и по априорным данным. Достаточно точное определение возможно только путем непосредственных замеров по реальному образцу.

Помимо того, практика и эксперимент ясно показывают, что для реальных механизмов этих двух характеристик вообще недостаточно: во многих случаях требуется знать время срабатывания, характер переходного процесса, возможные неточности стационарного режима и некоторые другие показатели. Значит, необходимо отделить понятие «идеального» механизма от «реального».

Из предыдущего вытекает, что понятие «идеальный», по-видимому, следует связывать с первой формулировкой определения механизма, т. е. с простейшей передаточной или операционной задачей, ради которой он создается на базе узлов.

Идеальный механизм — это пока только алгебраическая или геометрическая схема воспроизведения простейшей задачи, полу-

ченной как результат расчленения сложного и не прошедшей стадии конструирования узлов. Такой механизм еще лишен многих свойств, присущих реальному образцу. Единственная его характеристика, которая может быть указана точно — это передаточное отношение, и потому идеальный механизм можно представить только как двухполюсник, связывающий чисто алгебраически выходную величину с входной.

Если перейти к дифференциальному уравнению, то оно, включая в себя передаточное отношение, предполагает многое, что присуще только реальному. Для его написания необходимо знать массы или их эквиваленты, позиционные и демпфирующие силы, их характер, что определяет линейность или нелинейность. Одновременно предполагается, что внутренние и внешние силы сопротивления конструктивными и расчетными мерами сведены к несущественным и их можно не принимать во внимание. По существу, дифференциальное уравнение не может быть написано, пока механизм не достиг определенной степени конструктивной завершенности всех своих узлов. Поэтому, хотя дифференциальное уравнение также является идеализацией, оно значительно ближе к реальному образцу и вместе с рядом условностей, ограничений точностных и других характеристик дает достаточно верную картину его поведения во времени.

Таким образом, понятие реального механизма, по-видимому, следует связать с дифференциальным уравнением и учесть, что оно, во-первых, воспроизводит заданную функциональную или операционную связь выхода со входом, во-вторых, в принятых границах достаточно точно описывает его поведение во времени.

Выполнение условий конструктивной завершенности и получения достаточной точности позволяет описывать работу реальных механизмов с помощью сравнительно простых дифференциальных уравнений, в которых отброшены все члены, несущественно искажающие или как-то загромождающие положенные в их основу функциональности. Идеализированные таким образом уравнения дают возможность затем производить всесторонний теоретический анализ сложных устройств, а также создавать новые машины, приборы и т. д. Естественно, что отброшенные члены или допущенные для отдельных механизмов неточности ставят определенные границы, за которыми как анализ, так и синтез перестают отображать действительность работы сложного устройства и, следовательно, указывают пределы его сложности. Эта сторона рассмотрения очень важна, но она требует особого внимания и выходит за рамки нашей задачи.

Выходные величины и воздействия всегда заданы или известны, а входные приходится подбирать по техническим данным существующих источников движения (электродвигателей) и по формуле (11\*), после чего поток энергии через реальный механизм будет определен окончательно и можно приступать к расчетам узлов.

Для большинства механизмов приборов величина потока энергии обычно невелика, поэтому невелики и силовые воздействия. Наиболее приемлемыми и удобными для расчетов здесь оказываются силы и моменты, а не мощности, как в машиностроении. Первые и следует вводить в расчетные соотношения.

Из-за малости силовых воздействий расчеты на прочность часто не могут дать конструктивно приемлемых размеров проектируемых деталей: они оказываются слишком малыми. В таком случае размеры принимаются такими, какие подходят для разрабатываемых конструкций или, как говорят, их выбирают из конструктивных соображений. Иногда размеры деталей можно определить из условий достижения заданной точности работы узла, либо указать, исходя из каких-то других требований.

Нередко многие механизмы и узлы приборов нагружены так, что хотя прочностные расчеты и указывают какие-то размеры, но последние все же должны быть исправлены в большую сторону, чтобы стать приемлемыми для конструкций. В этом случае расчет лишь ориентирует проектанта.

Наконец, в приборах и приборных устройствах встречаются заметно нагруженные механизмы, узлы которых требуют точно таких же прочностных расчетов как и узлы машин, а получающиеся здесь размеры должны быть непосредственно реализованы в конструкции.

В соответствии со сказанным все механизмы и узлы приборов можно разделить на малонагруженные и нагруженные.

Под малонагруженными понимают механизмы и узлы, для деталей которых из расчетов на прочность получаются слишком малые размеры, так что они не могут быть приняты для разрабатываемых конструкций и их приходится увеличивать.

Следовательно, нагруженными оказываются все остальные, для которых такие размеры могут быть получены из прочностных расчетов.

Из малонагруженных механизмов и узлов необходимо выделять: а) достаточно точные, а также работающие при больших скоростях; иногда их называют ответственными; б) механизмы, работающие в легких и малоскоростных режимах, а также такие, в отношении точности которых никаких существенных требований не ставится. Их можно назвать неответственными.

В ответственных устройствах некоторые размеры могут быть указаны из точностных требований, а их изготовление и сборка требуют того же внимания, что и высоконагруженные элементы. В неответственных устройствах почти все размеры, кроме зависящих от кинематических соотношений, определяются при конструировании или из конструктивных соображений.

## 8. НАЗНАЧЕНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫХ УЗЛОВ

При разработке новых механизмов и устройств приборов почти во всех случаях перед проектантом-конструктором возникают следующие задачи:

а) передать механические движения и перемещения от одного вала на другой, от устройства к устройству или от источника движений к местам и деталям, где эти движения находят свою реализацию;

б) передать и преобразовать моменты и силы от источников в конечные пункты для выполнения заданных механических операций;

в) произвести изменение масштабов движения и перемещений, т. е. получить убыстрение или замедление движений, сокращение или увеличение перемещений;

г) выполнить функциональные преобразования механических движений и перемещений, воспроизвести различные линейные и нелинейные зависимости или же осуществить некоторые другие операции, как например, выпрямление исходных нелинейных закономерностей в приемлемые линейные.

В течение длительной практики для выполнения этих задач и построения соответствующих механизмов были созданы и широко применены простейшие механические устройства, которые получили название передаточных узлов или, более кратко, передач. В настоящее время такими передачами являются: 1) зубчатые и червячные передачи, 2) фрикционные передачи, 3) передачи с гибкими связями, 4) кулачковые узлы, 5) рычажные узлы, б) винтовые узлы.

Отсюда видно, что число типов передач невелико, но они встречаются почти в любом устройстве прибора, где следует решить хотя бы одну из названных задач.

Каждая из этих передач, после дополнения ее узлами 3-го рода решает одну или несколько из названных задач и превращается в простейший передаточный механизм, где главную роль играет избранный передаточный узел.

Необходимо оговориться, что любая из указанных задач сейчас может быть решена и на другой немеханической основе, но это здесь не рассматривается.

Каждая передача или передаточный узел обладает своим характером работы и своими особенностями, которые они полностью переносят на соответствующий механизм. Следовательно, механизмы, построенные на разных узлах, будут различны. Однако, вместе с тем, можно указать и такие характеристики, которые являются общими для всех.

Среди этих характеристик, прежде всего, выделяется передаточное отношение, затем степень нагруженности моментами и силами и, наконец, быстродействие механизма или численные зна-

чения скоростей его подвижных элементов. Настоящие характеристики задаются в составе задачи на проектирование механизма и тем в значительной мере определяют его конструкцию.

К. п. д.  $\eta$  обычно не относится к числу важных характеристик приборного устройства, так как назначение последнего чаще всего состоит в том, чтобы передать и преобразовать некоторую величину, а не сопутствующее ей воздействие. В устройствах приводов, передающих мощность, должное внимание следует уделять и к. п. д.

Из перечисленных передаточных узлов ниже рассмотрены все, кроме зубчатых и червячных. Последним в литературе уделено значительно больше внимания, чем освещаемым здесь и потому в их рассмотрении пока нет необходимости.

### 9. ВВОДНЫЕ СВЕДЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ

Под фрикционными понимают такие простейшие передаточные узлы, в которых сцепление и передача величин и воздействий от ведущего элемента к ведомому осуществляется за счет возбуждения между ними сил сухого трения. Для создания трения элементы

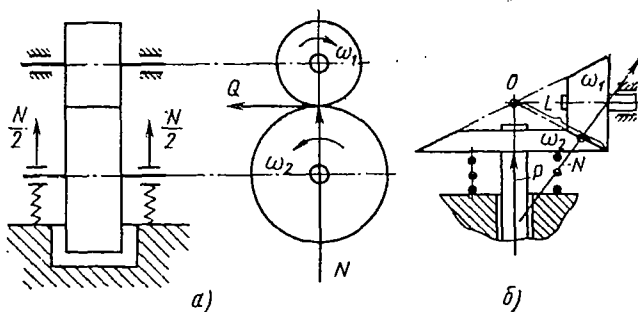


Рис. 6. Фрикционные передачи непосредственного сцепления элементов:

*a* — цилиндрическими колесами; *б* — коническими колесами

должны быть прижаты друг к другу или непосредственно (рис. 6), или через промежуточные тела качения, помещенные между ними (рис. 7).

Ведущими и ведомыми элементами могут быть диски, цилиндрические колеса, валики, ролики, гладкие конусы и сферические тела; промежуточными — валики и шарики. Эти детали просты по форме и не трудны в изготовлении.

Силы прижатия создаются за счет деформаций пружин, иногда при помощи веса, центробежных воздействий, а при колеблющихся мощностях за счет самозатяжки, при которой прижатие автоматически возрастает вслед за ростом сопротивлений на ведомых элементах.

Передаточные отношения узлов рекомендуется выбирать из диапазона от  $1 : 1$  до  $1 : 7$ , и а в малонагруженных неотчетливых устройствах оно может достигать  $1 : 15$  и даже больше.

Фрикционные передаточные устройства с переменными передаточными отношениями называются вариаторами. В приборах

вариаторами являются различные решающие, вычислительные, измерительные и другие механизмы, в нагруженных механизмах — редукторы, передающие довольно большие воздействия. Редукторы строят одно- и двухступенчатыми. Диапазон изменения передаточного числа в одноступенчатом вариаторе не делают больше  $3 \div 4$ , а двухступенчатом — до 8 и не более  $12 \div 16$ . Расширение диапазона сверх указанного приводит к недостаточно работоспособным, громоздким и неприемлемым конструкциям.

При хорошем изготовлении фрикционные передачи надежны и могут работать с линейными скоростями до 25 м/с, передают мощности от ничтожных, как в приборах и вспомогательных устройствах, до десятков и даже сотен киловатт, как в исполнительных механизмах машин.

Фрикционные узлы широко распространены и часто применяются в различных устройствах разных областей техники. В машиностроении наибольшее применение они нашли в бесступенчатых вариаторах, которые отличаются простотой, малыми габаритными размерами, достаточно высоким к. п. д. и потому успешно конкурируют с гидравлическими и электрическими приводами. Однако при постоянном передаточном отношении более выгодным оказывается зубчатый узел как имеющий меньшие размеры и создающий меньшие силовые воздействия на валы и ось.

В приборостроении их используют более разносторонне и шире: как приводные узлы в различных записывающих лентопротяжных механизмах, при построении тормозных устройств, для выполнения не очень точных операций умножения, деления, дифференцирования, интегрирования и некоторых других.

Фрикционные узлы применяют для работы на валах с параллельными или пересекающимися осями. Иное расположение не обеспечивает хорошего действия и нецелесообразно. Конструктивные формы фрикционных узлов различны и определяются их назначением и условиями размещения в основной конструкции. Но чаще применяют следующие фрикционные узлы:

1) передачи цилиндрическими или коническими колесами с параллельными или пересекающимися осями;

2) лобовые передачи с роликами;

3) лобовые передачи с шариками и валиками.

Основными достоинствами фрикционных передач являются:

а) большая, чем у зубчатых, универсальность. Они позволяют

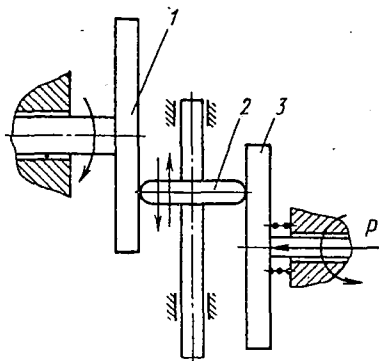


Рис. 7. Лобовая передача:

1 — ведущий диск; 2 — промежуточный переставной ролик; 3 — ведомый диск

обуславливать передачу с плавноизменяющимся передаточным отношением;

б) позволяют легко производить включение и отключение ведомых звеньев при остановках и во время работы;

в) бесшумны в работе, при небольших нагрузках и скоростях позволяют за счет пробуксовывания просто и надежно защищать ведомые звенья от возможных аварийных перегрузок и поломок;

г) элементы передач просты конструктивно и дешевы в изготовлении.

Недостатки фрикционных передач заключаются:

а) в наличии в каждой передаче неизбежного небольшого неконтролируемого проскальзывания ведомого звена относительно ведущего. Следовательно, установленное передаточное отношение в небольшой мере переменное и неопределенно, что ограничивает точность работы передачи;

б) в необходимости применения значительных осевых или радиальных сил для обеспечения сцепления элементов передачи за счет сил трения. Силы прижатия могут превышать передаваемые силы в десять и более раз, что усложняет опоры валов и снижает к. п. д. узлов;

в) в заметном, а иногда одновременно и неравномерном износе рабочих поверхностей при проскальзывании и особенно при буксовании;

г) в более значительных, чем у зубчатых передач, габаритных размерах конструкций.

По передаваемым воздействиям все многообразие фрикционных передач можно разделить на две большие группы:

1) на группу передач, несущих заметные и большие нагрузки и мощности. Это в основном передачи машин, в некоторых случаях ими могут быть и приборные узлы;

2) на группу ненагруженных и малонагруженных фрикционных передач, служащих для осуществления заданных кинематических связей и часто имеющих как большие, так и малые скорости вращения. Такие узлы можно встретить во вспомогательных устройствах машин, но главным образом — в приборах.

## 10. ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ПЕРЕДАЧИ

Наиболее важной особенностью работы всякой фрикционной передачи является всегда наблюдаемое на практике небольшое проскальзывание ведущего элемента относительно ведомого. Оно является результатом довольно сложных явлений взаимодействия элементов и пока мало изучено, поэтому учет его производят с помощью опытных коэффициентов.

В настоящее время различают три вида проскальзывания: а) упругое, б) буксование, в) геометрическое скольжение.

Рассмотрим каждое из них.

**Упругое проскальзывание.** Предположим, что имеем простейший фрикционный узел, состоящий из двух цилиндрических колес (рис. 8) — из ведомого 2 и ведущего 1, оси которых параллельны. Предполагаем также, что ведомое колесо оказывает постоянное сопротивление, равное моменту  $M_2$ , потому для осуществления вращения к поверхности контактирования  $AB$  по радиусу  $\frac{D_2}{2}$  нужно приложить окружную силу  $Q_2 = \frac{2M_2}{D_2}$ .

Для получения такого воздействия колеса должны быть прижаты друг к другу с некоторой силой  $N$ , от которой по месту

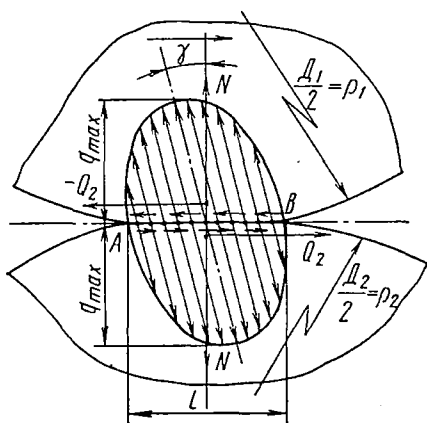
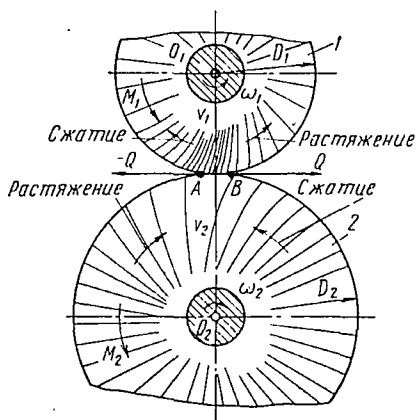


Рис. 8. Фрикционный узел цилиндрических колес

Рис. 9. Взаимодействие колес

контакта  $AB$  возникает сила трения  $T$ , бóльшая или, по крайней мере, равная силе  $Q_2$ , т. е. должно выполняться условие

$$T = fN \geq Q_2 = \frac{2M_2}{D_2}, \quad (12)$$

где  $f$  — коэффициент трения по месту  $AB$ .

Соотношение (12) является основным условием сцепления элементов всякой фрикционной передачи, вместе с тем оно будет одним из отправных положений для построения расчетов рассматриваемых узлов.

Под действием прижимающей силы  $N$  и сдвигающей  $Q_2$  колеса деформируются и будут соприкасаться по узкой площадке  $AB$  ширины  $l$  (рис. 9). Удельные контактные давления  $q$  окажутся распределенными по некоторому закону и отклоненными от общей нормали на угол  $\gamma$ , для которого по условию (12) в среднем имеем

$$\operatorname{tg} \gamma \approx \frac{Q_2}{N} \leq f.$$

Так как для реальных устройств величина  $Q_2$  в 1,5—2,5 раза меньше, чем  $fN$ , то угол  $\gamma$  невелик, и потому  $q_{\max}$  в центре контак-

тирования и ширину  $l$  можно определять по известным формулам Герца

$$\left. \begin{aligned} q_{\max} &\approx 0,59 \sqrt{\frac{N}{b} \cdot \frac{\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}}, \\ l &\approx 2,15 \sqrt{\frac{N}{b} \cdot \frac{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}{\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где  $b$  — толщина колес;  
 $E_1, E_2$  — модули упругости первого рода материала колес.  
 Здесь не учитывается небольшое влияние  $Q_2$ ;

$$\rho_1 = \frac{D_1}{2}; \quad \rho_2 = \frac{D_2}{2}.$$

Помимо того, под действием окружного сопротивления  $Q_2$ , на площадке  $AB$  и в ее окрестности справа и слева возникнут упругие деформации сдвига и искривления (повороты) радиальных волокон материалов колес (см. рис. 8).

Рассмотрим это подробнее, выделив площадку  $AB$  вместе с окрестностью, и проследим взаимодействие волокон колес на этой площадке (рис. 10).

По каждому колесу можно указать три зоны деформаций искривления, сопровождающегося сгущением и разрежением радиальных волокон материалов. Так как колесо 1 является ведущим, то в его зоне  $I_1$  возникает и до точки  $a_1$  постепенно нарастает сгущение. За точкой

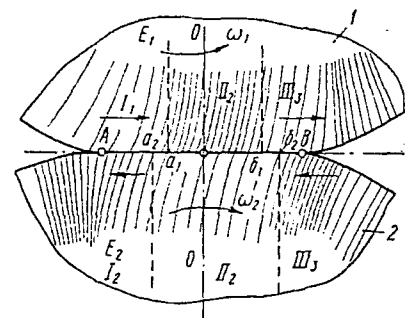


Рис. 10. Взаимодействие колес:

1 — ведущее колесо; 2 — ведомое колесо;  
 $AB$  — поверхность взаимодействия

$a_1$ , из-за возросших давлений и сил трения, рост сдвига и искривление волокон прекращается. По ведомому колесу 2 в его зоне  $I_2$  до точки  $a_2$  происходит растяжение материала и разрежение радиальных волокон. По этим причинам на участке  $Aa_1$  имеет место относительное опережающее скольжение сгущающихся радиальных волокон колеса 1 по отстающим разрежающимся волокнам колеса 2. Расстояние  $a_2a_1$  для разных случаев различно и зависит от модулей  $E_1, E_2$ , радиусов  $r_1, r_2$ , от нагрузки  $M_2$  и от силы прижатия  $N$ . Оно может оказаться равным нулю и тогда центральные зоны  $II_1$  и  $II_2$  будут совпадать.

После перехода через границы  $a_1, a_2$  деформированные волокна колес вступают в зоны  $III_1, III_2$ , где сохраняют свое расположение

неизменным, так как здесь велики удельные контактные давления и отвечающие им силы сцепления от трения. При таких условиях не может возникнуть относительное скольжение зоны  $II_1$  относительно  $II_2$  — они двигаются как единое целое с одной и той же линейной скоростью (по величине и направлению). В противном случае возникло бы буксование.

После точки  $b_1$  давление и сцепление между колесами ослабевают, сгущенные волокна зоны  $III_1$  получают возможность к восстановлению, отчего на участке  $b_1B$  они с опережением скользят по тереющим разрежение и отстающим волокнам зоны  $III_2$ , выпрямляются и затем за точкой  $B$  приобретают некоторое разрежение, которое еще дальше быстро пропадает.

Для участка  $b_1b_2$  зоны  $III_2$ , из-за увлекающего со стороны колеса 1 трения, разрежение волокон колеса 2 сохраняется, а после точки  $b_2$  величина увлекающего трения делается недостаточной, поэтому наступает потеря разрежения, затем за точкой  $B$  разрежение восстанавливается с некоторым колебанием недеформированной структуры. В результате радиальные волокна зоны  $III_2$  смещаются в сторону, обратную вращению.

На основе изложенного распределение линейных окружных скоростей  $v_1$  и  $v_2$  ведущего и ведомого колес можно представить схемой, приведенной на рис. 11. В зонах  $II_1$ ,  $II_2$  скорости одинаковы, в зонах  $I_1$ ,  $I_2$  и  $III_1$ ,  $III_2$  они различны и можно записать

$$v_2 = v_1 - (\Delta v_1 + \Delta v_2).$$

Передаточное отношение

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{v_2}{v_1} = \frac{r_1}{r_2} \left( 1 - \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{v_1} \right)$$

или

$$i = \frac{r_1}{r_2} (1 - \zeta_y), \quad (14)$$

где  $\zeta_y = \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{v_1}$  — коэффициент упругого проскальзывания узла.

Из предыдущего следует, что  $\zeta_y$  должен зависеть от нагрузки ведомого колеса  $M_2$ , материалов колес и от размеров последних. Опытом установлено, что численные значения  $\zeta_y$  невелики и, например, для стальных дисковых колес колеблются в пределах

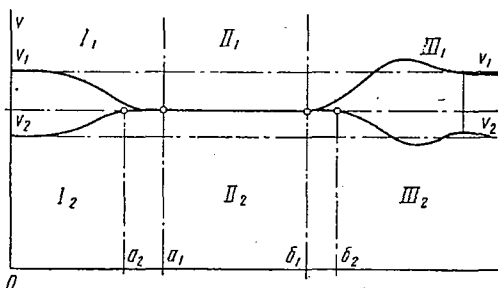


Рис. 11. Распределение окружных скоростей колес

0,001—0,003. При работе стали по резине, наклеенной тонким слоем на стальную основу,  $\zeta_y$  в среднем повышается до 0,03.

**Буксование.** Если величины  $N$  и  $T$ , входящие в соотношение (12) неизменны, а нагрузка  $M_2$  на выходе растет, то при достаточном запасе мощности двигателя на входе будет расти и окружная сила  $Q_2$ . Рост  $Q_2$  вызовет увеличение искривлений сдвига радиальных волокон места контактирования колес и сужение зон  $II_1$  и  $II_2$ . Наконец, наступает момент, когда отрезок  $a_1b_1$  станет равен или близок к нулю. При этом знак неравенства в соотношении (12) исчезнет, и в результате будем иметь

$$T = Q_2, \quad (a)$$

а коэффициент упругого проскальзывания возрастет до своего максимального значения  $\zeta_{\max}$ .

Так как коэффициент трения  $f$  — величина не стабильная и в зависимости от состояния контактирующих поверхностей меняется в некоторых пределах, то нестабильной является и сила трения  $T$ . По этой причине равенство (а) нарушается то в одну, то в другую сторону, передача работает не ровно, рывками, т. е. неудовлетворительно.

При дальнейшем росте момента сопротивления  $M_2$  сила трения  $T$  окажется меньше, чем потребная сила  $Q_2$ , ведущее колесо полностью утратит сцепление с ведомым, наступит так называемое буксование. При этом скорость  $v_2$  либо будет намного меньше  $v_1$ , либо произойдет остановка ведомого колеса.

Для нормально работающей фрикционной передачи буксование недопустимо, точно также неприемлемо условие (а). Величина силы сцепления трения должна заметно превосходить окружное сопротивление. Последнее означает, что всякая фрикционная передача должна иметь подтвержденный практикой достаточный запас по силе сцепления от трения или, как говорят, коэффициент запаса  $n$  по окружной силе  $Q_2$ . Отсюда следует, что основным исходным расчетным соотношением должно быть не условие (12), а

$$T = fN \geq nQ_2, \quad (15)$$

где  $n > 1$ .

При выполнении этого условия буксование отсутствует, следовательно, существуют зоны сцепления  $II_1$  и  $II_2$ , обеспечивающие нормальную работу передачи.

**О проскальзывании «течения».** Физические представления о работе фрикционной пары в различных условиях, непосредственные наблюдения и числовые данные опытов о величинах коэффициентов проскальзывания при отсутствии буксования позволяют предполагать, что на линии раздела  $a_1b_1$  контактирования (рис. 10) не всегда существует абсолютное сцепление, соответствующее чисто упругому проскальзыванию. Оно, по-видимому, имеет место при достаточно чистых контактирующих поверхностях и как-то обуславливается длиной отрезка  $a_1b_1$  или силой прижатия  $N$ .

При загрязнении работающих поверхностей маслами или другими агентами должно иметь место некоторое дополнительное проскальзывание зоны  $II_1$  ведущего колеса относительно зоны  $II_2$  — ведомого. Это проскальзывание не является буксованием. Оно похоже на медленное перенесение течением одной поверхности по другой и потому может быть названо проскальзыванием «течения».

Существование проскальзывания течения подтверждают результаты повседневного опыта. Например, на основе многочисленных экспериментальных данных в различных литературных источниках указывается, что коэффициент упругого проскальзывания  $\zeta_y$  стали по стали, для элементов, работающих всухую, составляет от 0,001 до 0,005 и несколько более, а для помещенных в масляную ванну он находится в диапазоне от 0,030 до 0,050, т. е. имеет величины на порядок больше. Ясно, что перенос передачи в масляную ванну не может изменить упругого проскальзывания, но это меняет условия контактирования вдоль линии  $AB$ . Здесь элементы оказываются в значительной мере разделенными слоем смазки, которая к тому же затягивается в место контактирования.

При учете скольжения течения линейные скорости зон  $II_1$  и  $II_2$  различаются на некоторое значение  $\Delta v_{аб}$ . Оно просуммируется с упругим проскальзыванием, в результате общий коэффициент проскальзывания нормально работающей без буксования фрикционной передачи возрастет и определится по формуле

$$\zeta = \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_{аб}}{v_1}. \quad (16)$$

Поэтому приводимые всюду данные для коэффициента проскальзывания, очевидно, следует понимать в соответствии с выражением (16), т. е. эти данные являются опытными значениями суммарного коэффициента проскальзывания  $\zeta$  без буксования, обусловленными упругим проскальзыванием и скольжением течения.

Только при чистых поверхностях и нужном прижатии, когда достаточна протяженность зон  $II_1$ ,  $II_2$ , можно устранить скольжение течения. Однако об этом пока ничего не известно. Нужны теоретические и экспериментальные исследования. Существующие сейчас сведения о величинах  $\zeta$  для разных пар материалов, о зависимости  $\zeta$  от нагрузки, от размеров колес, их формы и от состояния работающих поверхностей крайне скудны и далеко недостаточны. Все же, если основываться на тех опытных сведениях, какие существуют, то можно принимать, что проскальзывание течения для некоторых пар материалов и в зависимости от состояния работающих поверхностей может значительно (до десяти крат и более) превосходить упругое проскальзывание. Для чистых поверхностей, небольших нагрузок и хорошего прижатия оно может оказаться равным нулю.

**Геометрическое скольжение.** Геометрическое проскальзывание или более точно скольжение обуславливается тем, что во многих фрикционных парах по кинематическим и конструктивным причинам точки соприкасающихся и катящихся друг по другу поверхностей не могут иметь одинаковые линейные скорости.

Для пояснения рассмотрим работу широкоизвестной лобовой фрикционной передачи (рис. 12), состоящей из ведущего диска 1 и ведомого ролика цилиндрической формы 2.

Здесь соприкосновение ведомого элемента с ведущим происходит по образующей  $AB$  цилиндрического ролика. Ролик для всех точек по образующей может иметь только одну линейную ско-

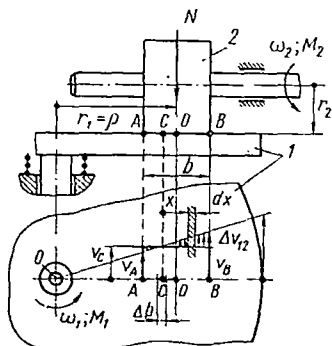


Рис. 12. Геометрическое скольжение лобовой передачи

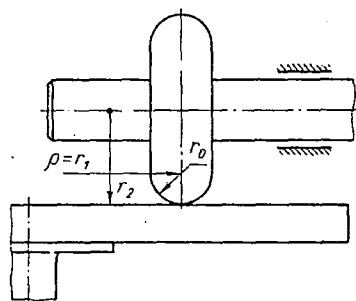


Рис. 13. Лобовая передача с практически устраненным геометрическим скольжением

рость  $v_2$ , в то время как у диска скорости распределены по закону треугольника  $ODE$ . Поэтому на длине соприкосновения  $AB$  они изменяются от  $v_A$  до  $v_B$ , и, следовательно, линейные скорости диска и ролика могут совпасть только для одной точки  $C$  соприкосновения, которая называется полюсом или центром качения, т. е. для точки  $C$

$$v_2 = v_C.$$

Во всех остальных точках между  $A$  и  $B$  имеет место обычное скольжение с относительной скоростью

$$v_{12} = v_1 - v_C.$$

Это и есть геометрическое скольжение.

Таким образом, геометрическое проскальзывание — это относительное скольжение соприкасающихся точек поверхностей, вызванное различием в геометрии и в кинематике фрикционной пары.

Геометрическое скольжение в лобовой передаче проявляется очень ясно, в других — оно наблюдается в меньших масштабах, однако, в большей или меньшей мере имеет место почти всегда.

Геометрическое скольжение вредно тем, что увеличивает потери на трение и повышает износ трущихся поверхностей. Поэтому

в конструкциях форму и расположение тел качения стремятся выбирать так, чтобы снизить и устранить геометрическое скольжение.

В приборах, где основной задачей является получение контролируемого или стабильного передаточного отношения и где силы и передаваемые моменты невелики, поверхность ролика лобовой передачи делают закругленной по радиусу  $r_0$  (рис. 13) и этим в значительной мере устраняют геометрическое скольжение. Избавиться от упругого проскальзывания и сопутствующего ему скольжения течения невозможно — они присутствуют всегда.

## 11. СИЛЫ ПРИЖАТИЯ

Независимо от степени нагруженности моментом  $M_2$ , ведущий и ведомый элементы фрикционного узла должны быть прижаты друг к другу с определенной силой. Это обеспечивает сцепление и нормальную работу. При больших и заметных нагрузках необходимы большие силы, при малых они в соответствующее число раз меньше, но всегда превосходят полезные окружные усилия на порядок, а иногда и в большее число раз (до 20 и больше). Это следует из того, что принимаемые в расчетах коэффициенты трения выбираются из диапазона 0,05—0,40, а запасы по сцеплению 1,5—3.

Такие большие прижатия создают в опорах валов и осей ведомых элементов заметные моменты сопротивлений трения, что суммируется с нагрузочным моментом  $M_2$  и, следовательно, требует расхода определенной части прижатия. При значительном моменте  $M_2$  и малых потерях на трение последними можно пренебречь, но в приборостроении нередки случаи, когда моменты сопротивлений трения оказываются одного порядка с полезным моментом  $M_2$  или даже превосходят его. Поэтому условие сцепляемости (12) в более полном виде следует переписать так

$$T = fN > Q_2 = \frac{2(M_2 + M_c)}{D_2}, \quad (12^*)$$

где  $M_c$  — момент сопротивления всех сил трения на ведомых элементах, приведенный к оси  $D_2$ .

Величина  $M_c$  определяется реакциями в опорах на силу прижатия  $N$  и окружную силу  $Q_2$ , конструкцией опор, их числом и расположением относительно ведомого элемента  $D_2$ , возможны и другие составляющие.

Силы  $N$  и  $Q_2$  почти всегда действуют под прямым углом друг к другу, поэтому нагрузочная на опоры сила  $R_{оп}$  со стороны ведомого элемента  $D_2$  может быть подсчитана по формуле

$$R_{оп} = \sqrt{N^2 + Q_2^2} = \gamma N,$$

где

$$\gamma = \sqrt{1 + \left(\frac{Q_2}{N}\right)^2}.$$

Так как  $Q_2$  в среднем примерно в 10 раз меньше  $N$  и его доля лишь в редких случаях может достигать значений 0,3—0,4, то  $\gamma = 1,01 \div 1,08$ , и для всякого случая оно предварительно может указываться как среднее этого интервала.

Если таким образом указано  $R_{оп}$ , а из принятой схемы известно расположение опор и их конструкция, то всегда можно правильно оценить значение  $M_c$ , т. е. записать

$$M_c = \kappa R_{оп} = \gamma \kappa N,$$

здесь  $\kappa$  — коэффициент, имеющий размерность длины и определяемый конструкцией и расположением опор ведомого элемента.

Для перехода от условия сцепляемости (12\*) к расчетному соотношению (15) необходимо ввести коэффициенты запаса по  $M_2$  и  $M_c$ . В общем случае эти коэффициенты не одинаковы, поэтому запишем

$$fN \geq \frac{2(nM_2 + n_c M_c)}{D_2},$$

откуда, после замены  $M_c$  на его выражение, получим

$$N \geq \frac{nM_2}{f \frac{D_2}{2} - n_c \gamma \kappa}, \quad (17)$$

где  $n$  — коэффициент запаса по сцеплению для выходного момента  $M_2$ ,

$n_c$  — коэффициент запаса по сцеплению для момента сопротивления  $M_c$ .

Для нагруженных узлов величина  $n$  выбирается из диапазона 1,3—1,8, а для малонагруженных или совсем ненагруженных приборных передач, где имеется необходимость повысить точность функциональной связи, рекомендуется интервал 2—3. Коэффициент  $n_c$  во всех случаях можно принимать 1—1,5, что зависит от точности определения  $\kappa$  и доли  $M_c$  в общем моменте сопротивления.

Множитель  $\frac{n}{f \frac{D_2}{2} - n_c \gamma \kappa}$  можно рассматривать как характери-

стику конструкции ведомой части проектируемого узла. Для хорошей работы необходимо, чтобы второй член его знаменателя был в 5—10 раз меньше первого. В высоконагруженных устройствах это условие выполняется достаточно хорошо, поэтому второй член даже не принимается во внимание. В малонагруженных устройствах при неудачном подборе  $D_2$  и конструкции опор, второй член может оказаться сравнимым с первым, т. е. сопротивление возрастает до уровня, сравнимого с передаточными возможностями фрикционного узла, и последний может стать неработоспособным.

Для ненагруженных ( $M_2 = 0$ ) или очень малонагруженных внешними сопротивлениями передача формула (17) теряет смысл. Здесь  $M_c$  оказывается основной нагрузкой на передачу, следовательно, условие (12\*) должно быть выражено так

$$fN \geq n_c \frac{2\gamma \times N}{D_2},$$

откуда можно указать граничное значение для  $D_2$ , а именно

$$D_2 \geq \frac{2n_c \gamma \times N}{f}. \quad (18)$$

Сила прижатия  $N$  здесь может быть любой, и потому ее следует выбирать, руководствуясь соображениями приемлемости для технической реализации в проектируемом устройстве.

## 12. РАСЧЕТ РАДИУСОВ ЭЛЕМЕНТОВ

Несмотря на наличие проскальзывания, функциональная связь выхода со входом малонагруженной фрикционной передачи, работающей при небольших скоростях, может быть сделана достаточно стабильной. Для этого необходим тщательный расчет, хорошее исполнение элементов и сборки, достаточная жесткость конструкции, сохранение неизменности условий эксплуатации. При этом проскальзывание также оказывается стабильным и малым: оно незначительно влияет на точность работы. Опыт построения и эксплуатации некоторых приборов подобного рода подтверждает последнее.

Для получения наименьших размеров элементов и небольшой силы прижатия, фрикционный узел следует помещать в наиболее быстроходной части цепи устройств, где выходной момент  $M_2$  наименьший.

Как обычно, исходными для расчета являются: потребный момент  $M_2$  на выходе ведомого элемента и соответствующее число оборотов  $n_2$ . Передаточное отношение  $i$  иногда указывается непосредственно, но чаще его нужно назначать, исходя из учета места и роли фрикционного узла в общем устройстве, либо принимая во внимание те числа оборотов, какие могут иметь источники воздействий — электродвигатели. После выбора вида передачи, ее схемы и назначения материалов путем расчетов следует определить диаметры  $D_2$ ,  $D_1$  ведомого и ведущего элементов, затем усилие прижатия  $N$  и, наконец, потребный момент на входе или соответствующую мощность.

Так как усилия прижатия  $N$  значительны, то в местах сцепления элементов возникают значительные удельные контактные давления. При работе в масле или при обильной смазке это может приводить к поверхностным разрушениям через усталостное выкрашивание, а при работе всухую — к отслаиванию частиц материала с катящихся друг по другу поверхностей. Следовательно,

расчет размеров элементов должен производиться из условий ограничения фактических удельных давлений  $q$  допускаемыми  $[q]$ .

Узлы приборов, как правило, работают всухую — без масляных ванн и смазки. В применении ванн необходимость не возникает, так как потери на трение невелики, и естественный отвод тепла достаточен сам по себе. Смазка также не применяется, чтобы не загрязнять устройство и не снижать коэффициент трения мест сцепления.

Хотя конструкции узлов и разнообразны, но для практики проектировочных расчетов, а также для получения наиболее простых и технологичных форм ведущего и ведомого элементов необходимо ограничиваться следующими сочетаниями работающих поверхностей:

- а) цилиндра с цилиндром или с плоскостью;
- б) сферы со сферой или с плоскостью;
- в) цилиндра или плоскости с торообразным роликом.

Из двух взаимодействующих тел одно обычно имеет наименьший радиус — его и вычисляют, обращаясь к помощи известных формул Герца, указывающих максимальные или средние удельные давления для контактирующих форм. Размеры второго получают, используя его связь с первым через передаточное отношение или через специально вводимые для расчетов коэффициенты.

При взаимодействии двух цилиндров максимальные удельные контактные давления в центре полосы соприкосновения определяются формулой (13), где радиусы  $\rho_1 = \frac{D_1}{2}$ ,  $\rho_2 = \frac{D_2}{2}$  должны быть связаны заданным передаточным отношением  $i$ , т. е.

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{i} = \frac{D_1}{2i}.$$

Считаем, что  $D_1 = D_{\min}$ , а длину соприкосновения  $b$ , как обычно, выражаем через  $D_1$ , принимая

$$b = \psi_b D_1.$$

Коэффициент  $\psi_b < 1$  и выбирается из соображений конструктивной приемлемости величины  $b$ . Ясно также, что выбор  $\psi_b$  оказывает определенное влияние на результат расчета.

Затем, заменив в формуле (13) силу  $N$  по условию (17) и ограничив  $q_{\max}$  допускаемым значением  $[q]$ , для искомого  $D_1$  получим следующее кубическое предельное неравенство:

$$\left( \frac{D_1}{2i} f - n_c \gamma \kappa \right) \psi_b D_1^2 \geq \left( \frac{0,59}{[q]} \right)^2 \frac{2nM_2(1+i)}{\left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)}.$$

Анализ показывает, что при знаке равенства настоящее условие имеет один действительный и два комплексных корня. Полное решение его затруднительно, а действительный корень легче опре-

делить, если учесть, что член  $n_{c\gamma\kappa}$  обычно заметно меньше  $\frac{D_1}{2i} f$ , поэтому можно прибегнуть к быстросходящейся последовательности двух выражений

$$\left. \begin{aligned} D_1 &\geq \sqrt[3]{\left(\frac{0,59}{[q]}\right)^2 \frac{4nM_2i(1+i)}{f\psi_b\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}}, \\ D_1 &\geq \left(\frac{0,59}{[q]}\right) \sqrt{\frac{2nM_2(1+i)}{\psi_b\left(\frac{D_1}{2i}f - n_{c\gamma\kappa}\right)\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Затем определяем  $D_2$  и  $b$ .

**При взаимодействии цилиндра с плоскостью**, как в плосколобовой передаче (рис. 12), где  $D_1 = \infty$ ,  $D_2 = D_{\min}$ , аналогичным путем получим

$$\left. \begin{aligned} D_2 &\geq \sqrt[3]{\left(\frac{0,59}{[q]}\right)^2 \frac{4nM_2}{f\psi_b\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}}; \\ D_2 &\geq \frac{0,59}{[q]} \sqrt{\frac{2nM_2}{\psi_b\left(\frac{D_2}{2}f - n_{c\gamma\kappa}\right)\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}}, \\ b &= \psi_b D_2. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

В случае ненагруженных передач, когда сила  $N$  назначается непосредственно, первая из формул (13) приводит к соотношениям для цилиндров ( $D_1$ ) и для цилиндра и плоскости ( $D_2$ )

$$\left. \begin{aligned} D_1 &\geq \frac{0,59}{[q]} \sqrt{\frac{2N(1+i)}{\psi_b\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}}; \\ D_2 &\geq \frac{0,59}{[q]} \sqrt{\frac{2N}{\psi_b\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}}, \\ b &= \psi_b D_1 \text{ или } \psi_b D_2. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

**При взаимодействии сфер** максимальные удельные давления в центре пятна контактирования определяются формулой

$$q_{\max} = 0,617 \sqrt[3]{\frac{N\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)^2}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)^2}}. \quad (22)$$

Для подсчета по этой формуле одного из радиусов, например,  $\rho_2 = \frac{D_2}{2}$ , нужно, после выбора  $[q]$ , связать другой радиус с  $\frac{D_2}{2}$  либо через коэффициент  $\rho_1 = \psi_p \frac{D_2}{2}$ , либо через передаточное

отношение  $\rho_1 = \frac{D_1}{2} = \frac{iD_2}{2}$ , когда оно определяется через посредство этих радиусов, а затем заменить силу  $N$  по условию (17). В результате получим

$$\left. \begin{aligned} D_2 &\geq \frac{1,234}{[q]} \sqrt[3]{\frac{nM_2(1+\psi_\rho)^2}{\psi_\rho^2 f \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)^2}}; \\ D_2 &\geq \frac{1,234}{[q]} \cdot \frac{(1+\psi_\rho)}{\psi_\rho \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)} \sqrt{\frac{0,617}{[q]} \cdot \frac{nM_2}{\left(\frac{D_2}{2} f - n_{cyk}\right)}}. \end{aligned} \right\} (23)$$

Если же сфера диаметра  $D_2$  взаимодействует с плоскостью (лобовые передачи), то в формулах (23) надо принять  $\frac{1+\psi_\rho}{\psi_\rho} = 1$ .

! При взаимодействии плоскости с торообразным роликом (рис. 13) нередко принимают  $r_0 = r_2$ , тогда это будет взаимодействие сферы с плоскостью. Второй крайний случай  $r_0 \ll r_2$ , и на него можно распространить формулу (22). Полагая в последней  $\rho_1 = = r_0$ ;  $\frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{r_2} = 0$ , и вводя, как обычно  $[q]$ , получим

$$r_0 \geq \frac{0,617}{[q] \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)} \sqrt{\frac{0,617}{[q]} N}. \quad (24)$$

Согласно настоящим расчетным схемам рабочие поверхности элементов должны взаимодействовать либо по линиям, как цилиндры, либо по точкам, как сферы. На практике такое взаимодействие приходится осуществлять довольно строго, иначе нельзя ожидать хорошей работы фрикционных узлов. Поэтому чистота и геометрические формы поверхностей элементов, а также их сборки должны выполняться с достаточной тщательностью и точностью, а допускаемые удельные контактные давления нужно назначать из диапазонов, отвечающих взаимодействию по микроповерхностям.

Возможны случаи, когда в некоторых узлах поверхности соприкосновения и взаимодействия не являются малыми, т. е. они велики. Тогда расчетные формулы следует строить на другой основе, а допускаемые удельные контактные давления придется назначать соответствующими макроповерхностям. Для приборостроения последнее не характерно и потому здесь не рассматривается.

### 13. МАТЕРИАЛЫ ЭЛЕМЕНТОВ

Материалы колес, роликов, дисков и других элементов фрикционных узлов в основном подвергаются поверхностным разрушениям и износу. Напряжения кручения или изгиба обычно малы и во внимание не принимаются. Учитывая это, к материалам предъявляют следующие требования:

а) работающая пара должна обладать достаточно высоким коэффициентом трения, чтобы не было необходимости в относительно больших силах прижатия;

б) для получения долговечности и сокращения размеров элементов их материалы должны иметь достаточно высокую усталостную контактную прочность и износостойкость;

в) по возможности материалы элементов должны иметь высокие числовые значения модулей упругости, что дает наименьшее упругое проскальзывание и наименьшие потери при перекатывании;

г) рабочие поверхности элементов должны быть стойки против коррозии, а их материалы должны хорошо отводить тепло от мест контактирования.

Удовлетворить всем этим требованиям довольно трудно. Сейчас лучше всего им отвечают закаленные легированные стали, которые благодаря высоким механическим качествам позволяют получать наименьшие размеры колес, сравнительно высокий к. п. д. и хорошо отводят тепло от взаимодействующих мест, где оно выделяется вследствие скольжения, гистерезисных явлений и от перекатывания. Главным недостатком сталей является небольшой коэффициент трения и склонность к коррозированию.

Для высоконагруженных передач следует применять закаленные стали, такие как ШХ15 с термообработкой рабочей поверхности до твердости свыше *HRC* 60, стали 18ХГТ и 18ХНВА, хорошо работающие со смазкой и без смазки. Эти же стали следует применять для высокоточных малонагруженных узлов, в которых необходимо добиваться минимального проскальзывания.

Затем применяют сочетания сталей с текстолитом или фиброй, которые обеспечивают более высокие коэффициенты трения, следовательно, требуют меньших прижатий, меньшей точности изготовления и монтажа. Они работают без смазки создают меньший, чем металлические колеса, шум, но имеют более низкий к. п. д. и большее скольжение. Однако сейчас имеется стремление заменять текстолит высокофрикционными материалами — металлокерамикой и некоторыми пластмассами.

Затем могут быть применены сочетания стальных элементов с элементами, покрытыми кожей, асбестом, тонкими резиновыми слоями и с элементами из дерева. Такие пары дают заметно повышенные по сравнению со стальными коэффициенты трения, но имеют на порядок более высокое проскальзывание и хуже отводят тепло. Их лучше применять в условиях малых нагрузок и небольших линейных скоростей.

Необходимо помнить, что численное значение коэффициента трения зависит не только от сочетания материалов сцепляющихся элементов, но в значительной мере от загрязнений, попадающих на работающие поверхности. Поэтому при работе всухую конструкцию узла следует защищать от попадания масел, влаги и пыли.

Рекомендуется, чтобы ведущее колесо узла было выполнено из более мягкого материала. Возможное при таком условии буксование не будет создавать местные выработки на рабочей поверхности ведомых элементов.

Коэффициенты трения  $f$ , принимаемые за коэффициенты сцепления материалов работающих пар, выбирают по опытным данным. Точно так же опытными данными руководствуются при выборе допускаемых удельных контактных давлений на единицу поверхности или на единицу длины линии соприкосновения (табл. 1).

Таблица 1

Коэффициенты трения некоторых сочетаний материалов

Материалы элементов	Условия работы	Коэффициент трения $f$	Допускаемые контактные давления	
			кгс/см <sup>2</sup>	кгс/см
Закаленная сталь по закаленной стали	В масле при больших скоростях При малых скоростях Всухую	0,04—0,05	(23÷26) НВ при НВ < 300	—
		0,07—0,08	26НВ или 250HRC	
		0,15—0,20	(до 30 000 при точечных контактах) при НВ > 300	
Текстолит по стали или чугу Фибра по стали или чугу Сталь по коже » » резине » » дереву	} Всухую	0,20—0,25	500 ÷ 850	40—80
		0,15—0,20	—	35—40
		0,25—0,35	—	15—25
		0,45—0,60	—	10—30
		0,40—0,45	—	2,5—5

Согласно опытным сведениям [31] коэффициенты трения могут заметно превосходить те, что указаны в табл. 1. Например, для элементов из стали, работающих всухую, он может достигать 0,30 и более, а для пары сталь — текстолит 0,45—0,50. Коэффициенты трения качения при стальных элементах могут быть приняты 0,005 см и для пары сталь — текстолит или фибра 0,025—0,04 см.

Выбор допускаемых удельных контактных давлений необходимо связывать с возможными линейными скоростями катящихся элементов. Чем выше скорости, тем больше нагрев, следовательно, ниже должны быть контактные давления. Для элементов, контактирующих в точке, величины  $[q]$  берут более высокими, чем при линейном контакте.

В том случае, когда элементы соприкасаются и взаимодействуют по большим поверхностям (например, дисковые фрикционы), удельные контактные давления берут в 10—20 раз более низкими, чем при контактах по микроповерхностям.

## 14. ЛОБОВЫЕ ПЕРЕДАЧИ С РОЛИКАМИ

В приборостроении среди лобовых передач довольно часто можно встретить узел, в котором ведущим является плоский диск (рис. 14), а ведомым — ролик с торообразной рабочей поверхностью, очерченной некоторым радиусом  $r_0$ . При необходимости ролик может менять свое положение относительно оси вращения диска и тем менять передаточное отношение узла.

Второй разновидностью будет так называемый грибовидный фрикцион (рис. 15). Ведомым здесь является ролик, а действующий диаметр ведущей сферы гриба меняется вместе с наклоном оси последнего. Таким образом, каждая из разновидностей конструкции может быть вариатором.

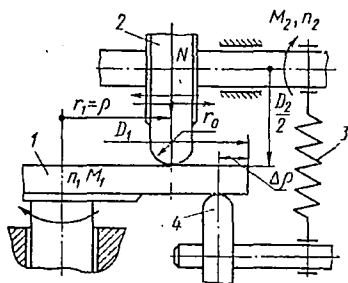


Рис. 14. Лобовая передача с роликом

1 — ведущий диск; 2 — ведомый ролик; 3 — пружина прижатия; 4 — поддерживающий ролик

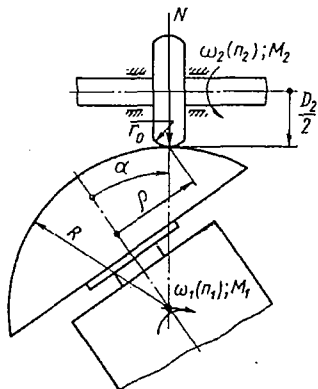


Рис. 15. Грибовидный фрикцион

Передаточное отношение этих фрикционов определяется формулой

$$i = \frac{n_2}{n_1} = \frac{2\rho}{D_2} (1 - \zeta), \quad (25)$$

где  $\zeta$  — коэффициент проскальзывания.

В плоском фрикционе радиус  $\rho$  меняется непосредственно, а в грибовидном он связан с углом поворота  $\alpha$  соотношением

$$\rho = R \sin \alpha$$

и потому грибовидный узел может быть использован как синусный механизм.

Если помимо  $\rho$  целесообразно менять число оборотов  $n_1$  на входе, то каждый из двух узлов можно рассматривать как множительное устройство для двух входных величин  $n_1$  и  $\rho$ , на выходе которого

$$n_2 = \frac{2(1 - \zeta)}{D_2} n_1 \rho.$$

Благодаря тому, что ролик очерчен радиусом  $r_0$ , практически устранено геометрическое скольжение, и полюс сцепления достаточно точно совпадает с установкой по радиусу  $\rho$ .

Теоретически сцепление элементов происходит в точке, практически — по пятну, форма которого зависит от радиусов кривизны тел контактирования, а размеры — от силы прижатия  $N$ . На пятне контактирования и в его окрестности имеют место явления, сходные с теми, которые наблюдаются при взаимодействии цилиндрических колес. Однако за счет иных форм соприкасающихся тел, явление передачи взаимодействия усложняется. С уменьшением  $\rho$  или  $\alpha$  ухудшается сцепление ведомого с ведущим элементом. От этого растет проскальзывание, ухудшается передача воздействий и снижается к. п. д. Последнее ограничивает минимальные значения величины  $\rho$  ( $\geq 6 \div 10$  мм), а максимальным ставят предел конструктивно неприемлемые размеры диска или гриба. Тем самым ограничивается диапазон изменения передаточных отношений вариатора (до четырех).

После назначения материалов определяют диаметр  $D_2$ , затем радиус  $r_0$  ролика, радиус  $R$  гриба и, наконец, с помощью формулы (25) — диапазон ( $\rho_{\max} - \rho_{\min}$ ) для плосколобовой передачи и ( $\alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ ) для грибовидной.

Радиус  $r_0$  ролика каждой из передач может быть назначен равным половине диаметра  $D_2$ . В этом случае имеет место взаимодействие сферы с плоскостью или со сферой. В таком случае численное значение  $D_2$  надо определить по формулам (23), как указано выше.

Однако величину  $r_0$  чаще делают меньшей, чем  $\frac{D_2}{2}$ , поэтому рабочая поверхность ролика оказывается тором двоякой кривизны, а пятно контактирования с плоскостью или сферой — эллипсом с полуосями  $a_1, a_2$ , которые определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= v_1 \sqrt[3]{\frac{1,365N \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)}{\frac{1}{r_0} + \frac{2}{D_2} + \frac{1}{R}}}; \\ a_2 &= v_2 \sqrt[3]{\frac{1,365N \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)}{\frac{1}{r_0} + \frac{2}{D_2} + \frac{1}{R}}}, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

где коэффициенты  $v_1, v_2$  зависят от отношения  $\tau = \frac{\frac{1}{r_0} - \frac{2}{D_2} + \frac{2}{R}}{\frac{1}{r_0} + \frac{2}{D_2} + \frac{2}{R}}$ ,

вычисляются с помощью эллиптических интегралов и приводятся в таблицах. Коэффициент Пуассона принят равным 0,3.

Если  $r_0$  значительно меньше, чем  $\frac{D_2}{2}$  и  $R$ , то оно приближенно может быть определено по формуле (24). Для более точных подсчетов надо воспользоваться условием

$$q_{\max} = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{N}{a_1 a_2} \leq [q], \quad (27)$$

где  $q_{\max}$  — максимальные удельные давления в центре эллипса контактирования, и задаться отношениями

$$\beta_1 = \frac{R}{D_2};$$

$$\beta_2 = \frac{r_0}{D_2},$$

указав последние так, чтобы получить конструктивно приемлемые размеры тел взаимодействия. Естественно, что следует принимать  $\beta_2 < 0,5$ , а  $\beta_1 > 0,5$ . После этого в условии (27) заменяем  $N$  по формуле (17) и полуоси  $a_1, a_2$  по их выражениям (26). Освободившись от корней и выполнив преобразования, найдем

$$D_2^2 \left( \frac{D_2}{2} f - n_c \gamma \kappa \right) \geq 0,0583 \frac{nM_2 \zeta(\beta_1, \beta_2)}{\left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)^2 [q]^3},$$

где коэффициент  $\zeta(\beta_1, \beta_2)$  зависит только от принятых отношений  $\beta_1, \beta_2$  и может быть подсчитан по формуле

$$\zeta(\beta_1, \beta_2) = \frac{\left( 2 + \frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2} \right)^2}{(v_1 v_2)^3}.$$

Для  $D_2$  по аналогии с формулами (19), получим

$$\left. \begin{aligned} D_2 &\approx \frac{0,389}{[q]} \sqrt[3]{\frac{2\zeta(\beta_1, \beta_2)}{f} \cdot \frac{nM_2}{\left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)^2}}; \\ D_2 &\geq \frac{0,242}{[q] \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)} \sqrt{\frac{\zeta(\beta_1, \beta_2) nM_2}{\left( \frac{D_2}{2} f - n_c \gamma \kappa \right) [q]}}. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Произведение  $v_1 v_2$  следует брать по табл. 2 в зависимости от

$$\tau = \frac{\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{2\beta_2} - 1}{\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{2\beta_2} + 1}.$$

При расчете плоско-лобовой передачи величину  $\frac{1}{\beta_1}$  нужно принимать равной нулю.

Коэффициенты для расчета радиусов кривизны

$\tau$	$v_1 v_2$	$\tau$	$v_1 v_2$	$\tau$	$v_1 v_2$	$\tau$	$v_1 v_2$
0,000	1,000	0,762	1,208	0,835	1,293	0,903	1,432
0,107	1,003	0,770	1,215	0,843	1,306	0,910	1,455
0,255	1,015	0,778	1,223	0,851	1,318	0,927	1,515
0,395	1,038	0,787	1,232	0,858	1,332	0,946	1,606
0,534	1,078	0,795	1,240	0,866	1,346	0,952	1,643
0,611	1,108	0,803	1,250	0,874	1,362	0,970	1,808
0,672	1,140	0,811	1,260	0,881	1,378	0,991	2,268
0,713	1,168	0,819	1,270	0,889	1,395	0,997	2,855
0,754	1,200	0,827	1,282	0,896	1,416	—	—

Если сила  $N$  задается непосредственно, то из условия (27) для диаметра  $D_2$  получим формулу

$$D_2 \geq \frac{0,242 \left( 2 + \frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2} \right)}{v_1 v_2 \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) [q]} \sqrt{\frac{N}{v_1 v_2 [q]}} \quad (29)$$

После определения  $D_2$  радиусы  $r_0$  и  $R$  находятся в соответствии с принятыми коэффициентами  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , а диапазоны ( $\rho_{\max}$  —  $\rho_{\min}$ ) и ( $\alpha_{\max}$  —  $\alpha_{\min}$ ) назначаются в зависимости от требуемых передаточных отношений  $i_{\max}$ ,  $i_{\min}$ .

## 15. ЛОБОВЫЕ ПЕРЕДАЧИ С ШАРИКАМИ

Наибольшее применение лобовые фрикционные передачи с шариками нашли в счетно-решающих приборах и в некоторых измерительных устройствах таких, как например, тахометры с регулированием вращения или с дифференциалом и обратной отрицательной связью [68]. Существуют и используются несколько разновидностей передач этого рода, отличающихся по задачам и по конструкции. Схема наиболее простой из них представлена на рис. 16.

Ведомым элементом является валик диаметра  $D_2$ , ведущим — диск. Движение и воздействия от диска к валику передаются через посредство двух шариков, помещенных в колодец. Колодец может менять свою установку вдоль радиуса диска, — от этого меняется радиус сцепления  $\rho$ , и, следовательно, передаточное отношение узла  $i$  определится формулой (25), в которой  $\zeta$  учитывает проскальзывание во всех трех точках контактирования.

Два шарика введены для того, чтобы сделать легкой перестановку колодца. При этом, когда колодец движется вдоль радиуса диска, верхний шарик катится по образующей валика, нижний — по плоскости диска и, наконец, оба шарика без скольжения катятся друг по другу. Если бы применялся только один шарик,

то перемещение колодца было бы затруднено, так как зажатый шарик одновременно скользил бы по диску и по валику, а не катился по ним. Один шарик целесообразно применять, когда  $\rho$  постоянно.

Таким образом, применение двух шариков делает колодец передачи легкоподвижным, а это открывает возможность использования подобной передачи для выполнения некоторых математических операций. Помимо изменения передаточного отношения  $i$ , настоящий узел, с некоторыми дополнениями и усложнениями может быть приспособлен для перемножения двух входных величин, для возведения в квадрат, для логарифмирования, дифференцирования и интегрирования. Рассмотрим некоторые из этих операций.

**Возведение в квадрат.** На основании формулы передаточного отношения  $i$  для элементарных углов поворота  $d\varphi_1$  диска и  $d\varphi_2$  валика можно записать

$$d\varphi_2 = \frac{2(1-\zeta)}{D_2} \rho d\varphi_1. \quad (a)$$

Эта связь может быть использована по-разному. Например, сцепив колесо-гайку с диском  $D_1$  по схеме, показанной на рис. 17, можно сделать  $\rho$  зависимым от  $\varphi_1$ , т. е. получим

$$\rho = k_1 \varphi_1,$$

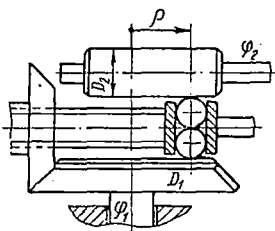
тогда

$$d\varphi_2 = \frac{2k_1(1-\zeta)}{D_2} \varphi_1 d\varphi_1,$$

откуда, после интегрирования, находим

$$\varphi_2 = \frac{k_1(1-\zeta)}{D_2} \varphi_1^2.$$

Рис. 17. Механизм возведения в квадрат



Следовательно, выходная величина  $\varphi_2$  пропорциональна квадрату входной.

**Логарифмирование.** Если теперь, по аналогии со схемой, приведенной на рис. 17, винт перестановки колодца связать с валиком  $D_2$ , и потому установку по  $\rho$  произвести в зависимости от угла поворота  $\varphi_2$

$$\rho = k_2 \varphi_2,$$

а также принять, что ведущим является валик, а ведомым — диск, то вместо уравнения (a) следует записать

$$d\varphi_1 = \frac{D_2}{2\rho} (1-\zeta) d\varphi_2 = \frac{D_2(1-\zeta)}{2k_2} \cdot \frac{d\varphi_2}{\varphi_2}.$$

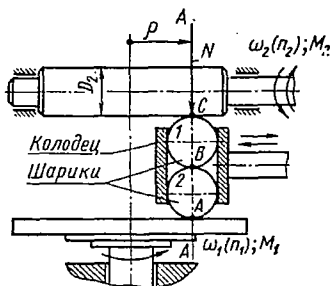


Рис. 16. Лобовая передача с шариками

Проинтегрировав эту зависимость и приняв начальные значения для  $\varphi_{10}$  и  $\ln \varphi_{20}$  равными нулю, получим

$$\varphi_1 = \frac{D_2 (1 - \zeta)}{2k_2} \ln \varphi_2,$$

откуда следует, что выходная величина  $\varphi_1$  определяется натуральным логарифмом от входной  $\varphi_2$ .

**Дифференцирование.** Наконец, механизм, схема которого изображена на рис. 18, используется для определения угловых скоростей валов каких-либо устройств, т. е. для дифференцирования. Здесь измеряемая скорость  $\omega_{\text{нзм}}$  поступает на ось 4 дифференциала.

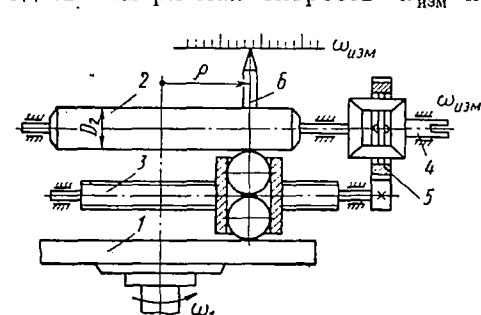


Рис. 18. Механизм дифференцирования

Диск 1 приводится во вращение электродвигателем с постоянным числом оборотов  $\omega_1 = \text{const}$ .

Для угловой скорости  $\omega_2$  валика 2, как обычно, имеем

$$\omega_2 = \frac{2\rho}{D_2} (1 - \zeta) \omega_1.$$

Водило 5 дифференциала вращается в ту или иную сторону в зависимости от того, — больше или

меньше измеряемая скорость  $\omega_{\text{нзм}}$  скорости валика  $\omega_2$ . При этом на винт 3, перемещающий колодец с шариками, за время  $dt$  подается элементарный угол поворота

$$d\varphi_3 = (\omega_{\text{нзм}} - \omega_2) i_{43} dt, \quad (6)$$

здесь  $i_{43}$  — передаточное отношение от оси 4 к винту 3.

Поворот винта на  $d\varphi_3$  вызовет смещение колодца на  $d\rho$ . Элементы  $d\rho$  и  $d\varphi_3$  связаны между собой известным соотношением

$$d\rho = \frac{r d\varphi_3}{2\pi} t_3,$$

откуда

$$d\varphi_3 = \frac{2\pi}{t_3} d\rho,$$

где  $t_3$  — шаг резьбы винта 3.

Подставим теперь в уравнение (6) вместо  $d\varphi_3$  и  $\omega_2$  их выражения и получим

$$\left[ \omega_{\text{нзм}} - \frac{2\rho}{D_2} (1 - \zeta) \omega_1 \right] i_{43} dt = \frac{2\pi}{t_3} d\rho,$$

или

$$\left[ \omega_{\text{нзм}} - \frac{2\rho (1 - \zeta)}{D_2} \omega_1 \right] \frac{i_{43} t_3}{2\pi} = \frac{d\rho}{dt}. \quad (B)$$

В момент измерения, благодаря наличию обратной отрицательной связи через дифференциал, колодец с шариками должен остановиться и своим индексом  $b$  показать величину измеряемой скорости. Следовательно, при этом  $\frac{d\rho}{dt} = 0$ , а потому из уравнения (в) получим

$$\omega_{\text{изм}} = \frac{2(1-\xi)\omega_1}{D_2} \rho,$$

откуда видно, что установившееся  $\rho$  пропорционально  $\omega_{\text{изм}}$ . Последнее вместе с тем означает, что механизм, показанный на рис. 18, дифференцирует поступающее на ось 4 угловое перемещение.

Основным недостатком рассмотренных узлов является большое сопротивление скольжения, которое имеет место между стенками колодца и шариками. Трение скольжения здесь все еще не позволяет иметь достаточную для математических операций легкость хода колодца, во-вторых, оно приводит к быстрому износу элементов колодца, и, следовательно, к потере точности работы передачи. В-третьих, трение заметно способствует увеличению проскальзывания и сильно снижает к. п. д. передачи. Опыт подтверждает, что проскальзывание в таких передачах повышенное, а к. п. д. невелик.

Для исправления названных недостатков были предложены и применяются следующие три разновидности фрикционной передачи на шариках. В первой разновидности неподвижные стенки колодца заменены шариковыми подшипниками (рис. 19). Для полного устранения трения скольжения и получения высокой подвижности колодца требуется восемь шариковых подшипников. На практике часто ограничиваются только четырьмя, сохраняя стенки колодца впереди и сзади.

Ясно, что такая конструкция оказывается более сложной, требующей высокоточного изготовления и сборки. Оси подшипников должны быть достаточно жесткими, и конструкция должна быть смонтирована в относительно малом объеме, что является большим ее недостатком. Однако при хорошем изготовлении достигается заметное снижение проскальзывания и повышение к. п. д. более чем в 2 раза.

Две других разновидности представлены на рис. 20 и 21. Узел, приведенный на рис. 20, имеет поддерживающий валик 1, служащий для того, чтобы с нужной силой прижимать работающий в колодце 3 шарик к ведущему диску 4 и к ведомому валу 2.

В то же время поддерживающий валик может свободно вращаться

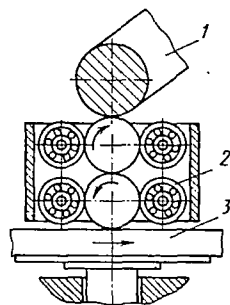


Рис. 19. Узел с уменьшенным сопротивлением трения:

1 — ведомый вал; 2 — шарикоподшипник; 3 — ведущий диск

вокруг своей оси, благодаря чему устраняется скольжение при передаче движения. Но при перемещении колодца вдоль валиков, шарик вращаться не сможет — он будет скользить по диску и по валикам. Поэтому подвижность колодца плохая и применение такого узла в устройствах, где  $\rho$  должно непрерывно изменяться, нецелесообразно.

Узел, показанный на рис. 21, содержит два шарика и два поддерживающих и прижимающих валика. Благодаря этому возрастает подвижность колодца. При перемещении колодца вдоль валиков шарики *1* катятся по образующим валиков и диска и друг

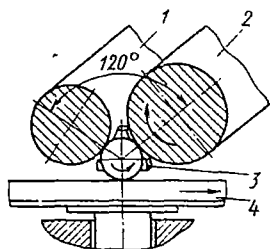


Рис. 20. Узел с двумя валиками

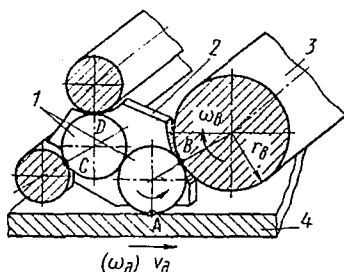


Рис. 21. Узел с повышенной подвижностью:

1 — шарики; 2 — колодец; 3 — ведомый валик; 4 — ведущий диск

по другу в месте их соприкосновения. Качение больше всего облегчено, когда линии, проходящие через точки контактирования *A*, *B* и *C*, *D* шариков, параллельны друг другу.

Преимуществом настоящего узла по сравнению с узлом, показанным на рис. 16, является то, что в передаче от диска к ведомому валу здесь участвует только один шарик, следовательно, уменьшено общее проскальзывание; скольжение шариков по поддерживающим валикам заменено на перекатывание их. К. п. д. такой передачи выше, а проскальзывание ниже, чем у передачи, приведенной на рис. 16. Однако подвижность все еще недостаточна.

Рассмотренные схемы узлов отличаются от других наличием промежуточных тел качения — одним или двумя шариками. Это способствует большей подвижности и легкости работы узла, но усложняет его, увеличивает общий коэффициент проскальзывания и уменьшает способность передавать моменты.

## 16. РАСЧЕТ УЗЛА С ДВУМЯ ШАРИКАМИ

Расчет лобового узла с шариками в значительной мере является типовым и лучше, чем другие, иллюстрирует методическую сторону обеспечения сцепляемости элементов большинства фрикционных передач приборов. Поэтому в качестве примера рассмотрим передаточный узел, конструктивная схема которого представлена

на рис. 16. Вместо одной здесь три точки сцепления и проскальзывания:  $A, B, C$ . Передача движения и воздействий происходит в плоскости  $A-A$ , — сечение по ней изображено на рис. 22: В этой плоскости действуют активные и пассивные моменты сопротивлений и отвечающие им окружные силы и реакции  $Q, F$ .

Для того, чтобы выходной валик диаметра  $D_2$  был надежно сцеплен с ведущим шариком  $1$ , он должен быть прижат к последнему силой  $N$ . Нетрудно видеть, что сила  $N$  одна и та же для всех трех точек сцепления  $A, B, C$ , хотя взаимодействия в них различны, так как по причине трения шариков о стенки колодца, момент сопротивления постепенно возрастает.

Активная окружная сила  $Q_2$ , поддерживающая стационарное вращение валика  $D_2$ , определяется формулой

$$Q_2 = \frac{2(M_2 + \gamma \times N)}{D_2}.$$

Она возбуждается противоположной и равной себе реакцией  $F'_1$ , приложенной к поверхности шарика  $1$  в той же точке контактирования  $C$  (на рис. 22 места приложения сил  $Q_2$  и  $F'_1$  намеренно разнесены). Точно такую же картину взаимодействия имеем в двух других точках  $B$  и  $A$ , так что можно записать

$$\left. \begin{aligned} F'_1 &= -Q_2, \\ F'_2 &= -F''_1, \\ Q_1 &= -F''_2, \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

где  $Q_1$  — активная сила со стороны ведущего диска.

Силы  $F'_1, F''_1$  прижмут шарик  $1$  к колодцу и вызовут реакцию  $N_1 = F'_1 + F''_1$  отчего общий момент  $M'_2$ , который должен быть приложен, чтобы шарик вращался, определится так

$$M'_2 = F''_1 r_1 = F'_1 r_1 + (F'_1 + F''_1) f_1 r_1,$$

здесь  $r_1$  — радиус шарика  $1$ ;

$f_1$  — коэффициент трения скольжения шарика о стенки колодца.

Отсюда, учитывая первое из равенств (а), получим

$$F''_1 = -Q_2 \frac{1 + f_1}{1 - f_1}.$$

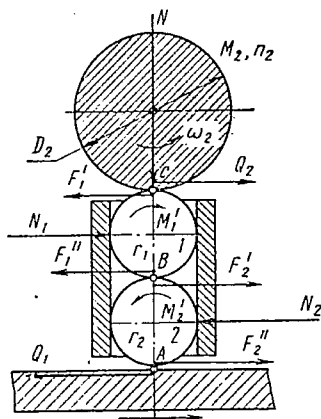


Рис. 22. Сечение лобовой передачи с двумя шариками

Аналогичным путем для шарика 2 найдем

$$F_2'' = Q_2 \frac{(1+f_1)(1+f_2)}{(1-f_1)(1-f_2)}.$$

Обычно шарики сделаны из одного и того же материала, поэтому  $f_1 = f_2 = f_k$  и, следовательно,

$$F_2'' = Q_2 \frac{(1+f_k)^2}{(1-f_k)^2}.$$

Для получения сцепления во всех трех точках  $C$ ,  $B$ ,  $A$  нужно иметь

$$\left. \begin{aligned} Nf_C &> Q_2; \\ Nf_B &> Q_2 \frac{1+f_k}{1-f_k}; \\ Nf_A &> Q_2 \frac{(1+f_k)^2}{(1-f_k)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Отсюда видно, что наиболее нагруженной является точка  $A$  и при одинаковом  $N$  она требует наибольшего коэффициента трения. Но материалы элементов обычно подбирают так, что все три коэффициента трения  $f_A$ ,  $f_B$ ,  $f_C$  оказываются равными. Следовательно, сила прижатия  $N$  должна быть определена по условию достаточности запаса сцепления в точке  $A$ .

Считая, как и выше, что запас по моменту трения  $\gamma k N$  ведомого звена должен быть иным, чем по полезной нагрузке  $M_2$ , на основе последнего условия (6) можно записать

$$Nf_A \geq \frac{2(nM_2 + n_c \gamma k N)}{D_2} \frac{(1+f_k)^2}{(1-f_k)^2},$$

откуда получаем

$$N \geq \frac{nM_2}{\frac{D_2}{2} f_A \frac{(1-f_k)^2}{(1+f_k)^2} - n_c \gamma k}. \quad (30)$$

Выражение (30) отличается от формулы (17) только множителем в первом члене знаменателя. Этим оно учитывает работу двух промежуточных передаточных тел в цепи фрикционного сцепления.

Передаточное отношение с учетом проскальзывания в трех точках

$$\begin{aligned} i &= \frac{2\rho}{D_2} (1 - \zeta_A)(1 - \zeta_B)(1 - \zeta_C) \approx \\ &\approx \frac{2\rho}{D_2} [1 - (\zeta_A + \zeta_B + \zeta_C)], \end{aligned} \quad (31)$$

следовательно, общий коэффициент проскальзывания равен сумме трех по точкам  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

Все три точки цепи взаимодействия испытывают одну и ту же силу прижатия  $N$ , но наиболее слабой по напряжению окажется та из них, для которой комплекс суммарной кривизны и допускаемого удельного давления окажется наименьшим.

Так как прочностные свойства всех четырех элементов цепи взаимодействия примерно одинаковы, то за наиболее уязвимую можно принять точку  $B$  контактирования двух сфер. Для вычисления их радиусов  $r_1 = r_2 = r$  нужно воспользоваться формулами (23), приняв в них  $D_2 = 2r$ ,  $\psi = 1$  и, в соответствии с условием (30)  $f = f_A \frac{(1 + f_K)^2}{(1 - f_K)^2}$ . Затем по полученному результату и на основе приемлемости надо подобрать ближайший по ГОСТ 3722—60 размер шариков, считая что они работают в конструкции. Далее ясно, что из-за одинаковости силы  $N$ , контактная прочность в точке  $A$  должна оказаться достаточной, а величина  $D_2$  из возможного расчета получается того же порядка, что и  $2r$ . Учитывая последнее, на основе формул (26) и условия (27) можно записать

$$\frac{D_2}{2r} \approx \frac{[q]_r}{[q]_{D_2}},$$

откуда получим

$$D_2 \geq \frac{[q]_r}{[q]_{D_2}} 2r, \quad (32)$$

где  $[q]_r$  — допускаемое контактное давление по материалу шариков;

$[q]_{D_2}$  — допускаемое контактное давление по материалу валика.

После этого, исходя из заданного интервала передаточного отношения и формулы (31), можно определить  $\rho_{\min}$  и  $\rho_{\max}$  ведущего диска, т. е.

$$\left. \begin{aligned} \rho_{\min} &= \frac{i_{\min} D_2}{1 - (\zeta_A + \zeta_B + \zeta_C)}; \\ \rho_{\max} &= \frac{i_{\max} D_2}{1 - (\zeta_A + \zeta_B + \zeta_C)} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

и затем диаметр диска

$$D_1 = 2\rho_{\max} + \Delta D_1,$$

где величина  $\Delta D_1$  назначается из конструктивных соображений.

### 17. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ

В машинах и приборах применяются узлы, в которых передача движений и воздействий от ведущего звена к ведомому осуществляется при помощи промежуточных гибких элементов, таких как различные ремни, цепи, стальные ленты, канатики, шнуры и нити. Они носят название гибких связей. Ведомыми и ведущими деталями таких узлов являются шкивы, диски, ролики, барабаны, звездочки. Например, в машинах широко применяется ременная

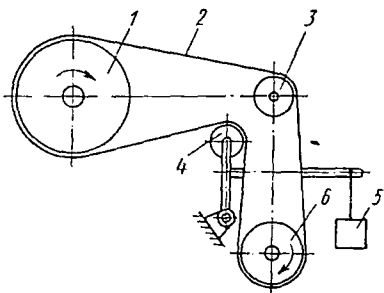


Рис. 23. Передача с гибкой связью:  
1 — шкив ведомый; 2 — связь; 3, 4 — ролики направляющий и натяжной; 5 — груз; 6 — шкив ведущий

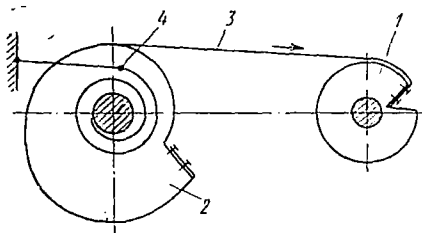


Рис. 24. Передача гибкой связью:  
1 — диск ведущий; 2 — диск ведомый; 3 — связь; 4 — пружина обратного хода

передача (рис. 23), в приборах используются как приводные устройства электродвигателей, работающие при помощи плоских, круглых и клиновых пассиков, или же передачи углового перемещения (рис. 24).

В отличие от зубчатых, фрикционных и других, в передачах с гибкими связями отсутствует непосредственный контакт между ведущими и ведомыми деталями: силы и движения передаются через гибкие связи. Это сообщает передаточным узлам ряд особенностей и выделяет гибкую связь, как главный объект исследования и расчета.

В зависимости от вида используемой гибкой связи различают:

- а) передачи при помощи ремней или ременные;
- б) передачи пассиками (приборные и маломощные узлы);

- в) передачи металлическими лентами и канатиками;
- г) передачи шнурами, нитями и неметаллическими лентами;
- д) цепные передачи;
- е) передачи гибкими валиками.

В машиностроении распространены и применяются главным образом ременные, цепные и отчасти передачи гибкими валиками. Остальные виды встречаются реже и используются в неотвественных устройствах.

В приборостроении ременные и цепные передачи применяются только в случаях, когда прибор или приборная установка включает в себя конструкции, по нагрузкам сходные с машиностроительными, или же когда эти передачи используются как готовые изделия машиностроения (например, клиноременные передачи небольших насосов). Остальные четыре вида можно встретить в линиях различных передающих устройств со средними или невысокими точностями, но чаще в составе приводов от электродвигателей.

В машинах передачи с гибкими связями, как правило, нагружены значительными моментами, часто работают при относительно больших скоростях и развивают заметные и большие мощности. По этой причине их необходимо рассчитывать на прочность и долговечность.

Гибкие связи передач приборов работают с малыми и небольшими усилиями, но они все же должны подвергаться прочностному и иным расчетам, так как из-за малых поперечных сечений напряжения их материалов легко могут оказаться за пределами допускаемых. Помимо того, иногда необходим подсчет возможных погрешностей от деформаций растяжения, температурных удлинений и проскальзывания. В других случаях нужна оценка надежности и запаса сцепления связи с ведущими и ведомым элементами.

Главной особенностью всякой связи должно быть малое сопротивление изгибу, что позволяет рассматривать ее как идеально гибкую. В то же время она должна быть достаточно прочной против значительных растягивающих усилий, в нужной мере упругой и приемлемо долго сохранять эти свойства. Иногда требуется, чтобы ее деформации были также достаточны.

По сравнению с другими видами, передачи с гибкими связями обладают некоторыми бесспорными преимуществами, благодаря которым они оказываются предпочтительными при выборе подходящих конструктивных решений той или иной задачи проектирования. Основными достоинствами передач с гибкими связями являются:

а) простота и компактность конструкций, достаточная работоспособность и надежность;

б) возможность транспортировать энергию и движения на относительно большие расстояния и в любом направлении без заметного усложнения конструкций;

в) способность работать при малых, средних и при больших линейных скоростях в достаточно широком диапазоне передаваемых мощностей;

г) способность смягчать ударные воздействия и предохранять ведущие и ведомые устройства от возможных перегрузок за счет эластичности связи и ее проскальзывания.

Главными недостатками являются:

а) относительно большие размеры узлов по сравнению с зубчатыми, повышенные нагрузки на валы и оси (на гибкие валики этот недостаток не распространяется);

б) сравнительно малая долговечность многих видов гибких связей, — при интенсивной работе они быстро изнашиваются и требуют замены;

в) часто присущая относительно низкая точность передачи перемещений, что в приборостроении может ограничивать или совсем исключать их применение. Неточности возникают из-за удлинения связей от температурных изменений, деформаций, от колебаний влажности окружающей среды, провисания и от проскальзывания.

Все передачи с гибкими связями, независимо от их конструктивного оформления, можно разделить на:

1) передачи, у которых сцепление гибкой связи с ведущим и ведомым элементами осуществляется за счет сил трения;

2) передачи, у которых гибкая связь своими концами наглухо прикреплена к ведущему и ведомому элементам;

3) передачи со сцеплением связи при помощи зубьев на ведомом и ведущем элементах.

Несколько особое место занимает передача гибким валиком.

Способ сцепления накладывает определенный характер на работу передачи, ее расчет и на проектирование.

Сцепление за счет трения и зубьев используют в случаях, когда требуется передавать непрерывное вращение и заметные мощности. Наглухо прикрепленная связь допускает лишь ограниченные углы поворота, но зато не имеет относительного проскальзывания по ведущему и ведомому элементам. Она более точна. Передача с помощью гибкого валика незаменима, когда устройство, потребляющее механическую энергию, должно часто менять свое положение в пространстве относительно неподвижно закрепленного источника движений.

Наиболее распространенной формой поперечного сечения связи является прямоугольник (рис. 25), у которого ширина  $b$  на порядок или больше превосходит толщину  $h$ . Такая форма сечения наиболее приемлема, самая работоспособная и обеспечивает луч-

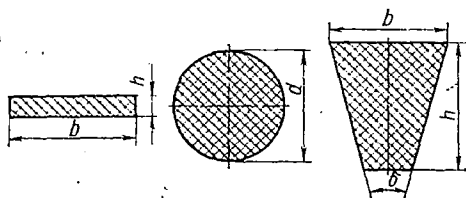


Рис. 25. Сечения связей

шее качество передачи вращения. Реже и преимущественно в мало-мощных и менее ответственных устройствах используют связи с поперечным сечением в виде круга. Недостатком такой формы сечения является меньшая точность и высокие удельные давления по местам сцепления, ведущие к сравнительно быстрому износу рабочих поверхностей связи и шкивов. Наконец, там, где надо иметь повышенную тяговую способность при относительно небольших размерах и межцентровых расстояниях, лучшие результаты показывают связи с клиновым поперечным сечением. Однако они уступают связям ленточной формы по плавности и точности передачи вращения. Применение других форм поперечного сечения связи нецелесообразно.

Ниже главное внимание уделено передаточному узлу со связью прямоугольного поперечного сечения, сцепляющейся со шкивами за счет сил трения.

### 18. ПРОСТЕЙШИЙ ПЕРЕДАТОЧНЫЙ УЗЕЛ И ЕГО ГЕОМЕТРИЯ

Основой для построения как простых, так и сложных передаточных устройств с гибкой связью фрикционного сцепления является простейший передаточный узел, состоящий из ведомого  $D_2$  (рис. 26) и ведущего  $D_1$  шкивов, охваченных достаточно упругой связью, растянутой до некоторой силы  $S_0$  и имеющей очень малую изгибную жесткость.

Ведущий шкив  $D_1$  (им также может быть ролик, барабан и т. д.) через посредство связи передает некоторый момент и вращение на ведомый  $D_2$ . На валу последнего при числе оборотов  $n_2$  необходимо преодолевать момент сопротивления  $M_2$ , являющийся внешней нагрузкой для рассматриваемого узла.

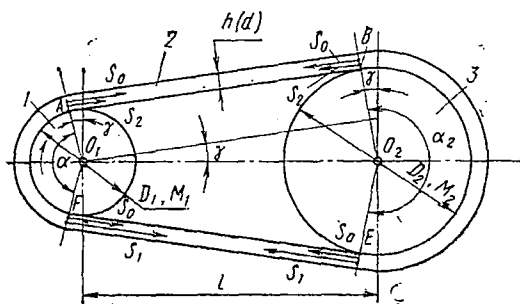


Рис. 26. Геометрия передаточного узла с гибкой связью и силы натяжения:

1 — шкив ведущий; 2 — связь; 3 — шкив ведомый

Сила начального натяжения  $S_0$  прижимает связь к шкивам и возбуждает силы трения, при помощи которых осуществляется сцепление. Величину  $S_0$  подсчитывают как достаточную для нормальной работы узла при нагрузке  $M_2$  и заданных условиях. При этом следует учитывать опытные сведения о способности связи сохранять постоянство начального натяжения достаточно долго.

Использование упругих свойств связей для сцепления за счет сил  $S$  от деформаций ( $l = \text{const}$ ) возможно при выполнении двух условий:

а) величины деформаций растяжения должны быть достаточны и на порядок или более превосходить возможные температурные колебания расстояний  $l$  между центрами шкивов, а так же колебания длин связей от температуры и влажности. В противном случае прижатие связи к шкивам становится нестабильным, что делает передачу неработоспособной;

б) для заданных условий упругие свойства связей должны быть достаточно стабильны во времени.

Таким характером работы в приемлемой мере обладают различные ремни и пассики, поэтому их часто используют без постороннего источника силы. Расстояние  $l$  между центрами ведомого и ведущего шкивов должно сохраняться постоянным в течение всего срока работы, а возможные изменения его с целью восстановления  $S_0$  производят эпизодически, передвигая один из шкивов и тем устраняя накапливающиеся с течением времени вытяжки.

При создании натяжений  $S_0$  за счет грузов или пружин центр одного из шкивов (обычно ведущего) делают подвижным, т. е. в процессе работы  $l$  изменяется вслед за вытяжкой ( $l = \text{var}$ ), но остается неизменной та сила, которая возбуждает начальное натяжение  $S_0$ .

Необходимая сумма натяжений в обеих ветвях связи заметно превосходит полезное окружное усилие, что создает повышенное нагружение силами и изгибающими моментами осей и валов, поддерживающих ведущие и ведомые шкивы. Большие нагрузки ведут к утяжелению конструкций осей и валов, а также их опорных узлов и служат причиной увеличения потерь на трение.

Если известны диаметры  $D_1$ ,  $D_2$  и межцентровое расстояние  $l$ , то из схемы, показанной на рис. 26, находим

$$\sin \gamma = \frac{D_2 - D_1}{2l}, \quad (34)$$

а углы обхвата  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  связью шкивов определяются по формулам

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \pi - 2\gamma; \\ \alpha_2 &= \pi + 2\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Длина связи, находящейся на шкивах, и отнесенная к средней нейтральной линии, без учета возможного провисания

$$L = 2l \cos \gamma + \alpha_1 \frac{D_1 + h}{2} + \alpha_2 \frac{D_2 + h}{2}, \quad (36)$$

где  $h$  — толщина связи, если она плоская, и диаметр при круглом сечении. Для случая клиновой связи множители при  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  должны быть заменены на радиусы расположения нейтрального слоя.

В это значение входит величина деформации связи  $\Delta L_0$ , полученная от силы начального натяжения  $S_0$

$$\Delta L_0 = \frac{L_{\kappa} S_0}{EF}, \quad (37)$$

где  $L_k$  — недеформированная длина связи в свободном состоянии или длина ее конструкции;  
 $E$  — модуль упругости первого рода;  
 $F$  — поперечное сечение.

Так как  $L = L_k + \Delta L_0$ , то

$$L_k = \frac{L}{1 + \frac{S_0}{EF}} = \frac{L}{1 + \frac{\sigma_0}{E}}, \quad (38)$$

здесь  $\sigma_0 = \frac{S_0}{F}$  — напряжение растяжения от  $S_0$ .

Формулы (34) — (38) служат для определения конструктивной длины связи по уже известным размерам передачи.

Так как выпускаемые промышленностью связи часто замкнутые, то полученная таким образом длина должна быть согласована с ближайшим значением по ГОСТу или стандарту предприятия, а затем соответственно должно быть изменено межцентровое расстояние  $l$  в конструкции.

Для более сложных устройств подсчет длины  $L_k$  и углов обхвата  $\alpha_1, \alpha_2$  производится аналогично.

## 19. ИДЕАЛИЗАЦИИ И ОГРАНИЧЕНИЯ

В основу построения теории и методов расчета передач с гибкими связями положены некоторые идеализации и ограничения, которые в качественном отношении очевидны, а в количественном — даются при помощи числовых норм и рекомендаций, полученных из специальных экспериментов и долговременной производственной практики. Для проектанта эти сведения очень важны, так как, руководствуясь ими, он создает конструкции работоспособными и даже близкими к оптимальным по многим или по большинству технико-экономическим показателям. Однако к настоящему времени такие исследования были проведены и проводятся главным образом по устройствам, используемым в машиностроении, передающим средние и близкие к средним мощности. Их результаты с помощью поправочных коэффициентов распространяются на более крупные и на меньшие по габаритным размерам узлы, что позволяет охватить расчетами лишь ограниченную область устройств. Но в этом случае экспериментальные данные все еще далеко недостаточны, а для передач пассивными они вообще отсутствуют.

**Идеализации.** Для гибкой связи главной идеализацией является предположение о ее большой изгибной мягкости, т. е. утверждение, что до каких-то пределов жесткость связи на изгиб ничтожна и потому существенно не влияет как на работу, так и на расчет размеров проектируемого узла. Границы такой идеализации для разных связей различны, устанавливаются экспериментально и на основе результатов долговременного производственного опыта.

Для связей прямоугольного и круглого поперечных сечений (плоские ремни, плоские и круглые пассики, канатики, шнуры и нити) эти границы указываются опытным соотношением

$$\frac{D_{\min}}{h} \geq \left[ \frac{D}{h} \right], \quad (39)$$

где  $D_{\min}$  — минимальный диаметр проектируемого ведомого или ведущего шкива, изгиб связи толщины  $h$  (или диаметра  $d$ ) по которому может считаться все еще малым и несущественным;  $\left[ \frac{D}{h} \right]$  — допускаемое значение, известное из опыта и указывающее предельную величину для отношения  $\frac{D_{\min}}{h}$ .

В настоящее время числовые значения  $\left[ \frac{D}{h} \right]$  установлены и хорошо известны лишь для плоских ремней, применяемых в машиностроении: кожаных, прорезиненных, хлопчатобумажных и шерстяных. Их минимальные величины соответствуют 25—40 единицам. Благодаря появлению новых высокопрочных синтетических материалов старые, только что названные ремни вытесняются и заменяются новыми со значительно большей несущей способностью. Они в 2—3 раза тоньше, а потому позволяют рекомендовать более высокую норму для  $\left[ \frac{D}{h} \right] = 100 \div 150$ , что не влечет за собой увеличение диаметров шкивов. Во многих случаях величину  $\left[ \frac{D}{h} \right]$  можно несколько снизить (например, до 75—100) без заметного ущерба для работоспособности и долговечности связи. Для клиновых ремней указываются минимально допустимые диаметры  $[D]$  по каждому типоразмеру. Для остальных видов связей, включая и пассики, такие нормы пока не существуют.

Далее принимается, что до определенных пределов по напряжениям растяжения гибкая связь упруга, ее деформации пропорциональны растягивающим силам и модуль упругости первого рода постоянен. Однако это предположение вполне достоверно лишь для ограниченного количества видов связей, таких как тонкие стальные ленты, канатики из стальных проволок и пружинные пассики. По отношению к другим видам связей: плоским и клиновым ремням, пассикам из старых и новых материалов, шнурам, нитям и т. д. — такое предположение выполняется приближенно и только в течение ограниченного срока службы в работающей передаче. Опыт показывает, что все эти связи со временем вытягиваются и теряют силу натяжения. Модуль упругости материалов также несколько меняется вместе с изменением натяга. Все изменения учесть трудно и неэффективно, а для проектировочных расчетов часто невозможно из-за отсутствия опытных данных и не является определяющим. Но вместе с тем, тот же опыт показывает, что указанная идеализация здесь полезна и допустима, если потом в конструкциях предусмотреть возможность небольших из-

менений межцентрового расстояния  $l$ , что позволит периодически или постоянно восстанавливать силу начального натяжения  $S_0$  и компенсировать некоторые другие неучтенные второстепенные факторы.

Третья идеализация касается всего передаточного узла в целом и заключается в том, что за основу построения теории и расчетов принимается простейший передаточный узел, состоящий из двух шкивов (рис. 26), охваченных замкнутой невесомой связью. Каждое другое устройство с гибкими связями или эквивалентно этому простейшему узлу, или может быть расчленено на подобные составляющие. Ведомый шкив нагружен постоянным моментом сопротивления  $M_2$ , свободные ветви связи не провисают и не колеблются, шкивы имеют строго постоянное вращение вокруг бесконечно жестких осей. Такой режим работы носит название стационарного. Нестационарные режимы разгона и остановки не рассмотрены, так как они выходят за границы теории передаточного узла и требуют более широкого анализа в динамике.

**Ограничения.** Гибкие связи, такие как пассики, работают главным образом на растяжение, а при обегании ими поверхностей шкивов, дисков, роликов, барабанов испытывают так же изгиб, сжатие от противодействия прижима и напряжения сдвига как результат сцепления за счет трения и проскальзывания. Однако в настоящее время в качестве основной прочностной характеристики рассматривается напряжение растяжения с поправкой, учитывающей влияние изгиба, а напряжения сжатия и сдвига не учитываются, так как они несущественны. Опытные сведения о величине напряжений сжатия и сдвига крайне скудны, либо вовсе отсутствуют, хотя по данным практики они иногда приводят к продольному расслоению волокон тел некоторых связей.

Сведения о предельных допускаемых напряжениях сейчас явно недостаточны или просто отсутствуют. Это относится ко всем видам пассиков, шнурам, нитям, круглым ремням, которые используются в малонагруженных узлах. Для плоских и клиновых ремней практикой машиностроения и специальными экспериментами установлены несколько иные ограничительные нормы. Они отличаются от общепринятых и базируются на так называемых начальном натяжении и полезных напряжениях для плоских ремней или полезных удельных окружных силах на 1 см ширины для клиновых (передаваемых мощностях одним ремнем определенного типоразмера).

Независимо от того, что принято, в конечном итоге всегда ограничиваются напряжения, т. е.

$$\sigma \leq [\sigma], \quad (40)$$

где под  $\sigma$  понимают какое-нибудь одно напряжение или эквивалент нескольких, создающий наибольшую опасность для разрушения в каждом рассматриваемом случае,  $[\sigma]$  — его допускаемое значение.

С увеличением линейной скорости связи постепенно растут и становятся более значительными явления, которые вначале из-за своей малозначимости просто не принимались во внимание (ослабление сцепления связи с ведомым и ведущим элементами от действия центробежных сил, нагрев связи от трения при скольжении и от изгибов при обегании шкивов, рост износа, усиление сопротивления воздуха и некоторые другие). Они создают большую напряженность передачи и ухудшают ее работу, в результате сокращается срок службы передачи и она выходит из строя. Таким образом, линейная скорость связи оказывается некоторым общим и достаточно важным критерием приемлемости и работоспособности узла. Поэтому проектант вынужден ограничивать ее максимальное значение, чтобы передача работала нормально и достаточно долго. Эти условия выражаются соотношением

$$v_{\max} \leq [v], \quad (41)$$

где  $v_{\max}$  — фактическая максимальная линейная скорость связи;  
 $[v]$  — допускаемое или рекомендуемое как предельное значение линейной скорости для определенного вида связи, установленное опытом или выбираемое по другим соображениям.

В машиностроении для плоских и клиновых ремней величины  $[v]$  указываются по ГОСТу, либо экспериментальными нормами. Для некоторых видов пассиков также можно указать скорости, с которыми они работают или могут работать. Однако в последнем случае такие сведения далеко недостаточны.

Методика указания величины  $[v]$  в общем случае довольно неопределенна и зависит от многих обстоятельств, а не только от того, какая скорость для какого вида связи возможна как предельная. Допускаемое значение  $[v]$  может определяться условиями работы и возможностями проектируемого устройства, прочностью шкивов против действия центробежных сил, целесообразностью применения малых, средних и больших скоростей и, наконец, необходимостью в отдельных случаях иметь какое-то конкретное число оборотов. В маломощных передачах пассиками обычно невелики диаметры шкивов, поэтому скорости здесь зависят от потребных чисел оборотов, следовательно, их не приходится задавать, но они все же должны быть проконтролированы по опытному условию (41). Таким образом, под величиной  $[v]$  надо понимать то оптимальное ее значение, которое отвечает всем ограничительным факторам и требованиям на проектирование.

Как дополнение к ограничению по скорости (41), вводят еще одно. Оно направлено на ограничение числа изгибов и работы скольжения за единицу времени при обегании связью шкивов. Записывают его так

$$\frac{[v]}{L} \leq [u], \quad (42)$$

где  $L$  — длина связи в развернутом состоянии;  
[ $u$ ] — допускаемое число пробогов за единицу времени (равно половине числа изгибов со скольжением).

Условие (42) ограничивает работу на преодоление сил сопротивления при изгибе и скольжении, следовательно, температуру нагрева связи, а также частоту смены напряжений, возникающих при обегании шкивов.

Помимо указанных главных необходимо принимать во внимание еще следующие ограничения:

а) при проектировании конструкция собственного строения связи, как правило, не разрабатывается, а выбирается из числа выпускаемых по ГОСТу или ТУ с внешними размерами, наиболее близкими к расчетным. Такой выбор накладывает некоторые ограничения на окончательные размеры элементов конструкций разрабатываемых узлов;

б) для одной пары или узла подающих и принимающих элементов передаточное отношение  $i$  не рекомендуется принимать выходящим из пределов  $\frac{1}{5} \leq i \leq 5$ . Отклонение от этого диапазона возможно, но оно влечет за собой получение малопримлемых и в какой-то мере уродливых конструкций, когда один шкив слишком мал по сравнению с другим, расположенным рядом;

в) точно так же нежелательны излишние большие межцентровые расстояния  $l$ . Если они все же необходимы, то надо вводить в конструкции направляющие ролики, поддерживающие длинные свободные ветви связи и т. д.

Существуют и могут встречаться другие, менее общие, но для отдельных случаев достаточно важные ограничения и рекомендации, полученные на основе опыта или вытекающие из условий на проектирование. Их также приходится принимать во внимание.

## 20. НАТЯЖЕНИЯ И РЕЖИМЫ РАБОТЫ

При работе узла без нагрузки или при холостом ходе, когда малыми сопротивлениями моментов трения в опорах можно пренебречь, верхняя и нижняя ветви связи имеют одинаковые натяжения, равные начальному  $S_0$ . Если же на ведомом шкиве  $D_2$  возникает момент сопротивления  $M_2$ , то для его подавления в ведущей и ведомой ветвях образуются разные натяжения  $S_1 > S_2$  (рис. 27).

Различные натяжения в одной и той же связи возможны только при условии компенсации этого различия за счет сил трения, возникающих по поверхностям соприкосновения связи со шкивами на углах обхвата  $\alpha_1, \alpha_2$  (см. рис. 26). Ниже показано (подтверждено опытом и многочисленными экспериментами), что такая компенсация в правильно спроектированной и нормально работающей передаче происходит по дугам  $\alpha_{S1}, \alpha_{S2}$  (рис. 27), которые не-

сколько меньше своих углов обхвата и всегда располагаются на склоне связи со шкивов.

Силы трения на углах  $\alpha_{S1}$ ,  $\alpha_{S2}$  в конечном итоге обусловлены начальным натяжением  $S_0$  и тем, что благодаря своей упругости, связь растягивается и скользит по поверхностям шкивов. Таким образом, возможность компенсации момента  $M_2$  зависит от его величины и от условия, что  $\alpha_{S1}$ ,  $\alpha_{S2}$  не превосходят свои углы обхвата  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ . Поэтому от того, как велики  $S_0$ ,  $M_2$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , могут иметь место три режима работы передаточного узла.

В первом из них, при заданных  $M_2$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и при недостаточном  $S_0$  степень компенсации или сцепляемость связи со шкивами

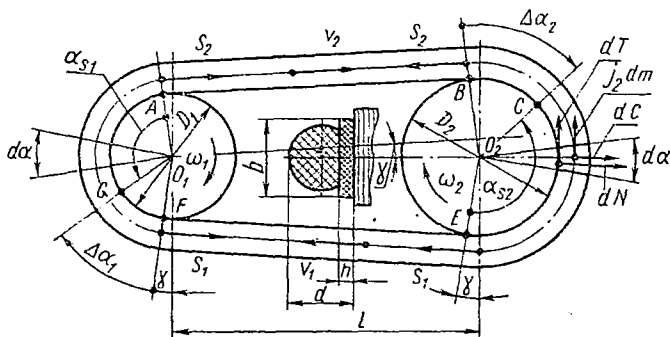


Рис. 27. Передача с гибкой связью

также недостаточна, т. е. сумма сил трения вдоль одного или каждого из углов обхвата меньше потребной для подавления разности  $S_1 - S_2 = P_2$ , которую называют полезной силой. В результате наступает явление буксования связи и передача не способна выполнять свою задачу. Такой режим неприемлем и недопустим. На практике он может возникать при перегрузках или при резком, по каким-нибудь причинам, снижении коэффициента трения.

Во втором режиме работы передаточного узла сумма возможных сил трения вдоль каждого из углов обхвата превосходит с некоторым запасом силу  $P_2$ , т. е. связь хорошо сцеплена со шкивами и работает нормально. Углы  $\alpha_{S1}$ ,  $\alpha_{S2}$  несколько меньше своих углов обхвата.

При третьем режиме дуга  $\alpha_{S1}$  или  $\alpha_{S2}$  распространяется на весь угол обхвата и равна ему. Последнее означает, что сумма сил трения вдоль всего угла обхвата равна полезной силе  $P_2$ . Если коэффициент трения между связью и поверхностями шкивов постоянен, то из-за всякого рода нарушений стационарности работы (колебание  $M_2$ , ускорение масс и т. д.) настоящий режим неустойчив: связь попеременно то сцеплена со шкивами, то пробуксовывает относительно одного из них. Такой режим вообще неприемлем. Но в случае, когда силы или коэффициент трения возрастают с ро-

стом проскальзывания связи по шкиву, возможно, хотя и переменное, но устойчивое равновесие между ними и полезной силой сопротивления  $P_2$ , следовательно возможна приемлемая работа передачи. На практике такая работа нередко имеет место, так как, во-первых, из-за колебаний  $M_2$  ее трудно избежать, во-вторых, в большинстве случаев коэффициент трения увеличивается с ростом скорости проскальзывания связи. Однако такая работа протекает при повышенном скольжении, что нежелательно.

Отсюда ясно, что третий режим, как и первый, хотя на практике может быть допущен, он все же не должен служить основой для

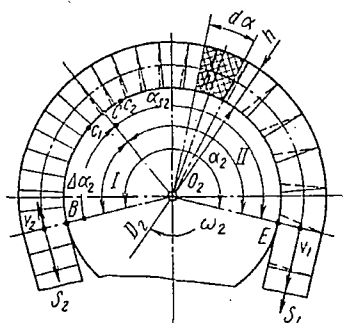


Рис. 28. Работа связи на ведомом шкиве

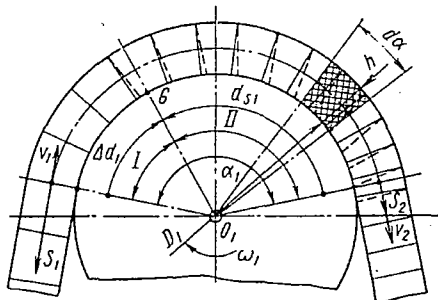


Рис. 29. Работа связи на ведущем шкиве

построения проектировочных расчетов. Исходным следует признать второй режим, поэтому рассмотрим его несколько подробнее.

Теоретические и экспериментальные результаты исследований позволяют представить схему взаимодействия связи со шкивами так, как показано на рис. 28 и 29. На рис. 28 показано, что связь за счет сил трения увлекает за собой ведомый шкив, а из рис. 29 следует, что она сама приводится в движение ведущим. Каждый из углов обхвата  $\alpha_1, \alpha_2$  может быть разбит на две зоны I и II, в которых связь по-разному взаимодействует со шкивами.

На ведомом шкиве (рис. 28) зона I начинается от точки B, где элемент связи с постоянным натяжением  $S_2$  набегает на шкив и вместе с ним поворачивается до точки C, где эта зона заканчивается. Натяжение  $S_2$  в этой зоне всюду сохраняется постоянным, но происходят изгиб связи и прижатие ее к поверхности шкива, а также возникает вращение элементов связи. По этим причинам в точке набегания B почти скачком появляются центробежные силы и лишь немного медленнее изгиб и противодействие, из-за которых равномерные напряжения растяжения по толщине связи  $h$  перераспределяются в неравномерные. Это в небольшой окрестности точки B создает всплеск сверхрасчетных напряжений и быстрое понижение их до расчетных [3]. Таким образом, окрестность точки B подвергается непрерывному возмущению.

Из-за постоянства силы натяжения  $S_2$  в зоне  $I$  связь неподвижна относительно поверхности шкива  $D_2$  и вращается вместе с ним как единое целое, имея на своей средней линии линейную скорость

$$v_2 = \omega_2 \frac{D_2 + h}{2}.$$

Зона  $I$  называется зоной относительного покоя, ей соответствует угол  $\Delta\alpha_2$  относительного покоя.

Зона  $II$  начинается в точке  $C$ , распространяется на всю остальную часть угла обхвата и заканчивается на сходе связи со шкива в точке  $E$ . Граница между зонами  $I$  и  $II$  не является резкой, а представляет собой небольшой переходный участок  $c_1—c_2$ , расположенный по обе стороны от точки  $C$ . Этот участок не только мал, но и малозначителен, поэтому рассматривается как разделяющая линия, проходящая через точку  $C$ .

В зоне  $II$ , начиная от точки  $C$ , со значения  $S_2$  растет сила натяжения  $S$ , а с ней деформация растяжения связи, поэтому возникает и постоянно нарастает скорость проскальзывания ее по поверхности шкива. Вместе с этим увеличивается прижатие к шкиву и, как следствие, возрастает сила трения, которая увеличивает сдвиг верхних слоев связи относительно скользящего слоя соприкосновения. Однако рост растяжения является преобладающим, поэтому связь с ускорением скользит по поверхности шкива, обгоняя его и приобретая на сходе у точки  $E$  скорость  $v_1$ , которая больше  $v_2$ . Благодаря растущему сдвигу, сечения связи, по мере продвижения от  $C$  к  $E$ , все больше искривляются (рис. 28), но перед сходом со шкива и за точкой  $E$  быстро выпрямляются, становятся параллельными, освобождаются от изгиба, центробежных сил и противодействия и, находясь только под действием растягивающей силы  $S_1$ , следуют к ведущему шкиву. Окрестность точки  $E$ , как и  $B$ , возмущена и является относительно малой.

Отсюда видно, что угол обхвата  $\alpha_2$  действительно разбивается на две части: на угол  $\alpha_{S_2}$ , носящий название угла относительного скольжения (на нем происходит компенсация различия между силами  $S_1—S_2 = P_2$ ), и на угол  $\Delta\alpha_2$  относительного покоя, где связь и шкив вращаются как одно целое.

Опыт показывает, что при определенном состоянии поверхностей контактирования и обычно при небольших  $\Delta\alpha_2$  возможно общее небольшое проскальзывание по всему углу обхвата, носящее характер течения поверхности связи по поверхности шкива (скольжение течения). Оно не нарушает только что нарисованной картины, но возможно, влияет на сцепляемость связи со шкивами.

Для ведущего шкива (рис. 29) картина его взаимодействия со связью аналогична, но имеются некоторые отличия. Здесь угол обхвата  $\alpha_1$  также делится на две части: на угол относительного покоя  $\Delta\alpha_1$  (он расположен на стороне набегающей на шкив ветви)

и на угол  $\alpha_{S1}$  относительного скольжения (расположен на стороне схода). Но эта картина отличается от картины ведомого шкива тем, что набегающая ветвь является наиболее растянутой и ее растяжение постепенно падает, начиная от разделяющей точки  $G$ . При этом связь сокращается и скользит по поверхности шкива в сторону, обратную вращению, а шкив через силы трения сам увлекает ее за собой. По этой причине направление деформаций сдвига и искривление сечений на угле  $\alpha_{S1}$  обратно тому, что имеем на ведомом шкиве.

За один цикл обегания обеих шкивов материал связи испытывает знакопеременные сдвигающие напряжения, что вместе с напряжениями противодействия иногда вызывает продольные расслоения некоторых видов связей.

Компенсация различия между силами в ветвях  $S_1 - S_2 = P_2$  происходит на угле  $\alpha_{S1}$ , а на угле относительного покоя  $\Delta\alpha_1$  связь и шкив вращаются как единое целое с линейной скоростью.

$$v_1 = \omega_1 \frac{D_1 + h}{2},$$

которая отнесена к средней линии по толщине связи.

Вышесказанное для углов зон  $I$  и  $II$  ведущего и ведомого шкивов позволяет записать

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{S1} &= \alpha_1 - \Delta\alpha_1; \\ \alpha_{S2} &= \alpha_2 - \Delta\alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

## 21. НАПРЯЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА СВЯЗИ

Большинство видов используемых гибких связей имеет довольно сложное внутреннее строение или конструкцию. Например, тело плоских прорезиненных ремней состоит из некоторого числа слоев хлопчатобумажной ткани, пропитанных и связанных между собой вулканизированной резиной. Хлопчатобумажные ремни пропитываются резиновой смесью и опрессовываются. Синтетические ремни имеют основу различного переплетения из кордного капрона, пропитываются раствором полиамида и облицовываются пленкой из полиамида и каучука. Пассики некоторых зарубежных фирм являются многослойными со специальной облицовкой кожей или другими материалами, приводящими к устройствам с повышенным коэффициентом трения по металлическим шкивам. В то же время, во многих малоответственных приводных устройствах используют простые резиновые пассики, не снабженные кордом, повышающим жесткость и прочность на растяжение. Материал таких пассиков практически изотропен.

Обычно пассики, как и ремни, изготавливают так, чтобы они обладали наивысшей из возможных изгибной податливостью и наибольшей прочностью на растяжение при достаточной упругости. Таким образом, материал их почти всегда изотропен,

что целесообразно отвечает характеру главного силового воздействия на них — растяжению.

Определение прочностных свойств связей на основе точного учета их конструктивного строения пока не может быть успешным и приемлемым для практики. Во-первых, из-за сложности конструкций полученные выражения были бы крайне громоздки, во-вторых, по причине неопределенности и незнания многих входящих величин, результаты таких формул были бы крайне недостоверны, неточны и не могли бы быть использованы. Поэтому с каким-то приближением прочностные характеристики рассматриваются только по поперечному сечению усредненно, как для однородного материала. По отношению к ним опытным путем определяют допускаемые нормы и применяют общезвестные методы подсчета напряжений.

В разных местах вдоль замкнутой связи ее материал подвергается различающимся по величине и характеру силовым воздействиям и напряжениям. Ведущая и ведомая ветви вне шкивов испытывают только растяжение. На ведущей ветви, включающей угол относительного покоя, напряжение максимально

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{F},$$

на ведомой — минимально

$$\sigma_2 = \frac{S_2}{F}.$$

На углах относительного скольжения  $\alpha_{S_1}$ ,  $\alpha_{S_2}$  силы натяжений меняются, соответственно меняются и растягивающие напряжения.

При обегании углов обхвата, связь, имеющая толщину  $h$  (или диаметр  $d$ ), изгибается, отчего относительное удлинение ее наружных волокон приближенно на  $\mu \frac{h}{D+h}$  больше, чем удлинение по нейтральному слою, а удлинение волокон, прилегающих к шкивам, на столько же меньше. На наружной стороне это повышает напряжения растяжения на значение

$$\Delta\sigma = \mu \frac{h}{D+h} E, \quad (44)$$

а на внутренней на столько же уменьшает (рис. 30). Здесь  $\mu$  — коэффициент, учитывающий приближенность оценки прироста напряжений от изгиба при помощи закона пропорциональности. Числовое значение  $\mu$  обычно меньше единицы и зависит от двух обстоятельств: от механической природы связи, т. е. от того, насколько она «мягкая», и от упругости связи. Для стальных лент этот коэффициент равен единице, а для таких, как кожаные, прорезиненные, текстильные, капроновые ремни, различные шнуры, неметаллические ленты, нити и т. д., — он меньше единицы, и уменьшается с ростом «мягкости» связи. Если степень

деформации связи основным натяжением  $S$  достаточна, то нейтральный слой смещается изгибом со средней линии значительно (рис. 30), и напряжения сжатия окажутся невелики или вовсе отсутствуют. В таком случае  $\mu$  должно быть близко к единице и приближенно постоянно по толщине  $h$ . У малодеформированных связей  $\mu$  является некоторой функцией координаты  $x$ . Назовем  $\mu$  коэффициентом мягкости связи. Он должен определяться экспериментальным путем.

Модули упругости  $E$  разных видов связей различны и колеблются в очень широких пределах, например, для плоских хлопчатобумажных ремней по ГОСТ 6982—54  $E = 300 \div 600$  кгс/см<sup>2</sup>, а для кожаных по ОСТ НКЛП 5773/176 —  $E = 1000 \div 1500$  кгс/см<sup>2</sup>. Капроновые ремни имеют модуль упругости до 6000 кгс/см<sup>2</sup>, а при испытании на удар модуль возрастает до 17 500 кгс/см<sup>2</sup>. По другим источникам это различие еще больше. Помимо того, для одной и той же связи  $E$  несколько меняется вместе с изменением напряжения и со временем в процессе работы. Поэтому подсчет  $\Delta\sigma$  по формуле (44) для большинства видов связей дает лишь грубую оценку возрастания напряжений растяжения от обгibanия шкивов.

Из сказанного и схемы, приведенной на рис. 30, следует, что текущее напряжение растяжения  $\sigma_x$ , отнесенное к некоторому сечению по углу  $\alpha_s$  и к промежуточному уровню  $x$  по толщине связи, определяется формулой

$$\sigma_x = \frac{S}{F} + \mu \frac{2x - h}{D + h}. \quad (45)$$

Своего максимума  $\sigma_x$  достигает на внешних волокнах ведущей ветви, при обегании шкива наименьшего диаметра, обычно ведущего. Для него из формулы (45) получим

$$\sigma_{\max} = \frac{S_1}{F} + \mu \frac{h}{D + h} E. \quad (45^*)$$

На углах обхвата  $\alpha_1, \alpha_2$  под действием натяжения  $S$  элемент  $d\alpha$  связи прижимается к поверхности шкивов и испытывает противодавление  $dN$  со стороны последних. От этого на поверхности соприкосновения возникает радиально направленное на-

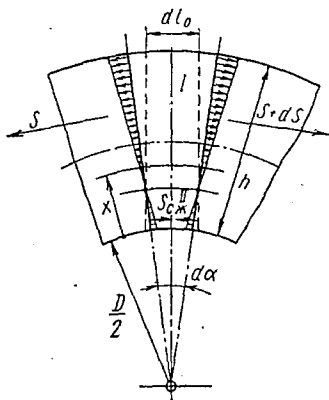


Рис. 30. Напряжения элемента связи:

I — зона растяжения; II — зона сжатия

пряжение сжатия, для которого по схеме, приведенной на рис. 30, можно записать

$$\sigma_{\text{сж max}} = \frac{dN}{b \frac{D}{2} d\alpha},$$

где  $b$  — ширина связи.

Напряжение сжатия максимально и перпендикулярно к растягивающим напряжениям определяемым по формуле (45). На наружной свободной стороне связи какое-либо радиальное сжатие отсутствует. Поэтому приближенно можно считать, что по толщине  $h$  напряжение сжатия убывает линейно, или

$$\sigma_{\text{сж}} = \frac{2dN}{bD d\alpha} \left(1 - \frac{x}{h}\right). \quad (46)$$

На углах относительного скольжения  $\alpha_{S1}$ ,  $\alpha_{S2}$  по местам соприкосновения связь испытывает сдвигающие воздействия, обусловленные силами трения и скольжением. Для ленточной связи и того же элемента  $d\alpha$  максимальное сдвигающее напряжение по поверхности соприкосновения

$$\tau_{\text{max}} = \frac{dT}{b \frac{D}{2} d\alpha},$$

где  $dT = f dN$  — элементарная сила трения; здесь  $f$  — коэффициент трения.

По толщине связи на уровне  $x$  напряжения сдвига постепенно убывают и делаются равными нулю на наружной свободной поверхности, т. е. при  $x = h$  [3]. Для таких условий, как и для сжатия, напряжение сдвига определяется формулой

$$\tau_x = \frac{2dT}{bD d\alpha} \left(1 - \frac{x}{h}\right). \quad (47)$$

Для поперечного сечения связи в виде круга или другой формы получим более сложные выражения, чем (46) и (47), но и здесь по местам соприкосновения  $\sigma_{\text{сж}}$  и  $\tau_x$  будут максимальны, а на свободных поверхностях — равны нулю.

Никаких других сил и напряжений связь не испытывает, поэтому формулы (45), (46) и (47) являются основными для прочностных расчетов. Напряжения от центробежных сил при всех условиях включаются в члены  $\frac{S}{F}$ ,  $\frac{S_1}{F}$  и, вопреки распространенному мнению, отдельно добавляться не должны, что показано ниже.

Так как материалы связей не изотропны, то к напряжениям  $\sigma_x$ ,  $\sigma_{\text{сж}}$ ,  $\tau_x$ , не применима теория предельных состояний Мора, по которой можно разыскать эквивалентное напряжение и использовать его в расчетах. Во-вторых, если обратиться к выраже-

нию (60) для  $dN$ , то с помощью формул (45)—(47) легко показать, что

$$\frac{\sigma_{сж \max}}{\sigma_x} \leq \frac{2h}{D}; \quad \frac{\tau_{\max}}{\sigma_x} \leq \frac{2fh}{D},$$

т. е. что  $\sigma_x$  всегда значительно превосходит  $\sigma_{сж}$  и особенно  $\tau_x$  (на порядок и больше). Поэтому любой эквивалент, составленный из  $\sigma_x$ ,  $\sigma_{сж}$ ,  $\tau_x$  практически возвратит к напряжению растяжения  $\sigma_x$ , определяемому по формуле (45). В-третьих, вряд ли вообще правильно заменять реальные напряжения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_{сж}$ ,  $\tau_x$  на физически несуществующий эквивалент: они должны контролироваться сами по себе, по данным опытов для каждого из них, или, по крайней мере, по группам родственных напряжений. Представляется, что в данном случае такой группой может быть  $\sigma_{сж}$  и  $\tau_x$ , ответственные за продольное расслоение некоторых видов связей (прорезиненные многослойные ремни).

Если пренебречь как малыми напряжениями сдвига [формула (47)] так и противодействиями [формула (46)], то из формулы (45) следует, что при  $x = 0$ , отвечающем поверхности взаимодействия связи со шкивами, возможен случай, когда

$$\sigma_x = \frac{S}{F} + \mu \frac{-h}{D+h} = 0,$$

т. е., когда напряжения изгиба полностью или с некоторым небольшим избытком компенсируют напряжения от растяжения, а сжатие либо отсутствует, либо оно невелико и малосущественно. При таком условии поперечные сечения набегающих на шкивы элементов связи не искривляются, а работа их протекает более нормально: не знакопеременно, с меньшим скольжением и меньшим тепловыделением от потерь на трение.

Заменяв в приведенном выше уравнении  $\frac{S}{F}$  на  $\sigma_p$  (напряжение от растягивающей силы), получим

$$\frac{D}{h} = \frac{\mu E}{\sigma_p} - 1. \quad (48)$$

Величина  $\frac{\mu E}{\sigma_p}$  характеризует механические свойства связи и степень нагруженности ее растяжением, а  $\frac{D}{h}$  обусловлено размерами и конструктивной приемлемостью. В работающей связи  $\sigma_p$  меняется в пределах от  $\sigma_2$  до  $\sigma_1$ , т. е. колеблется около среднего уровня  $\sigma_0 = \frac{S_0}{F}$ . Например, для прорезиненных ремней  $E = 1500 \text{ кгс/см}^2$  и рекомендуется, чтобы  $\sigma_0 = 15 \div 20 \text{ кгс/см}^2$ . Если принять  $\mu = 1$ , то по условию (48) получаем  $\frac{D}{h} = 75 \div 100$ , в то время как по конструктивному ограничению (39) необходимо

принимать  $\frac{D}{h} = 25 \div 40$ . Следовательно, на выбранных по последнему условию шкивах прилегающие к ним волокна связи испытывают заметное сжатие, а наружные — значительное растяжение. На наружной растянутой стороне связь работает достаточно напряженно, с переменными нагрузками.

Из сказанного и формулы (48) следует, что для приближения к менее напряженным условиям желательнее иметь небольшие толщины связи  $h$ , небольшие  $\mu E$  и достаточно высокие  $\sigma_p$ . Этому лучше всего отвечают ленточные связи из новых синтетических материалов.

Перераспределение напряжений растяжения, вызываемое изгибом [формула (45)], обуславливает смещение равнодействующих по растяжению  $S$  в верхние слои сечения связи (рис. 30), а сжатие волокон по местам контактирования со шкивами сопровождается некоторым дополнительным проскальзыванием, увеличивающим потери на трение.

## 22. СКОРОСТИ СВЯЗИ И ПЕРЕДАТОЧНОЕ ОТНОШЕНИЕ УЗЛА

Уже принято, что  $v_1$  и  $v_2$  — это линейные скорости по средним слоям связи, имеющие место на углах относительного покоя  $\Delta\alpha_1$ ,  $\Delta\alpha_2$  ведущего и ведомого шкивов,

$$v_1 = \omega_1 \frac{D_1 + h}{2},$$

$$v_2 = \omega_2 \frac{D_2 + h}{2},$$

где  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  — угловые скорости ведущего и ведомого шкивов. Величины  $v_1$ ,  $v_2$  являются вместе с тем линейными скоростями ветвей связи на участках  $E-F-G$  и  $A-B-C$  (см. рис. 26, 27).

Для получения зависимости между  $v_1$ ,  $v_2$  и нахождения выражения текущей скорости связи  $v_{S_2}$  на угле относительного скольжения  $\alpha_{S_2}$  ведомого шкива (рис. 31) выделим на угле относительного покоя  $\Delta\alpha_2$  элемент  $d\alpha$ . Ему соответствует длина связи

$$dL_2 = dL_0 + \frac{dL_0 S_2}{EF},$$

где  $dL_0$  — длина нерастянутого элемента

$$dL_0 = \frac{dL_2}{1 + \frac{S_2}{EF}}.$$

Через некоторое время после перехода границы  $O_2C$  элемент  $d\alpha$  переместится и окажется на угловом расстоянии  $\alpha_S$ , где вслед-

стве возросшей силы растяжения  $\hat{S}$  соответствующий элемент связи удлинится и станет равным

$$dL_S = dL_0 \left( 1 + \frac{S}{EF} \right) = dL_2 \left( 1 + \frac{S - S_2}{EF + S_2} \right). \quad (a)$$

Вместо одного элемента связи, последовательно занимающего во времени два разных положения, можно представить два равных между собой элемента  $d\alpha$ , находящиеся в тех же местах, но в один и тот же момент времени. Первому из них будет отвечать длина  $dL_2$ , а второму —  $dL_S$ . Так как шкив неизменен, то в процессе вращения эти элементы свой угол  $d\alpha$  проходят за одно и то же время

$$dt = \frac{dl_2}{dt}.$$

Но точно такое же время будет перемещаться элемент связи:

$dL_2$  возле точки  $C$  и  $dL_S$  на границе угла  $\alpha_S$ . Поэтому можно поделить левую часть выражения (a) на элемент времени  $dt$ , а правую на его эквивалент  $\frac{dL_2}{v_2}$ , в результате имеем

$$\frac{dL_S}{dt} = v_{S2} = v_2 \left( 1 + \frac{S - S_2}{EF + S_2} \right). \quad (49)$$

Если в выражении (49) положить  $S = S_1$ , то

$$v_1 = v_2 \left( 1 + \frac{S_1 - S_2}{EF + S_2} \right). \quad (50)$$

Аналогично для ведущего шкива получим

$$v_{S1} = v_1 \left( 1 - \frac{S_1 - S}{EF + S_1} \right), \quad (51)$$

$$v_2 = v_1 \left( 1 - \frac{S_1 - S_2}{EF + S_1} \right). \quad (52)$$

Используя формулы (49) и (51), можно найти скорости проскальзывания связи на углах  $\alpha_{S1}$ ,  $\alpha_{S2}$  ведущего и ведомого шкивов

$$v_{\text{пр1}} = v_{S1} - v_1 = -v_1 \frac{S_1 - S}{EF + S_1}, \quad (53)$$

$$v_{\text{пр2}} = v_{S2} - v_2 = v_2 \frac{S - S_2}{EF + S_2}. \quad (54)$$

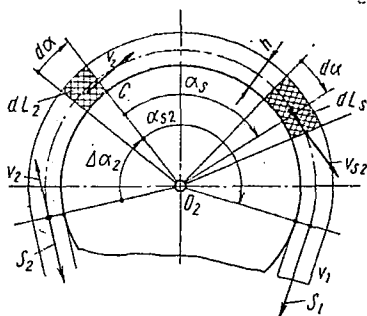


Рис. 31. Схема к определению скоростей

С помощью формул (50) или (52) определим передаточное отношение узла

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{D_1 + h}{D_2 + h} \left( 1 - \frac{S_1 - S_2}{EF + S_1} \right).$$

Второй член в скобках

$$\frac{S_1 - S_2}{EF + S_1} = \zeta$$

характеризует общее для узла проскальзывание связи на углах  $\alpha_{S_1}$ ,  $\alpha_{S_2}$ , порожденное ее упругим растяжением силами трения.  $\zeta$  называется коэффициентом упругого проскальзывания.

В реальных условиях, при наличии дополнительного общего проскальзывания на обоих углах обхвата фактический коэффициент проскальзывания  $\zeta_{\phi}$  может быть несколько больше упругого и тогда

$$i = \frac{D_1 + h}{D_2 + h} (1 - \zeta_{\phi}). \quad (55)$$

Колебания полезной силы сопротивления  $P_2 = S_1 - S_2$  и неопределенность фактического проскальзывания вызывает соответствующие изменения величины  $\zeta_{\phi}$ , что не позволяет рассматривать передаточное отношение  $i$  как строго постоянную величину. Поэтому применение такой передачи допустимо в устройствах, где постоянство  $i$  несущественно.

### 23. УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ЭЛЕМЕНТА СВЯЗИ НА ВРАЩАЮЩЕМСЯ ШКИВЕ

На рис. 32 и 33 представлены схемы сил, которые испытывает угловой элемент  $d\alpha$  связи на углах относительного скольжения ведомого и ведущего шкивов.

Вследствие изгиба равнодействующие натяжений  $S$ ,  $S + dS$  смещены со средних линий на уровень  $x_p$ , для определения которого с помощью формулы (45) нетрудно получить выражение

$$x_p = \frac{h}{2} \left( 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{D+h} \cdot \frac{\mu E}{\sigma} \right), \quad (56)$$

где  $\sigma = \frac{S}{F}$ .

Таким образом, эффективная равнодействующая смещается вверх. Для толстых, малорастянутых связей на малых диаметрах смещение может оказаться существенным.

Центробежная сила  $dC$  и инерционное сопротивление  $jd\dot{m}$  приложены к центру тяжести элемента, находящемуся на средней линии  $\left( x = \frac{h}{2} \right)$ . Для центробежной силы имеем

$$dC = \omega^2 \frac{D+h}{2} dm,$$

где  $\omega = \frac{2v_S}{D+h}$  — угловая скорость элемента,

здесь  $v_S = v_{S1}$  или  $v_{S2}$ , что определяется рассматриваемым шкивом;

$$dm = \frac{D+h}{2} d\alpha \frac{F\gamma}{g \left(1 + \frac{S}{EF}\right)} - \text{его масса,}$$

здесь  $\gamma$  — удельный вес материала связи;  
 $g$  — ускорение силы тяжести;  
 $\left(1 + \frac{S}{EF}\right)$  — множитель, учитывающий растянутость связи силой  $S$ .

Производя подстановку, найдем

$$\left. \begin{aligned} dC &= a d\alpha; \\ a &= \frac{F\gamma}{g} \cdot \frac{v_S^2}{1 + \frac{S}{EF}}. \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

Величина  $a$  является центробежной силой в рассматриваемом сечении для длины связи на угле в один радиан.

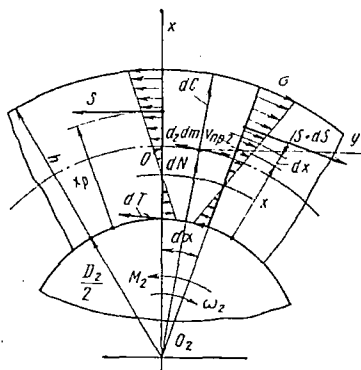


Рис. 32. Силы элемента связи ведомого шкива

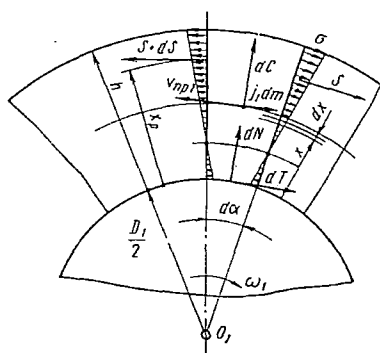


Рис. 33. Силы элемента связи ведущего шкива

Для инерционного сопротивления аналогичным путем получим

$$j dm = a_1 \frac{dS}{EF + S} \quad \text{или} \quad a_2 \frac{dS}{EF + S},$$

где

$$a_1 = \frac{F\gamma}{g} \cdot \frac{v_1^2}{1 + \frac{S_1}{EF}}; \quad a_2 = \frac{F\gamma}{g} \cdot \frac{v_2^2}{1 + \frac{S_2}{EF}}. \quad (58)$$

Индекс 1 или 2 указывает шкив,  $S$  — текущее натяжение связи на угле  $\alpha_{S1}$  или  $\alpha_{S2}$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  — центробежные силы, отнесенные к углам относительного покоя  $\Delta\alpha_1$ ,  $\Delta\alpha_2$ .

Элементарная сила трения  $dT$  определяется равенством

$$dT = f(\alpha_s) dN, \quad (59)$$

где  $f(\alpha_s)$  — коэффициент трения скольжения, рассматриваемый как некоторая функция угла относительного скольжения  $\alpha_s$ , т. е. как функция места, где находится  $d\alpha$ .

Под действием перечисленных сил элементы  $d\alpha$  связи шкивов находятся в равновесии и, если опустить индексы 1 и 2, то для каждого из элементов можно записать два условия равновесия.

1. Сумма проекций сил на радиальную ось  $Ox$

$$(dN + dC) + (j dm + dT) \frac{d\alpha}{2} - (S + dS) d\alpha = 0.$$

Как всегда, здесь принято  $\sin d\alpha \approx d\alpha$ ;  $\cos d\alpha = 1$  и нужно отбросить малые второго порядка  $(j dm + dT) \frac{d\alpha}{2}$  и  $dS d\alpha$ , затем заменить  $dC$  по формуле (57), в результате получим

$$(S - a) d\alpha = dN. \quad (60)$$

Формула (60) показывает, что противодействие  $dN$  на элемент со стороны шкива зависит от разности натяжения  $S$  и центробежной силы  $a$ , отнесенной к длине связи на угле обхвата, равно одному радиану. С ростом скорости противодействие  $dN$  постепенно уменьшается, так как натяжение  $S$  все больше воспринимается центробежной силой. Если источник начального натяжения  $S_0$  — собственная упругость и деформация связи ( $l = \text{const}$ ), то при достижении  $a = S$  из формулы (60) получаем  $dN = 0$ , что снижает до нуля  $dT$ ,  $dS$ ,  $j dm$  и выравнивает  $S$ , приводя его всюду к  $S_0$ . Элемент связи утрачивает сцепление с элементом шкива, хотя и не теряет соприкосновение с ним.

Таким образом, при  $S_0$  — от деформации и  $l = \text{const}$  в связи не возникают напряжения растяжения от центробежных сил. Если же, как это сейчас общепринято, прибавить к двум членам справа формулы (45) еще напряжение растяжения от центробежных сил

$$\sigma_{ц} = \frac{a}{F} = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{v_s^2}{1 + \frac{S}{EF}},$$

то связь деформировалась бы на значение  $\Delta L_{ц} = \frac{L_{к} a}{EF}$ , соответственно отошла бы от шкивов и потеряла бы с ними контакт. Однако на практике такие явления не наблюдаются.

2. Второе условие равновесия принято писать как сумму проекций сил на касательную ось  $Oy$  (рис. 32, 33). Однако это не отвечает действительной работе передачи, которая состоит в том, чтобы уравнивать элементарный момент  $dM_2$  на ведомом шкиве и развивать  $dM_1$  на ведущем. Наконец, если все же

писать условие равновесия сил на ось  $Oy$ , то оно должно быть дополнено условием равновесия моментов этих сил, что лишь усложняет рассмотрение. Поэтому в качестве второго пишем условие равновесия моментов сил относительно центра шкива

$$(S + dS) \left( \frac{D}{2} + x_p \right) - S \left( \frac{D}{2} + x_p \right) - j dm \left( \frac{D}{2} + \frac{h}{2} \right) - dT \frac{D}{2} = 0,$$

из которого находим

$$dS \left( \frac{D}{2} + x_p \right) - j dm \frac{D+h}{2} = dT \frac{D}{2}.$$

Настоящее условие следует рассматривать двояко.

Во-первых, для ведомого шкива  $dT \frac{D_2}{2} = dM_2$  — это элементарная часть от нагрузочного момента  $M_2$ , которая подавляется связью с помощью сил трения на элементе  $d\alpha$ ; для ведущего  $dT \frac{D_1}{2} = dM_1$  — элемент от  $M_1$ , который должен быть развит элементом  $d\alpha$  шкива, чтобы создать на связи приращение  $dS$ . Поэтому, заменив  $j dm$  по формуле (58), для каждого шкива получим

$$dM = dS \left( \frac{D}{2} + x_p \right) - \frac{a_{1;2}(D+h)}{2} \cdot \frac{dS}{EF+S}. \quad (61)$$

Во-вторых, с учетом формул (59) и (60) имеем выражение

$$dS - \frac{a_{1;2} \left( 1 + \frac{h}{D} \right)}{\left( 1 + \frac{2x_p}{D} \right)} \cdot \frac{dS}{(EF+S)} = \frac{f(\alpha_S)(S-a)}{\left( 1 + \frac{2x_p}{D} \right)} d\alpha, \quad (62)$$

которое представляет собой дифференциальное условие сцепляемости элемента связи с элементом поверхности шкива на угле  $d\alpha$ .

Равенство (61) интегрируется точно и для ведомого шкива дает

$$\frac{2M_2}{D_2+h} = (S_1 - S_2) + \frac{1}{3} \left( \frac{h}{D_2+h} \right)^2 \times \\ \times \mu EF \ln \frac{S_1}{S_2} - a_2 \ln \frac{EF+S_1}{EF+S_2}.$$

Из этого выражения нельзя выделить явную и точную зависимость для  $S_1 - S_2$ . Однако, так как почти для всех видов связей  $S$  мало по сравнению с  $EF$ , то без заметной ошибки в формулах (56) и (61)  $\sigma$  и  $S$  можно заменить на средние значения  $\sigma_{cp} = \frac{S_1 + S_2}{2F}$ ,

$S_{ср} = \frac{S_1 + S_2}{2}$ , после чего в результате интегрирования равенства (61) получим приближенное выражение

$$S_1 - S_2 = P_2 \approx \frac{2M_2}{(D_2 + h)} \frac{1}{\left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{h}{D + h} \right)^2 \frac{\mu E}{\sigma_{ср}} - \frac{a_2}{EF} \right]}. \quad (63)$$

Аналогично из того же равенства (61) для ведущего шкива получим выражение

$$M_1 \approx \frac{D_1 + h}{2} (S_1 - S_2) \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{h}{D_1 + h} \right)^2 \frac{\mu E}{\sigma_{ср}} - \frac{a_1}{EF} \right],$$

в котором разность  $(S_1 - S_2)$  должна быть представлена после определения ее по формуле (63).

#### 24. КРИВЫЕ СКОЛЬЖЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТ ТРЕНИЯ

В машиностроении величина коэффициента проскальзывания  $\zeta_{\phi}$  для разных ремней определяется экспериментально и дается при помощи кривых скольжения, одна из которых представлена на рис. 34. Кривые скольжения снимают при постоянном начальном натяжении  $S_0$  и при постоянной скорости  $v$ , постепенно повышая нагрузку  $M_2$  или ее эквивалент, так называемый коэффициент тяги  $\phi$ , определяемый по формуле

$$\phi = \frac{P_2}{2S_0}. \quad (64)$$

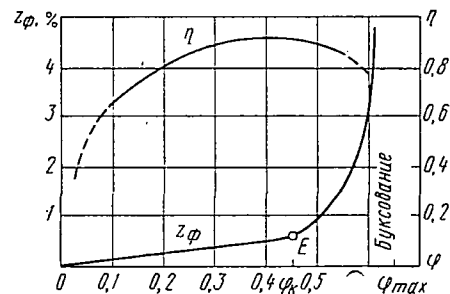


Рис. 34. Кривая скольжения и к. п. д. ременной передачи

Для значений  $\phi$ , меньших некоторого  $\phi_k$ , рассматриваемого как критический, наблюдают практически линейную зависимость  $\zeta_{\phi}$  от  $\phi$ . При дальнейшем росте нагрузки или  $\phi$  сверх критического значения проскальзывание или  $\zeta_{\phi}$  нарастает быстрее, чем по линейному закону и затем переходит в буксование. Все это означает, что при  $\phi = \phi_k$  угол относительного скольжения  $\alpha_s$  одного из шкивов становится равным своему углу обхвата, а  $\Delta\alpha = 0$ . Поэтому следует рекомендовать работу передачи при  $\phi$ , близком к критическому.

Линейность кривой  $\zeta_{\phi}$  в докритической области ( $\phi \leq \phi_k$ ) и прохождение ее через начало координат показывает, что  $\zeta_{\phi} = \zeta$  и это выполняется довольно строго. Некоторое искажение линейности должно свидетельствовать о наличии общего проскальзывания — «течения».

Наличие закритической области кривой  $\zeta_{\phi}$  свидетельствует о том, что сила трения связи о шкив зависит не только от прижатия, но и от величины скорости проскальзывания, так как  $\phi$  растет до наступления полного буксования. Если бы явление протекало по-иному, то при незначительном превышении коэффициента тяги над своим критическим значением немедленно наступало бы полное буксование, и кривая скольжения скачком уходила бы в бесконечность (рис. 34). Однако последнее не наблюдается, а имеет место постепенный рост  $\zeta_{\phi}$  вслед за ростом  $\phi$  или нагрузочного момента  $M_2$ . Этот рост значителен и по данным практики различен для разных ремней, достигая для кожаных и шерстяных  $\frac{\phi_{\max}}{\phi_k} = 1,35 \div 1,5$  для прорезиненных —  $1,15 \div 1,30$ , хлопчатобумажных —  $1,25 \div 1,40$ , для ремней из новых синтетических материалов —  $1,10 \div 1,35$ , для клиновых —  $1,50 \div 1,60$ . По виду кривой  $\zeta_{\phi}$  в закритической области и на основании того, что она уходит в бесконечность при достижении величиной  $\phi$  своего предельного значения  $\phi_{\max}$ , можно сделать вывод о характере функциональной зависимости коэффициента трения от скорости проскальзывания **он растет по затухающей кривой, достигая предела около  $\phi_{\max}$ .**

На зависимость от скорости проскальзывания указывали многие исследователи и предлагали формулы, полученные из опыта. Например, В. С. Поляков для прорезиненных ремней предложил  $f = 0,35 + 0,012v$ , для кожаных предложили М. В. Цепляев  $f = 0,27 + 0,65 \sqrt{v}$  и Е. А. Иванов  $f_2 = 0,22 + 0,12v$ , В. Н. Боков для хлопчатобумажных ремней рекомендует  $f = 0,30 + 0,062v$ . Более полные исследования показали, что в общем случае коэффициент трения зависит от многих факторов, но если исключить не характерное для нормальной работы смачивание трущихся поверхностей влагой и маслами, то наиболее важными среди них будут: скорость проскальзывания, давление или сила прижатия к шкиву и рост температуры трущихся тел. Из трех названных наиболее значительно и стабильно по действию влияние скорости проскальзывания. С ростом скорости проскальзывания коэффициент трения только возрастает. Например, по опытам Фридериха для кожаного ремня, трущегося по чугунному шкиву, при  $v_{\text{пр}} = 1,56$  см/с,  $f = 0,19$ , а при  $v_{\text{пр}} = 13$  см/с,  $f = 0,43$ , т. е. коэффициент трения увеличивается более чем в 2 раза (226% от 0,19).

Увеличение силы прижатия при разных сочетаниях материалов ремней и шкивов дает разные результаты<sup>1</sup>. В большинстве случаев происходит снижение коэффициента трения (для чугунных и стальных шкивов от 5 до 10% по отношению к начальному значению, для шкивов из волокнита до 20%, из древопластиков

<sup>1</sup> Кестельман В. И., Корб А. Д. Пластмассовые шкивы и клиноремные передачи, М., «Машиностроение», 1968.

Воробьев И. И. Передачи с гибкой связью в приводах станков. М., «Машиностроение», 1971,

до 10%), в других случаях — увеличение (для шкивов из текстолитовой крошки на 2%, из пресспорошка К-18-2 на 14%).

С ростом скольжения и частоты пробегов растет температура работающих поверхностей связи и шкива, что сказывается на величине коэффициента трения. Здесь также, как и при росте прижатия, в одних случаях имеем его снижение (для чугунных и стальных шкивов на 10%), в других — рост (для шкивов из пресспорошка К-18-2 — на 16%, из древопластиков — на 25%, из текстолитовой крошки — на 10%).

Отсюда следует, что влияние степени прижатия и температуры, во-первых, невелико по сравнению с влиянием скорости проскаль-

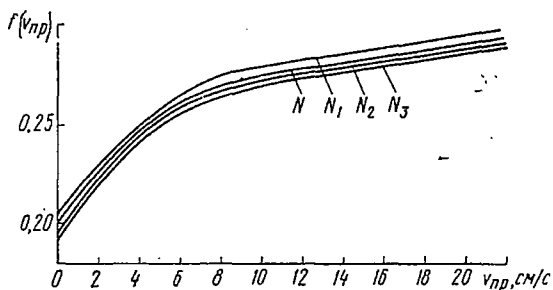


Рис. 35. Коэффициент трения резинового пятислойного ремня по стальному ободу (по Цепляеву)

зывания, во-вторых, оно приводит к приращениям  $df$  разного знака. Вообще их надо принимать во внимание, но можно не учитывать при расчетах сцепляемости связи со шкивами. Природа коэффициента трения такова, что его величину можно указать лишь в среднем и приближенно, т. е. в диапазоне, границы которого очерчивают зону возможных значений, заключающую отклонения от среднего примерно того же порядка, что влияние прижатий и температуры. Следовательно, при теоретическом рассмотрении в каких-то рамках по условиям работы можно считать, что коэффициент трения связи о шкивы является функцией лишь скорости проскальзывания.

Для некоторых видов связей (кожаные и прорезиненные плоские ремни) М. В. Цепляев [44] экспериментально установил кривые зависимостей коэффициента трения  $f$  от скорости проскальзывания  $v_{пр}$  и от силы  $N$  прижатия к шкиву. По его данным влияние  $N$  невелико, а влияние скорости проскальзывания значительно, и им пренебрегать нельзя. На рис. 35 приведено одно семейство таких кривых для прорезиненного пятислойного ремня. Числовые значения  $f$  для одной из них ( $N_2 = \text{const}$ ) даны в табл. 3, откуда видны изменения коэффициента трения и затухающий характер его роста.

Из рис. 35 и табл. 3 следует что аппроксимация настоящей кривой линейной зависимостью малоприемлема, либо просто

## Коэффициенты трения прорезиненного ремня по стальному шкиву

Коэффициент трения	Скорость проскальзывания $v_{пр}$ в см/с											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Экспериментальные значения $f(v_{пр})$	0,20	0,215	0,227	0,238	0,248	0,255	0,261	0,266	0,270	0,273	0,275	0,277
Значения по формуле (а)	0,20	0,218	0,231	0,242	0,249	0,256	0,261	0,266	0,269	0,273	0,275	0,278
Ошибки аппроксимации	0	0,003	0,004	0,004	0,001	0,001	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,000	0,001
Коэффициент трения	Скорость проскальзывания $v_{пр}$ в см/с											
	—	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Экспериментальные значения $f(v_{пр})$	—	0,279	0,280	0,282	0,284	0,285	0,286	0,288	0,289	0,291	0,292	0,294
Значения по формуле (а)	—	0,280	0,282	0,283	0,285	0,286	0,287	0,289	0,290	0,291	0,292	0,293
Ошибки аппроксимации	—	0,001	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	-0,001

недопустима. Применение квадратичной формы дает удовлетворительный результат лишь для небольшого диапазона скоростей проскальзывания (малые скорости связи), а в дальнейшем при интегрировании дифференциальных соотношений ведет к довольно громоздким решениям, сильно затрудняющим проектные расчеты и использование. Несколько более точное представление и в большем диапазоне скоростей получим, если экспериментальную кривую выразим через экспоненту. Однако последнее приводит к неберущимся интегралам, а разложение экспоненты в ряд снова возвращает к квадратичной форме.

Стремление получить достаточно точное выражение экспериментальной кривой (без учета зависимости от  $N$ ), а затем наиболее простые интегралы привело к формуле

$$f(\alpha_S) = f(v_{np}) = f_0 \left( 1 + \frac{a_0 v_{np}}{1 + b_0 v_{np}} \right). \quad (a)$$

Используя значения табл. 3, получаем  $f_0 = 0,20$ ;  $a_0 = 0,108$ ;  $b_0 = 0,187$  при  $v_{np}$ , выраженной в сантиметрах в секунду. Ошибка аппроксимации не превышает 1—1,5%.

Свои кривые М. В. Цепляев получил при помощи устройства, в котором скорости скольжения устанавливались дискретно, т. е. от значения к значению, но были постоянны при съеме числовых величин  $f(v_{np})$ . Таким образом, формула (а) определяет функциональную зависимость только от скорости проскальзывания  $v_{np}$ . Однако на работающих шкивах условия скольжения несколько иные и характер его отличен от «цепляевского». Здесь  $v_{np}$  непрерывно возрастает от нуля в точках  $C$  и  $G$  ведомого и ведущего шкивов (см. рис. 28, 29) до своих максимумов при сходе с них в точках  $E$  и  $A$  [см. также формулы (53), (54)]. Следовательно, связь скользит с ускорением  $\frac{dv_{np}}{dt}$ , и можно предполагать, что коэффициент трения является функцией также и ускорения. Об экспериментах, подтверждающих или опровергающих последнее ничего не известно.

Из опытов с другими устройствами следует, что коэффициент трения уменьшается с ростом силы прижатия и с ростом скорости проскальзывания. Кривые Цепляева подтверждают первое, но, как будто, противоречат второму. По характеру экспериментов Цепляева рост коэффициента трения при проскальзывании нельзя объяснять ускорениями: в его экспериментах они отсутствовали. Точно так же нельзя распространять на работу связей экспериментальные закономерности, полученные для других устройств, таких как опоры скольжения или зацепление червяка с червячным колесом. В последних поверхности соприкосновения и скольжения достаточно малы, в то время как при взаимодействиях связей со шкивами они значительны. Учитывая, что и в других случаях эксперимент ясно указывает на рост сопротивления трения с ростом поверхностей соприкосновения, уместно предполагать,

что эффект опытов Цепляева и многих других объясняется как раз тем, что скользящие поверхности связей достаточно велики и потому заметно себя проявляют. Если это так, то напрашивается вывод: чем больше действующая поверхность сцепления, тем больше должен быть общий коэффициент трения связи и сильнее он должен зависеть от скорости проскальзывания. Это приводит к исправлению вышеприведенной формулы (а) путем замены в ней постоянного  $f_0$  на некоторую функцию величины поверхности сцепления  $f_0(F_{\text{сц}})$ , т. е.

$$f(v_{\text{нр}}) = f_0(F_{\text{сц}}) \left( 1 + \frac{a_0 v_{\text{нр}}}{1 + b_0 v_{\text{нр}}} \right), \quad (65)$$

где в первом приближении можно принять, что  $f_0(F_{\text{сц}})$  пропорционально первой степени величины действующей поверхности сцепления

$$f_0(F_{\text{сц}}) = f_0 + k_F b_{\text{сц}} \frac{D}{2} \alpha_S,$$

здесь  $f_0$  — начальное значение, отвечающее нулевой поверхности сцепления;

$b_{\text{сц}} \frac{D}{2} \alpha_S = F_{\text{сц}}$  — действующая поверхность сцепления, она определяется шириной  $b_{\text{сц}}$  сцепления связи, диаметром  $D$  шкива и углом  $\alpha_S$ , на котором подсчитывается функция  $f_0(F_{\text{сц}})$ ;

$k_F$  — коэффициент пропорциональности, определяемый экспериментально.

Теперь попытаемся выяснить, в какой мере коэффициент трения может зависеть от ускорения связи  $\frac{dv_{\text{нр}}}{dt}$ . Для простоты примем, что он возрастает по линейному закону, тогда

$$f\left(v_{\text{нр}}; \frac{dv_{\text{нр}}}{dt}\right) = f(v_{\text{нр}}) - k_N N + k_y \frac{dv_{\text{нр}}}{dt}.$$

Для члена  $k_N N$  с помощью формулы (60) зависимость от прижатия можно выразить равенством

$$k_N N = k_S (S - a),$$

а для производной по ведомому шкиву и формуле (54) получим

$$\frac{dv_{\text{нр2}}}{dt} = \frac{v_2}{EF + S_2} \cdot \frac{dS}{dt}.$$

Элемент времени

$$dt = \frac{(D_2 + h)}{2v_2} d\alpha,$$

а дифференциал  $dS$  определяется формулой (62). Если отбросить относительно малый второй член левой части формулы (62) и заменить независимую переменную  $\alpha_S$  на  $v_{np}$ , то

$$dS \approx \frac{f\left(v_{np}; \frac{dv_{np}}{dt}\right)(S-a)}{\left(1 + \frac{2x_p}{D_2}\right)} d\alpha.$$

Формулу (54) скорости проскальзывания перепишем в виде

$$v_{np2} = \frac{v_2}{EF + S_2}(S-a) - \frac{v_2}{EF + S_2}(S_2-a),$$

откуда найдем  $(S-a) = \frac{EF + S_2}{v_2} v_{np2} + (S_2-a)$ .

Если теперь подставить найденные выражения в предполагаемое соотношение для коэффициента трения, то видно, что он может рассматриваться либо как функция от  $(S-a)$  и постоянных  $v_2, D_2, S_2$ , либо как функция скорости проскальзывания  $v_{np2}$  и тех же постоянных. Следуя за Цепляевым, остановимся на втором, тогда получим

$$\begin{aligned} f\left(v_{np}; \frac{dv_{np}}{dt}\right) &= \\ &= \frac{f(v_{np}) - k_S \left[ (S_2-a) + \frac{EF + S_2}{v_2} v_{np2} \right]}{2k_y v_2^2 \left[ (S_2-a) + \frac{EF + S_2}{v_2} v_{np2} \right]} \times \\ &\times \left(1 - \frac{2x_p}{D_2}\right) (D_2 + h) (EF + S_2) \end{aligned}$$

Как было показано, зависимость коэффициента трения от силы прижатия невелика, поэтому здесь относительно мал второй член числителя (мал коэффициент  $k_S$ ). Точно так же малым по сравнению с единицей должен быть второй член знаменателя (коэффициент  $k_y$ ). Это следует из ранее установленного заключения, согласно которому функция коэффициента трения должна быть затухающей и стремящейся к определенному пределу. При заметном втором члене она в соответствии с только что полученной формулой была бы возрастающей с крутым уходом в бесконечность, следовательно, при любом  $M_2$  не наблюдалось бы буксование и уход кривых скольжения в бесконечность. Но это противоречит опыту. Значит, член пропорциональный ускорению, либо очень незначителен, либо просто отсутствует, поэтому

$$f\left(v_{np}; \frac{dv_{np}}{dt}\right) = f(v_{np}) - k_N N \approx f(v_{np}).$$

Наконец, учет малых вторых членов числителя и знаменателя может быть произведен за счет выбора коэффициентов  $a_0, b_0$

в формуле (65). Будем считать, что коэффициент трения достаточно точно выражается формулой (65).

Рассматриваемый таким образом коэффициент трения является истинным, отнесенным к каждой точке угла относительного скольжения  $\alpha_S$  или к определенной скорости проскальзывания. Однако в современной практике в таком виде он пока не используется, а вместо него говорят либо о его среднем значении, отнесенном ко всей дуге обхвата, либо о коэффициенте сцепления, суммарно выражающем эффект сил трения. Чаще просто избегают касаться этого вопроса по существу. Разумеется, такой подход не плодотворен. Он ставит заслон пониманию и развитию теории работы передачи, но отвечает общепринятому методу расчета по тяговой способности, опирающемуся на экспериментальные кривые скольжения.

## 25. ФОРМУЛЫ СЦЕПЛЯЕМОСТИ

Дифференциальное условие сцепляемости связи со шкивами выражается формулой (62), в которой коэффициент трения  $f(\alpha_S) = f(v_{np})$  может определяться формулой (65). С помощью формул (54) и (60) устанавливается соответствие между  $\alpha_S$  и  $v_{np}$ .

Точное интегрирование выражения (62) возможно, но результат получается слишком громоздким, что благодаря малости второго члена левой части лишает такое уточнение практической ценности. Как показывают числовые расчеты, для небольших и средних скоростей связи (до 30÷35 м/с) второй член можно отбросить и тем упростить дифференциальное условие сцепляемости, записав

$$dS \approx \frac{f(v_{np})(S-a)}{\left(1 + \frac{2x_p}{D}\right)} d\alpha. \quad (62^*)$$

Величина  $x_p$  здесь также может рассматриваться как постоянная, вычисленная при среднем натяжении  $S = S_{cp} = \frac{S_1 + S_2}{2}$ .

Ошибка от таких упрощений не превосходит один процент.

При интегрировании соотношения (62\*) необходимо учитывать, что на угле  $\alpha_{S_2}$  ведомого шкива с ростом натяжения  $S$  растет скорость проскальзывания, вслед за нею увеличивается коэффициент трения, в то время как на угле  $\alpha_{S_1}$  ведущего эти величины растут при убывании  $S$ . Это является одной из причин различия в тяге на шкивах.

Величину  $f(v_{np})$  введем в условие (62\*) в соответствии с формулой (65) и разделим переменные интегрирования. Скорость проскальзывания подставим по выражению (54), а переменную  $S$  и ее дифференциал всюду заменим с помощью очевидных равенств

$$S = S_2 + P; \quad dS = dP,$$

где  $P$  — полезная текущая сила, отвечающая переменной интегрирования  $\alpha = \alpha_S$ , взятая вдоль угла относительного скольжения.

Для ведомого шкива пределами интегрирования по переменной  $P$  являются нуль и  $P_2 = S_1 - S_2$ , а по  $\alpha$  — нуль и  $\alpha_{S_2}$ , т. е. весь угол относительно скольжения. В результате интегрирования получим

$$\frac{\left(f_2 + \frac{1}{4} k_F b_{\text{сш}} D_2 \alpha_{S_2}\right) \alpha_{S_2}}{1 + \frac{2x_p}{D_2}} = \xi_1 \ln(\theta_2 P_2 + 1) + \xi_2 \ln\left(1 + \frac{P_2}{S_2 - a_2}\right), \quad (66)$$

где  $f_2$  — начальное значение коэффициента трения по шкиву  $D_2$ , для коэффициентов  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  и  $\theta_2$  имеем

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{\frac{a_0}{a_0 + b_0}}{\theta_2 (S_2 - a_2) - 1}; \\ \xi_2 &= \frac{\frac{b_0 v_2}{EF + S_2} (S_2 - a_2) - 1}{\theta_2 (S_2 - a_2) - 1}; \\ \theta_2 &= \frac{(a_0 + b_0) v_2}{EF + S_2}. \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

При расчетах необходимо помнить, что коэффициенты  $a_0$ ,  $b_0$  отнесены к скорости проскальзывания, выраженной в сантиметрах в секунду.

Для ведущего шкива началом интегрирования является точка  $G$  (рис. 28) — граница между  $\Delta\alpha_1$  и  $\alpha_{S_1}$ , поэтому

$$S = S_1 - P; \quad dS = -dP; \quad d\alpha = -d\alpha_S.$$

Аналогично, проведя соответствующую замену в условии (62\*) и выполнив интегрирование, получим

$$\frac{\left(f_1 + \frac{1}{4} k_F b_{\text{сш}} D_1 \alpha_{S_1}\right) \alpha_{S_1}}{1 + \frac{2x_p}{D_1}} = \xi_1 \ln(\theta_1 P_1 + 1) + \xi_2 \ln\left(\frac{1}{1 - \frac{P_1}{S_1 - a_1}}\right), \quad (68)$$

здесь  $f_1$  — начальное значение коэффициента трения по ведущему шкиву  $D_1$ , а коэффициенты  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\theta_1$  выражаются формулами

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{\frac{a_0}{a_0 + b_0}}{\theta_1 (S_1 - a_1) + 1}; \\ \xi_2 &= \frac{\frac{b_0 v_1 (S_1 - a_1)}{EF + S_1} + 1}{\theta_1 (S_1 - a_1) + 1}; \\ \theta_1 &= \frac{(a_0 + b_0) v_1}{EF + S_1}. \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

$P_1$  — полезная сила, которую развивает шкив на угле относительного скольжения  $\alpha_{S_1}$ .

Формулы (66) и (68) характеризуют степень сцепленности связи со шкивами и потому могут быть названы формулами сцепляемости. Они независимы между собой и показывают, что каждый шкив взаимодействует со связью автономно, т. е. так, как будто отсутствует его партнер по узлу. Из формул следует, что для каждого из шкивов важны его собственные характеристики и то, какая сила натяжения  $S_2$ ,  $S_1$  действует на его входе в набегающей ветви. В соответствии с этим развиваются полезные силы  $P_2$ ,  $P_1$ .

Каждая из формул связывает между собой три наиболее важные величины:  $P_2$  или  $P_1$  — силу полезной нагрузки,  $\alpha_{S_2}$  или  $\alpha_{S_1}$  — угол относительного скольжения и  $S_2$  или  $S_1$  — входную силу натяжения в набегающей ветви связи.

При объединении шкивов в передаточный узел общими и равными делаются полезные силы  $P_2$  и  $P_1$ . Роль объединяющего фактора здесь выполняет сила начального натяжения  $S_0$ . Если рабочие поверхности шкивов одинаковы по форме и изготовлены из одного материала, то начальные коэффициенты трения  $f_1$ ,  $f_2$  и действующие величины  $b_{\text{сц}}$  равны. Помимо того, с помощью формул (50) и (52) нетрудно показать, что для узла  $\theta_2 = \theta_1$ .

Однако формулы (66) и (68) различаются по коэффициентам  $\xi_1$  и  $\xi_2$ , по диаметрам шкивов, по отношению  $\frac{x_p}{D}$  и по углам относительного скольжения. Различия обусловлены зависимостью коэффициента трения от скорости проскальзывания и неодинаковостью диаметров шкивов. Это приводит к разной тяговой способности последних и выражается в том, что формулы (66) и (68) дают разные по величине углы относительного скольжения  $\alpha_{S_2}$ ,  $\alpha_{S_1}$ .

Если принять, что шкивы одинаковы ( $D_1 = D_2$ ), то числовые подсчеты приводят к условию  $\alpha_{S_1} < \alpha_{S_2}$ , т. е. ведущий шкив развивает более высокую тягу. В количественном отношении различие доходит до 10%. Настоящий эффект проявляется сильнее при небольших скоростях связи, когда с ростом проскальзывания наиболее быстро растет коэффициент трения. С ростом скорости различие уменьшается, так как на большей части дуги относительного скольжения коэффициент трения близок к предельному и мало изменяется.

Из формул (66) и (68) непосредственно следует, что отношение  $\frac{x_p}{D}$  и величина диаметра  $D$  так же сказываются на тяговой способности. С уменьшением диаметров  $D_1$ ,  $D_2$  шкивов возрастают углы  $\alpha_{S_1}$ ,  $\alpha_{S_2}$ , т. е. падает их тяговая способность и обратно.

Обычно ведущий шкив по диаметру меньше ведомого, поэтому превышение его тяги от коэффициента трения компенсируется

уменьшением ее от увеличенного множителя  $\left(1 + \frac{2x_p}{D_1}\right)$  и уменьшенного  $D_1$ . Если же диаметр ведущего шкива больше, то эффекты обоих различий складываются в ущерб для ведомого, и с этим необходимо считаться. Числовые расчеты показывают, что в последнем случае для плоскоремennых передач суммарное различие может достигать 20% и больше. Для клиновых оно должно быть еще значительнее.

Наконец, если считать, что коэффициенты трения постоянны и не зависят ни от скорости проскальзывания, ни от величины взаимодействующих поверхностей, то  $a_0 = b_0 = k_F = \theta_1 = \theta_2 = 0$ ;  $\xi_2 = \xi_2 = 1$  и формулы (66), (68) переходят в общеизвестную формулу Эйлера.

## 26. ОБЕСПЕЧЕНИЕ СЦЕПЛЯЕМОСТИ И ФОРМУЛЫ ПОНСЕЛЕ

Для нормально работающего передаточного узла необходимо, чтобы связь имела достаточное сцепление с каждым шкивом в отдельности. Это равносильно условию, при котором углы относительного скольжения  $\alpha_{S_2}$ ,  $\alpha_{S_1}$  не превосходили бы свои углы обхвата  $\alpha_2$ ,  $\alpha_1$ .

Но углы обхвата определяются геометрией передачи и заданным передаточным отношением, а не условиями сцепления. За счет введения натяжных роликов их можно увеличивать, но это, во-первых, сложно в конструктивном отношении, во-вторых, не всегда ведет к достаточному росту углов обхвата. Следовательно, углы  $\alpha_{S_2}$ ,  $\alpha_{S_1}$  не следует вычислять по формулам сцепляемости (66) и (68), так как при произвольных  $S_2$ ,  $S_1$  они могут оказаться конструктивно неприемлемыми. Их нужно находить по формулам (43), предварительно задавшись углами относительного поскока  $\Delta\alpha_2$ ,  $\Delta\alpha_1$ . Последние должны составлять небольшие части  $\beta_2$ ,  $\beta_1$  от своих углов обхвата. Если коэффициент трения заметно зависит от скорости проскальзывания, то величинам  $\beta_2$ ,  $\beta_1$  можно придавать наименьшие значения, — вплоть до нуля, если же слабо или совсем не зависит, то — наибольшие. Помимо того, для ведущего и ведомого шкивов они могут различаться численно, поэтому запишем

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{S_1} &\leq (1 - \beta_1) \alpha_1; \\ \alpha_{S_2} &\leq (1 - \beta_2) \alpha_2, \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

где  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  — можно рекомендовать выбирать из диапазона от нуля до 0,1.

Так как для узла  $P_1 = P_2$  и величина их определяется формулой (63), то после указания  $\alpha_{S_2}$ ,  $\alpha_{S_1}$  формулы (66) и (68) позволяют вычислить необходимые для сцепления натяжения  $S_1$  и  $S_2$ , которые затем следует согласовать с порождающим их начальным натя-

жением  $S_0$ . Другими словами, до указания  $S_0$  шкивы и связь все еще не объединены в единый узел — передачу.

При неизменном межцентровом расстоянии ( $l = \text{const}$ ) суммарная деформация растяжения нагруженной работающей связи остается той же самой, что у неработающей или ненагруженной, когда  $S_1 = S_2 = S_0$ . Это следует из неизменности форм и геометрических размеров узла, независимо от того, работает он или нет. По этой причине, если не учитывать небольшие различия в деформациях на углах относительного скольжения, то с приближением, достаточным для проектных расчетов, можно утверждать, что при установившемся режиме прирост деформации ведущей части связи равен ее сокращению на ведомой, значит, и приращения сил натяжения так же равны, но противоположны по знаку, т. е.

$$S_1 \approx S_0 + \Delta S;$$

$$S_2 \approx S_0 - \Delta S.$$

Отсюда находим

$$2\Delta S \approx S_1 - S_2 = P_2;$$

$$S_0 \approx \frac{S_1 + S_2}{2} \quad (71)$$

и, помимо того,

$$\left. \begin{aligned} S_1 &\approx S_0 + \frac{P_2}{2}; \\ S_2 &\approx S_0 - \frac{P_2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

Формулы (71) и (72) носят название формул Понселе. Их достоинство состоит в простоте и в том, что для достаточно широкого диапазона условий работы они дают результаты, мало отличающиеся от точных. Точные выражения можно разыскать, но, как показали исследования, даже для постоянного коэффициента трения ( $a_0 = b_0 = k_{FV} = 0$ ) они очень громоздки, а уточняют  $S_0$  не более, чем на 2—5%.

Таким образом, объединению шкивов в узел и взаимодействию с ними связи отвечают две формулы сцепляемости (66), (68), сопутствующая формула (63), две формулы (70) и формула Понселе (71). Общее число их шесть, и объединяют они шесть искоемых:  $P_2$ ,  $\alpha_{S2}$ ,  $\alpha_{S1}$ ,  $S_2$ ,  $S_1$  и  $S_0$ . Однако как формулы, так и искомые между собой не равносильны. Вследствие того, что рассматривается узел, для которого определена геометрия и имеют место равенства  $P_1 = P_2$ ,  $P_2 = S_1 - S_2$ , то число искомых сокращается, а углы  $\alpha_{S2}$ ,  $\alpha_{S1}$  в основном определены геометрическими условиями (34) и (35) и выбором коэффициентов  $\beta_2$ ,  $\beta_1$ . При таких условиях, если, например, назначить  $\alpha_{S1}$ , то формула (68) указывает  $S_1$ , а затем и  $S_2 = S_1 - P_2$ , после чего формула (66) оказывается лишь контрольной, но не расчетной.

Для узла при  $S_0$  от постороннего источника силы и несколько меняющемся от вытяжки межцентровом расстоянии  $l = \text{var}$  (рис. 36)

$$Q = G \frac{l_1}{l_2},$$

где  $G$  — возбуждающая сила тяжести груза, либо сила пружины;  
 $Q$  — сила, действующая вдоль линии центров.

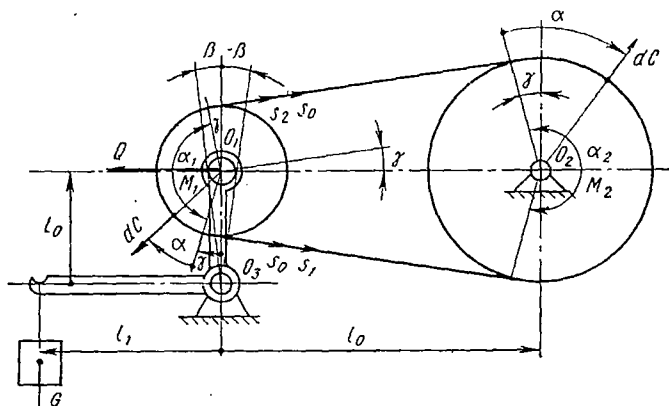


Рис. 36. Узел с посторонним источником силы ( $l = \text{var}$ )

Для небольших углов  $\beta$  поворота рычага числовое значение силы  $Q$  практически неизменно, а межцентровое расстояние определяется формулой

$$l = l_0 + l_2 \sin \beta,$$

здесь  $l_0$  — расстояние между неподвижными центрами  $O_2, O_3$ .

В состоянии покоя или при холостом ходе ( $M_2 = 0$ ) натяжение в ветвях связи всюду одинаково и равно начальному, для которого

$$S_0 = \frac{Q}{2 \cos \gamma}.$$

Если же ведомый шкив нагружен моментом сопротивления  $M_2$ , то для ведущего условие равновесия по связи между натяжениями  $S_1, S_2$ , с одной стороны, силой  $Q$  и элементарными центробежными противодействиями  $dC$  — с другой, выражается равенством

$$Q + \int_0^{\alpha_1} dC_1 \sin(\gamma + \alpha) = (S_1 + S_2) \cos \gamma.$$

Произведя подстановку и выполнив интегрирование в пределах от 0 до  $\alpha_1 = \pi - 2\gamma$ , получим

$$S_0 + a_1 - \frac{a_1}{2 \cos \gamma (EF + S_1)} \int_{\Delta \alpha_1}^{\alpha_1} P \sin(\gamma + \alpha) d\alpha = \frac{S_1 + S_2}{2}. \quad (73)$$

Точно так же для ведомого шкива

$$S_0 + a_2 + \frac{a_2}{2 \cos \gamma (EF + S_2)} \int_{\Delta \alpha_2}^{\alpha_2} P \sin(\gamma - \alpha) d\alpha = \frac{S_1 + S_2}{2}. \quad (74)$$

Интегральные члены, входящие в уравнения (73), (74) представляют собой центробежные силы от скоростей проскальзывания на углах относительного скольжения  $\alpha_{S_1}$ ,  $\alpha_{S_2}$ . Для обычных по жесткости связей их числовые значения малы (около 1—1,5% от  $a_1$ ,  $a_2$ ) и могут быть отброшены. Пользуясь этим и равенством  $S_1 - S_2 = P_2$ , из уравнений (73) и (74) получим

$$S_0 \approx \frac{S_1 + S_2}{2} - \frac{a_1 + a_2}{2}; \quad (75)$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &\approx S_0 + \frac{P_2}{2} + a_1; \\ S_2 &\approx S_0 - \frac{P_2}{2} + a_2. \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

Формулы (75), (76) сходны с формулами Понселе (71), (72), хотя они и получены на другой основе. Поэтому назовем их формулами Понселе для узла  $l = \text{vag}$  и  $S_0$  от постороннего источника силы, так как роль их сохраняется той же. Если теперь обратиться к условиям равновесия элемента связи  $d\alpha$  на углах относительного скольжения, то получим те же формулы (60—(63) и те же формулы сцепляемости (66) и (68), что и в ранее рассмотренном случае при  $l = \text{const}$  и натяжении,  $S_0$  от упругой деформации. Главное отличие заключается лишь в формулах Понселе (71), (72) и (75), (76) и оно проявляется в следующем:

а) прижатие  $dN$  элемента связи к шкиву теперь не зависит от центробежной силы. Это ясно непосредственно, то же подтверждает и формула (60), если в нее вместо  $S$  подставить  $S = S_1 - P$ , взяв  $S_1$  по формуле (76) и учитывая, что

$$a_1 - \frac{a_1}{2 \cos \gamma (EF + S_1)} \int_{\Delta \alpha_1}^{\alpha_S} P \sin(\gamma + \alpha) d\alpha = a;$$

тогда

$$dN = \left( S_0 + \frac{P_2}{2} + a - P - a \right) \cdot d\alpha = \left( S_0 + \frac{P_2}{2} - P \right) d\alpha;$$

б) натяжения  $S_1$ ,  $S_2$  теперь включают в себя центробежные силы (члены  $a_1$ ,  $a_2$ ). Однако напряжения растяжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  по-прежнему выражаются только через  $S_1$ ,  $S_2$ , вследствие чего формулы (45) и (45\*) полностью сохраняются.

Среди ограничений, указанных выше, наименее определенным, но в то же время достаточно важным и связанным с многими физико-техническими факторами является ограничение по линейной скорости связи (41). С ростом скорости постепенно увеличиваются и делаются все ощутимее сопротивление воздуха и воздушные подушки, возникающие вследствие засасывания воздуха между поверхностями плоских лент и шкивов, растет скорость проскальзывания и частота смены напряжений чистого растяжения в напряжение растяжения с изгибом, сдвигом и сжатием. От этого увеличиваются тепловыделение и температура работающих поверхностей, наконец, быстро растут затраты первоначального натяжения связи на компенсацию центробежных сил.

Все эти факторы и их влияние сейчас пока плохо изучены, и неясно, какому из них и когда следует отдавать предпочтение, чтобы указать какие-то границы для скорости. Из перечисленного влияние центробежных сил сказывается прежде всего и заметнее всего. Это обусловлено квадратичной зависимостью их от скорости и тем, что согласно формуле (60) в той же мере ослабляется сцепляемость связи со шкивами. Уже при средних скоростях проявление фактора центробежных сил значительно, в то время как остальные дают заметные эффекты лишь при переходе в область больших скоростей. Таким образом, фактор центробежных сил может быть признан определяющим для попытки выделения на его основе некоторой числовой характеристики, указывающей границу между средними и большими скоростями.

Согласно формуле (66) при  $a_2 = S_2$  величина потребного угла  $\alpha_{S_2}$  возрастает до бесконечности и потому теоретически сцепление связи с ведомым шкивом неосуществимо. Точно такой же ответ дает и формула (68), если положить  $a_1 = S_2 = S_1 - P_2$  ( $P_1 = P_2$  для узла). Однако на практике, помимо сопротивления, пропорционального прижатию связи к поверхности шкива, существует еще сопротивление, вызываемое весом, и сопротивление от соприкосновения работающих поверхностей. Они вносят в сцепляемость поправки и при наличии больших углов относительного скольжения ( $\alpha_S > 2\pi$ ) позволяют добиться успеха. Однако для рассматриваемых узлов ( $\alpha_S < 2\pi$ ) настоящий эффект не велик, не надежен и не может использоваться в расчетах, а потому во всех случаях надо иметь  $S_2 > a_2 \approx a_1$ . Последнее с помощью формулы (60) можно записать в более общем виде

$$dN = S \left( 1 - \frac{a}{S} \right) d\alpha > 0,$$

где  $\frac{a}{S}$  является определяющей характеристикой.

При сходе связи с ведомого шкива и на угле  $\Delta\alpha_1$  ведущего имеем  $S = S_1$ ,  $a = a_1$ ,  $dN = dN_1$ , а введя обозначение  $\frac{a_1}{S_1} = \mu_1$ ,

получим

$$dN_1 = S_1 (1 - \mu_1) d\alpha > 0.$$

Точно так же для угла относительного покоя  $\Delta\alpha_2$  ведомого шкива можно записать

$$dN_2 = S_2 (1 - \mu_2) d\alpha > 0.$$

Коэффициенты  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  выражают доли затрат соответствующих натяжений на противодействие центробежным силам, а их дополнения  $(1 - \mu_1)$  и  $(1 - \mu_2)$  указывают степень использования  $S_1$ ,  $S_2$  на возбуждение сил трения, т. е. на обеспечение сцепления со шкивами. В числовом отношении  $\mu_2 > \mu_1$ , так как  $a_2$  лишь на немного меньше  $a_1$ , в то время как  $S_1$  всегда значительно превосходит  $S_2$ . Из двух коэффициентов предпочтение необходимо отдать первому, т. е.  $\mu_1 = \frac{a_1}{S_1}$ , так как  $S_1 > S_2$  следовательно, при прочностных расчетах всегда можно указать соответствующее предельное или допускаемое напряжение растяжения  $[\sigma_1] = \frac{[S_1]}{F}$ , тогда как  $[\sigma]_2$  указать невозможно. Выбор числового значения  $\mu_1$  должен производиться независимо от его формульного выражения, но с учетом возможных  $a_1$ ,  $S_1$  или их эквивалентов — скорости  $v_1$  и напряжения  $[\sigma_1]$ . Затем оно должно быть подтверждено опытом. Поэтому фактическое  $\frac{a_1}{S_1}$  следует ограничивать заранее указанным значением  $\mu_1$  или

$$\frac{a_1}{S_1} \leq [\mu_1].$$

Заменяя здесь  $a_1$  по формуле (58) и принимая  $\frac{S_1}{F}$  за допускаемое напряжение растяжения  $[\sigma_1]$ , найдем

$$\frac{\gamma}{g[\sigma_1]} \cdot \frac{v_1^2}{\left(1 + \frac{[\sigma_1]}{E}\right)} \leq [\mu_1],$$

откуда получаем

$$v_1 \leq \sqrt{\frac{g[\sigma_1]}{\gamma} \left(1 + \frac{[\sigma_1]}{E}\right) [\mu_1]}. \quad (77)$$

Таким образом, выбрав связь и указав  $[\mu_1]$  — коэффициент потерь напряжения на компенсацию центробежных сил, затем по формуле (77) определяем предельное значение скорости связи  $v_1$ . Например, для прорезиненного ремня с характеристиками:  $E = 1000$  кгс/см<sup>2</sup>,  $[\sigma_1] = 30$  кгс/см<sup>2</sup>,  $\gamma = 0,0012$  кгс/см<sup>3</sup> и в зависимости от ряда значений  $[\mu_1]$  получим ряд предельных скоростей:

$$[\mu_1] = 0,01; 0,05; 0,10; 0,20; 0,35; 0,50;$$

$$v_1 \text{ м/с} = 5,00; 11,20; 15,90; 22,50; 29,70; 35,50.$$

Величину  $[\mu_1]$ , по-видимому, следует ограничивать значениями 0,20—0,35, что для прорезиненных ремней указывает целесообразные предельные скорости от 25 до 30 м/с, которые и имеют место на практике. Предельная скорость пассиков из пружин, навитых из стальной углеродистой проволоки ( $\gamma = 0,0078$  кгс/см<sup>3</sup>) не должна превышать 6—7,5 м/с.

Формула (77) и величина  $\mu_1$  важны в том отношении, что они указывают целесообразные пределы скоростей для разных по механическим свойствам связей, в том числе из новых высокопрочных синтетических материалов, таких как капрон, для которых еще не накоплены опытные сведения.

## 28. КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ПЕРЕДАЧИ

Выше предполагалось, что ведущий шкив вращается со строго постоянной скоростью, а ведомый следует за ним с учетом передаточного отношения. Такую работу называют стационарной. Она отвечает представлениям об идеальном механизме, на который в реальных условиях накладываются различные по характеру и числовым значениям отклонения.

Если колебания малы, не сказываются заметным образом на работе устройства и не заслуживают учета и борьбы с ними, то достаточно статического рассмотрения. В противном случае возникают задачи динамики, требующие собственного теоретического анализа.

Колебания многообразны по характеру и по величинам. С одной стороны, они обусловлены внешними воздействиями, с другой, связаны с принципом действия устройства и с особенностями его конструкции. Для каждого устройства существует свой уровень внешних воздействий и колебаний, до которого последние не существенны. Точное теоретическое определение этого уровня пока очень сложно. Возможны лишь приближенные оценки, а точные можно получить только с помощью экспериментов.

Динамика и колебания механических передаточных узлов обычно тесно связаны с тем устройством, в состав которых они входят. Дифференциальные уравнения чаще приходится писать для всего устройства или механизма, либо от одной до другой гибкой (силовой) связи в нем. Однако существуют узлы, из которых можно выделять некоторые элементы в определенной мере динамически обособленные от остальных, и для них писать отвечающие дифференциальные уравнения. Таким является передаточный узел с гибкой связью, а выделенными из него могут быть свободные ведущая и ведомая ветви последней. Во время работы они приходят в колебательное состояние, которое, во-первых, нежелательно, во-вторых, оно может стать неприемлемым, нарушающим нормальную работу узла и способствующим быстрому выходу из строя, прежде всего, самой связи, а затем и других элементов.

Непосредственно видно, что помимо колебаний ветвей связи (рис. 37) для простейшего передаточного узла наиболее вероятны и существенны:

а) поперечные колебания шкивов с отклонениями их центров на значения  $r_1, r_2$  или по составляющим  $x_1, y_1; x_2, y_2$ ;

б) крутильные колебания каждого из шкивов на углы  $\varphi_1, \varphi_2$ , накладывающиеся на вращения с постоянными скоростями  $\omega_1, \omega_2$ . Помимо того, могут иметь место поступательные колебания шкивов вместе с валами вдоль своих осей вращения и вращательные колебания (биения) относительно осей  $Ox, Oy$ . Однако при достаточно жестких и точно собранных конструкциях, при

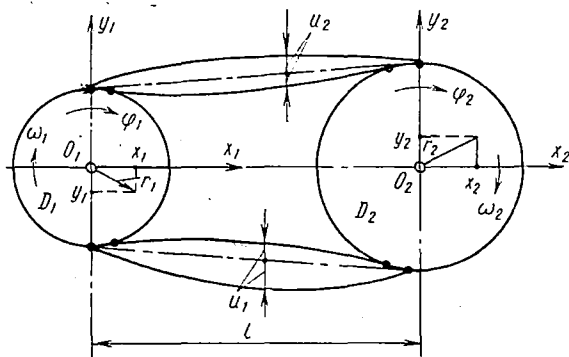


Рис. 37. Главные колебания узла

скоростях не выше средних такие колебания малы, их влияние на работу узла и его связи ничтожно и для проектных расчетов нет смысла принимать во внимание.

Все свободные колебания из-за трения обычно быстро затухают, а если последнее не наблюдается, то в самом устройстве существуют условия, в силу которых часть подводимой к узлу энергии непрерывно расходуется на компенсацию потерь ее при колебаниях. Механизм настоящего явления всегда довольно сложен, и для него не предложено подходящего математического описания. Его обнаруживают через посредство нахождения резонансных состояний, что хорошо отвечает практике, но сложно в теоретическом отношении.

**Поперечные колебания шкивов** могут быть вызваны резкими изменениями нагрузочного момента  $M_2$ , скачками подводимого на вход момента  $M_1$ , местными дефектами связи, создающими периодически повторяющиеся возмущения, и колебаниями сил натяжения ветвей связи.

По каждой составляющей  $x$  и  $y$  отклонения  $r$  шкива нетрудно написать дифференциальные уравнения (рис. 37): для ведущего шкива

$$\left. \begin{aligned} m_{1x}\ddot{x}_1 + q_{1x}\dot{x}_1 + k_{1x}x_1 &= [\Delta S_1 + \Delta S_2] + \Delta N_{1x}(t); \\ m_{1y}\ddot{y}_1 + q_{1y}\dot{y}_1 + k_{1y}y_1 &= \Delta N_{1y}(t), \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

для ведомого

$$\left. \begin{aligned} m_{2x}\ddot{x}_2 + q_{2x}\dot{x}_2 + k_{2x}x_2 &= -[\Delta S_1 + \Delta S_2] + \Delta N_{2x}(t); \\ m_{2y}\ddot{y}_2 + q_{2y}\dot{y}_2 + k_{2y}y_2 &= \Delta N_{2y}(t). \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

В этих уравнениях  $m_{1x}$ ,  $m_{2x}$ ,  $m_{1y}$ ,  $m_{2y}$  — приведенные к центрам шкивов, колеблющиеся вместе с нами массы,  $q_{1x}$ , ...,  $q_{2y}$  — коэффициенты сил, гасящих колебания;  $k_{1x}$ , ...,  $k_{2y}$  — коэффициенты жесткостей или позиционных сил по направлениям  $x$ ,  $y$ . Для малых колебаний гасящие и позиционные силы обычно линейны;  $\Delta N_{1x}(t)$ , ...,  $\Delta N_{2y}(t)$  — внешние возмущающие воздействия, обусловленные изменениями  $M_1$ ,  $M_2$  и дефектами связи;  $\Delta S_1$ ,  $\Delta S_2$  — колебания натяжений связи, вызванные

а) деформациями растяжения на значение  $(x_2 - x_1)$  от поперечных колебаний шкивов;

б) деформациями растяжения каждой из ветвей от крутильных колебаний шкивов. Для верхней ведомой ветви растяжение равно  $\left(\frac{D_2}{2} \varphi_2 - \frac{D_1}{2} \varphi_1\right)$ , а для нижней ведущей —  $\left(\frac{D_2}{2} \varphi_2 - \frac{D_1}{2} \varphi_1\right)$ ;

в) деформациями длин ветвей связи, вызванными их поперечными колебаниями. Для сравнительно малых отклонений можно принять, что эти деформации пропорциональны величинам  $u_{2cp}(t)$  и  $u_{1cp}(t)$ , взятых для средин длин колеблющихся ветвей.

На основе этого для  $\Delta S_1$ ,  $\Delta S_2$  можно записать

$$\left. \begin{aligned} \Delta S_1 &= \frac{EF}{l_{cp}} \left[ (x_2 - x_1) - \left( \frac{D_2}{2} \cdot \varphi_2 - \frac{D_1}{2} \varphi_1 \right) + \kappa_1 u_{1cp}(t) \right]; \\ \Delta S_2 &= \frac{EF}{l_{cp}} \left[ (x_2 - x_1) + \left( \frac{D_2}{2} \varphi_2 - \frac{D_1}{2} \varphi_1 \right) + \kappa_2 u_{2cp}(t) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Для суммы  $(\Delta S_1 + \Delta S_2)$  найдем

$$(\Delta S_1 + \Delta S_2) = \frac{EF}{l_{cp}} [2(x_2 - x_1) + \kappa_1 u_{1cp}(t) + \kappa_2 u_{2cp}(t)],$$

т. е. от крутильных колебаний она не зависит. На ее основе уравнения (78) и (79) для  $x_1$ ,  $x_2$  переписутся так

$$\begin{aligned} m_{1x}\ddot{x}_1 + q_{1x}\dot{x}_1 + \left(k_{1x} + \frac{2EF}{l_{cp}}\right)x_1 &= \\ &= \frac{EF}{l_{cp}} [2x_2 + \kappa_1 u_{1cp}(t) + \kappa_2 u_{2cp}(t)] + \Delta N_{1x}(t), \\ m_{2x}\ddot{x}_2 + q_{2x}\dot{x}_2 + \left(k_{2x} + \frac{2EF}{l_{cp}}\right)x_2 &= \\ &= \frac{EF}{l_{cp}} [2x_1 - \kappa_1 u_{1cp}(t) - \kappa_2 u_{2cp}(t)] + \Delta N_{2x}(t). \end{aligned}$$

Члены  $\kappa_1 u_{1cp}(t)$ ,  $\kappa_2 u_{2cp}(t)$  можно рассматривать как случай-

ные воздействия на шкивы и их можно объединить с  $\Delta N_{1x}(t)$ ,  $\Delta N_{2x}(t)$ , приняв

$$\Delta N_1(t) = \frac{EF}{l_{cp}} [\kappa_1 u_{1cp}(t) + \kappa_2 u_{2cp}(t)] + \Delta N_{1x}(t);$$

$$\Delta N_2(t) = \frac{EF}{l_{cp}} [-\kappa_1 u_{1cp}(t) - \kappa_2 u_{2cp}(t)] + \Delta N_{2x}(t).$$

Если затем при помощи оператора  $m_x p^2 + q_x p + \left(k_x + \frac{2EF}{l_{cp}}\right)$  исключить из правых частей уравнений  $x_2$ ,  $x_1$ , то получим два независимых линейных неоднородных дифференциальных уравнения четвертого порядка относительно искомым  $x_1$ ,  $x_2$ , т. е.

$$\left. \begin{aligned} a_{14} \overset{\dots}{x}_1 + a_{13} \overset{\dots}{\dot{x}}_1 + a_{12} \overset{\dots}{\ddot{x}}_1 + a_{11} \overset{\dots}{\dot{x}}_1 + a_{10} x_1 &= \\ = b_{12} \Delta \overset{\dots}{\ddot{N}}_1(t) + b_{11} \Delta \overset{\dots}{\dot{N}}_1(t) + b_{10} \Delta N_1(t); \\ a_{24} x_2 + a_{23} \overset{\dots}{\dot{x}}_2 + a_{22} \overset{\dots}{\ddot{x}}_2 + a_{21} \overset{\dots}{\dot{x}}_2 + a_{20} x_2 &= \\ = b_{22} \Delta \overset{\dots}{\ddot{N}}(t) + b_{21} \Delta \overset{\dots}{\dot{N}}(t) + b_{20} \Delta N_2(t). \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

Решения и анализ таких уравнений общеизвестны, и необходимы только численные значения коэффициентов  $a_{14}, \dots, b_{20}$ . Но они могут быть указаны только для динамически обособленного механизма в целом, а не для входящих в последний передаточных узлов. Рассмотрение механизмов в нашу задачу не входит.

Уравнения (78), (79) по составляющим  $y_1$ ,  $y_2$  являются достаточно простыми.

**Крутильные колебания шкивов** в стационарном режиме представляют собой некоторые кратковременные опережения и отставания на угол  $\varphi$  по отношению к основному вращению, происходящему с постоянной скоростью. Дифференциальное уравнение крутильных колебаний ведущего шкива имеет вид

$$J_1 \overset{\dots}{\ddot{\varphi}}_1 + p_1 \overset{\dots}{\dot{\varphi}}_1 + k_{1\varphi} \varphi_1 + M_{c1} = M_{двг} + \Delta M_1(t) - (S_1 + \Delta S_1 - S_2 - \Delta S_2) \frac{D_1}{2},$$

где

$J_1$  — момент инерции шкива и всех приведенных к нему масс;

$p_1$  — коэффициент демпфирующего момента;

$k_{1\varphi}$  — коэффициент позиционного момента;

$M_{c1}$  — момент сопротивления сил трения;

$M_{двг}$  — установившийся активный момент со стороны двигателя;

$\Delta M_1(t)$  — случайное возрастание активного момента;

$(S_1 + \Delta S_1 - S_2 - \Delta S_2) \frac{D_1}{2}$  — противодействующий момент со стороны связи.

Для стационарного вращения осуществляется условие

$$M_{\text{двр}} - M_{\text{с1}} - (S_1 - S_2) \frac{D_1}{2} = 0,$$

а разность  $(\Delta S_1 - \Delta S_2)$  следует заменить по равенствам (а), после чего получим уравнение крутильных колебаний ведущего шкива

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + p_1 \dot{\varphi}_1 + \left( k_{1\varphi} + \frac{EFD_1}{2} \right) \varphi_1 = \\ , = \frac{EF}{l_c} [D_2 \varphi_2 - \kappa_1 u_{1c}(t) + \kappa_2 u_{2c}(t)] \frac{D_1}{2} + \Delta M_1(t). \quad (81)$$

Аналогично для ведомого шкива найдем

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 + p_2 \dot{\varphi}_2 + \left( k_{2\varphi} + \frac{EFD_2}{2} \right) \varphi_2 = \\ = \frac{EF}{l_c} [D_1 \varphi_1 + \kappa_1 u_{1c}(t) - \kappa_2 u_{2c}(t)] \frac{D_2}{2} + \Delta M_2(t). \quad (82)$$

Таким образом, крутильные колебания, как и поперечные, связаны взаимно и не зависят от  $x_1$  и  $x_2$ . Уравнения (81) и (82) приводятся к такому же виду, как (80), т. е. их нетрудно превратить в независимые четвертого порядка.

Таким образом, дифференциальные уравнения (80)—(82) охватывают весь механизм в целом и не могут быть написаны для отдельного узла, кроме случаев, когда последний совпадает с механизмом. Поперечные и крутильные колебания шкивов тесно связаны с валами и другими присоединенными элементами, что является проблемой устройства в целом, а не его составляющих узлов, и потому выходит за рамки рассматриваемой здесь задачи.

**Колебания свободных ветвей связи.** Предполагаем, что поперечные колебания  $u_1$  и  $u_2$  свободных ветвей связи происходят только в плоскости рисунка (рис. 37). Основанием такого упрощения является то, что импульсы возбуждения действуют лишь в плоскости рисунка. Ими будут поперечные  $x$ ,  $y$  и крутильные колебания шкивов, толчки и импульсы от дефектов связи и случайные приращения моментов  $\Delta M_1(t)$ ,  $\Delta M_2(t)$ . Для ленточной связи такое предположение дополнительно оправдывается тем, что ее жесткость в рассматриваемом направлении наименьшая, а для круглой оно обусловлено конструктивными стабилизирующими факторами, такими как направляющие желоба на шкивах.

В процессе колебаний элемент  $dl$  подвергается действию следующих сил (рис. 38):

а) натяжений справа и слева, которые одинаковы, но действуют под некоторым углом  $d\alpha$  друг к другу, обусловленным длиной элемента  $dl$  и кривизной отклонившейся связи.

Силы  $S$  всецело определяются натяжениями  $S_1$ ,  $S_2$  ветвей связи, а последние непрерывно меняются из-за колебаний  $x$ ,  $y$ ,

$\varphi, u$  и под воздействием  $\Delta M_1(t), \Delta M_2(t)$ , поэтому следует принять

$$S_1(t) = S_1 + \Delta S_1(t); \quad S_2(t) = S_2 + \Delta S_2(t),$$

где  $\Delta S_1(t), \Delta S_2(t)$  — некоторые функции времени, которые обычно невелики по сравнению со стационарными значениями  $S_1, S_2$  и носят случайный характер;

б) демпфирующей силы  $\rho \dot{u}$ , порожденной сопротивлением воздуха и внутренним межмолекулярным трением в материале связи. Считаем, что она пропорциональна первой степени скорости по отклонению  $u$  и не зависит от продольной скорости  $v$ , сопротивление, зависящее от  $v$ , уравновешивается тягой от источника движений;

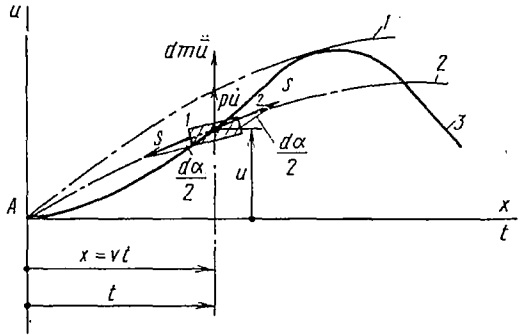


Рис. 38. Узел с гибкой связью:

1 и 2 — положения колеблющейся связи; 3 — путь элемента  $dl$

в) инерционного сопротивления  $dm\ddot{u}$ , которое элемент  $dl$  испытывает только в направлении происходящего отклонения.

Никакие другие силы не действуют, поэтому можно записать

$$2(S + \Delta S(t)) \frac{d\alpha}{2} = dm\ddot{u} + \rho \dot{u} dx,$$

где  $dm = \frac{F\gamma}{g} dx$  — масса элемента  $dl$ ;

$\rho$  — коэффициент демпфирующей силы на единицу длины связи;

$\frac{d\alpha}{2}$  — угол отклонения силы  $S + \Delta S(t)$  от касательной к середине элемента  $dl$ .

На длине  $dl$  от сечения 1 к сечению 2 наклон силы  $S + \Delta S(t)$  убывает на

$$d\alpha = \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_1 - \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_2 \right] = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx.$$

Заменяя  $dm$  и  $d\alpha$ , получим

$$\frac{F\gamma}{g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial u}{\partial t} = S \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Delta S(t). \quad (83)$$

Выражение (83) является дифференциальным уравнением колебаний связи. Его член  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Delta S(t)$  характеризует источник воз-

никновения и поддержания колебаний. Одно это уравнение не способно описать поведение связи во времени, так как оно не указывает, как смещаются концы связи и в каком состоянии находится связь в начальный момент времени. Уравнение должно быть дополнено концевыми (предельными) и начальными условиями.

**Концевые и начальные условия.** Концевые условия характеризуются тем, что из-за меняющихся отклонений  $x$ ,  $y$ ,  $\varphi$  и  $u$  точки  $A$ ,  $B$ ,  $E$ ,  $F$  касания шкивов (рис. 37) непрерывно перемещаются, соответственно меняются длины колеблющихся ветвей связи и для них можно записать

$$\begin{aligned} l_1(t) &= l_1 + \Delta l_F(t) + \Delta l_E(t); \\ l_2(t) &= l_2 + \Delta l_A(t) + \Delta l_B(t). \end{aligned}$$

Однако по сравнению с  $l_1$  и  $l_2$  удлинения  $\Delta l(t)$  малы и вдобавок знакопеременны. Поэтому учет  $\Delta l(t)$  малоэффективен, и в первом приближении концевые условия следует записать так:

$$\left. \begin{aligned} u_{x=0} &= 0; \\ u_{x=l_{1,2}} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

что предполагает постоянство длин колеблющихся ветвей связи и их неподвижность в точках  $A$ ,  $B$ ,  $E$ ,  $F$  касания шкивов.

**Начальные условия** характеризуются тем, что связь движется со скоростью  $v$ , в результате чего положение всякого рассматриваемого элемента  $dl$  может быть зафиксировано с помощью координат

$$\left. \begin{aligned} u &= u(t; x); \\ x &= vt. \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

При этом начало отсчета времени нужно выбирать так, чтобы моменту  $t = 0$  отвечало условие  $u(t = 0; x) = 0$ , т. е. прохождение всей колеблющейся связи через среднее положение и расположение движущегося элемента  $dl$  в точке  $A$  (или  $E$ ) схода со шкива (рис. 39). Такому выбору начала отсчета времени соответствуют начальные условия

$$\begin{aligned} u_{t=0} &= 0; \\ \dot{u}_{t=0} &= \dot{u}_0 \text{ макс.} \end{aligned} \quad (86)$$

Кроме того, согласно уравнениям (85), элемент  $dl$  на пути от  $A$  до  $B$  опишет некоторую кривую, отличную от кривой, которую этот элемент проходил бы, если считать, что колеблющаяся связь с закрепленными концами поступательно движется со скоростью  $v$  (рис. 39). В последнем случае каждый элемент связи описывал бы периодическую кривую с постоянной амплитудой. Здесь же, выйдя из точки  $A$ , он постепенно увеличивает размах амплитуды, а пройдя середину, уменьшает свои колебания и прекращает их в точке  $B$  на другом шкиве. Так как связь колеб-

лется как единое целое, то период  $T$  кривой пути элемента  $dl$  сохраняется всюду неизменным и равным периоду колебаний самой связи. Рост и последующее затухание амплитуды колебаний обусловлены не демпфированием, а изменением направления равнодействующей сил растяжения элемента. Для колеблющейся связи процесс роста и убыли амплитуды в целом сбалансирован.

Если же предположить, что баланс почему-либо нарушается, то на первой половине пути каждый элемент будет накапливать больше энергии, чем расходовать на второй. Такие колебания не могут быть устойчивыми и не могут носить стационарный характер. Отсюда можно сделать выводы:

а) движущаяся и колеблющаяся связь имеет склонность образовывать одну полуволну или пучность, но возможно и большее число их, что зависит от величины скорости  $v$  связи и от ее свободной длины  $l$ . Число пучностей должно быть целым;

б) общее число полуволн кривой пути элемента  $dl$  за время его прохождения от точки  $A$  до  $B$  (или от  $E$  до  $F$ ) должно быть целым. Поэтому число полуволн  $m$  на одной пучности также будет целым.

Настоящие выводы могут быть названы условиями скорости. Из них следует, что

$$vnm \frac{T}{2} = l,$$

откуда для периода  $T$  колебаний, обусловленного скоростью  $v$  и длиной  $l$ , находим

$$T = \frac{2l}{nmv}, \quad (87)$$

здесь  $n$  — число пучностей.

На практике при стационарной работе передаточного узла наблюдаются установившиеся незатухающие колебания ветвей связи. Это означает, что происходит компенсация притока энергии, подводимой возмущениями  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Delta S(t)$  [уравнение (83)], расходами на потери, обусловленные демпфирующим членом  $\rho \frac{\partial u}{\partial t}$ . Следо-

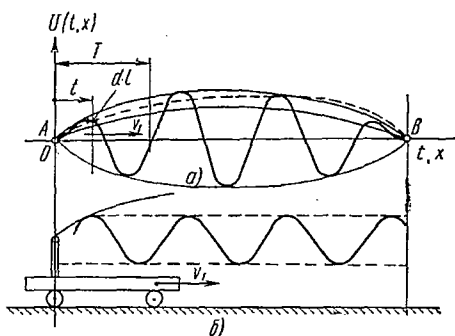


Рис. 39. Колебания связи и путь элемента  $dl$ :

$a$  — траектория элемента  $dl$  движущейся связи;  $b$  — траектория элемента  $dl$  на движущейся тележке

вательно, в среднем эти два члена равны, поэтому из условий (86) получаем

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (88)$$

где

$$a^2 = \frac{Sg}{F\gamma}.$$

Уравнение (88) описывает незатухающие установившиеся колебания ветви связи узла в стационарном режиме. Оно известно как уравнение струны и для него существуют два решения: по способу Даламбера и по способу Фурье. Для наших целей больше подходит решение по способу Фурье, имеющее вид

$$u(x, t) = (A \cos akt + B \sin akt) (C \cos kx + D \sin kx).$$

Используя концевые условия (84), начальные (86) и то, что число пучностей  $n$  может быть больше единицы, известным способом найдем выражения для отклонений  $u(x, t)$  и максимальных скоростей  $\dot{u}_0(x)_{\max}$

$$\left. \begin{aligned} u(x, t) &= B_0 \sin \frac{n\pi}{l} x \sin \frac{n\pi a}{l} t; \\ \dot{u}_0(x)_{\max} &= B_0 \frac{n\pi a}{l} \sin \frac{n\pi x}{l}. \end{aligned} \right\} \quad (89)$$

Амплитуда  $B_0$  соответствует балансу подводимой возмущениями  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Delta S(t)$  и рассеиваемой сопротивлениями  $\rho \frac{\partial u}{\partial t}$  энергии колеблющейся связи. Величину  $B_0$  можно определить, если записать равенство интегралов от этих членов за один период колебаний. Значением  $B_0$  можно также задаваться.

**Об ограничении колебаний.** Чем меньше энергия, подводимая к связи возмущениями  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Delta S(t)$ , и большее ее рассеивание сопротивлениями  $\rho \frac{\partial u}{\partial t}$ , тем меньше амплитуда колебаний  $B_0$ . Поэтому для уменьшения и ограничения колебаний, в первую очередь, необходимо конструктивным путем добиваться снижения возможных отклонений  $x$ ,  $y$ ,  $\varphi$ , воздействий  $\Delta M_1(t)$ ,  $\Delta M_2(t)$  и толчков от неровностей на самой связи, возбуждающих импульсы при набегании и сходе со шкивов. Точно так же желательно, чтобы коэффициент  $\rho$  имел достаточную величину.

Помимо того, из решения (89) следует, что период колебаний свободной ветви связи может быть получен, если написать очевидное равенство

$$\frac{n\pi a T}{l} = 2\pi,$$

из которого найдем

$$T = \frac{2l}{na}, \quad (90)$$

т. е. период  $T$  зависит от длины колеблющейся ветви  $l = l_1$  или  $l_2$ , от  $a = \sqrt{\frac{Sg}{F\gamma}}$  и от числа  $n$  образовавшихся пучностей. Условие (90) назовем физическим. Затем  $T$  должен удовлетворять условию (87) — кинематическому. Из этих условий находим

$$\frac{a}{v} = m = \dots 8, 6, 4, 2. \quad (91)$$

Анализ показывает, что отношение  $m$  может принимать только четные значения. При нечетных значениях  $m$  прохождение пути  $l$  элементом  $dl$  несимметрично и неустойчиво.

Возможную величину периода  $T$  определяет физическое условие (90), не связанное со скоростью  $v$ , а отношение  $m$  волновой скорости к скорости связи надо понимать как некоторое независимое, подчиняющееся соотношению (91). Следовательно, кинематическое условие (87) указывает произведение

$$nm = \frac{2l}{vT}, \quad (92)$$

откуда следует, что изменение скорости  $v$  является тем принуждающим фактором, который за счет смены  $m$  по соотношению (91) приводит к изменению числа пучностей  $n$  колеблющейся связи [по формуле (92)]. Наблюдения за реально работающими передаточными узлами, имеющими относительно длинные и сравнительно маложесткие ветви, подтверждают настоящие выводы и ясно показывают как вслед за ростом  $v$  происходит сначала возникновение колебаний с одной пучностью (большое  $m$ ), затем они пропадают и вновь возрождаются с двумя, потом с тремя и т. д. пучностями (малые  $m$ ). Новые установившиеся состояния наступают не для всяких  $v$ , а лишь для тех, которые одновременно удовлетворяют условиям (91) и (92). Для промежуточных скоростей возмущающие воздействия возбуждают нерегулярные быстро затухающие колебания. Стационарные колебания при этом не возникают.

Так как колебания возможны, когда величины  $n$  и  $m$  являются целыми числами, а  $m$  к тому же должно быть и четным, то их произведение  $nm$  также будет целым и четным. Следовательно, ведущая и ведомая ветви связи не могут приходить в состояние стационарных колебаний, если не выполняются условия (91) и (92). Такие условия возникают, когда отношение  $m$  принимает нечетные или нецелые (ближе к нечетному) значения. В этом случае импульсы возмущений смогут вызывать лишь кратковременные быстро затухающие отклонения, а не стационарные колебания. Следовательно, требование

$$\frac{a}{v} = \frac{1}{v_1 \text{ или } v_2} \sqrt{\frac{S_{1,2}g}{F\gamma}}$$

нечетно или близко к нечетному и есть условие, к которому нужно стремиться при проектировании узла, чтобы не сообщать свободным ветвям его связи склонность к колебаниям.

## 29. РАСЧЕТ УЗЛА СО СВЯЗЬЮ ФРИКЦИОННОГО СЦЕПЛЕНИЯ

Главной задачей проектировочного расчета узла с гибкой связью фрикционного сцепления является нахождение геометрических размеров его элементов (диаметров шкивов и межцентрового расстояния), затем подбор типа и вида связи, определение ее размеров и, наконец,— силы начального натяжения  $S_0$ . Помимо того, известными путями решаются вопросы обеспечения прочности, надежности и технологичности всех остальных элементов.

В машиностроении существует и широко применяется методика расчета нагруженных плоско- и клиноременных передач, известная под названием «расчета по тяговой способности». В ней результаты существующей теории почти не используются, а главную основу составляют экспериментальные данные о работе типового узла, имеющего одинаковые по диаметру шкивы и скорость связи 10 м/с. Для узлов, отличных от типового, указываются поправочные коэффициенты, некоторые нормы, ограничения и рекомендации, полученные с помощью специальных экспериментов и в процессе длительного опыта.

Достоинства настоящей методики заключены в том, что она опирается на значительный объем экспериментальных сведений и на большой предшествующий производственный опыт, поэтому знание ее полезно и приборостроителю. Недостаток состоит в отсутствии освещения этой методики теорией и в том, что ее трудно, а иногда и невозможно распространить на другие узлы, которые, как приборостроительные, далеки от принятого за типовой.

Сейчас ясно, что причина, по которой в свое время оправдалось создание чисто опытной методики расчета по тяговой способности, состояла в том, что в недостаточной мере была развита теория и не были освещены многие стороны работы гибкой связи. Последнее вместе с тем сдерживало и до сих пор сдерживает накопление соответствующих опытных сведений, которые делали бы расчет, опирающийся на теорию, реальным.

Между тем, к настоящему времени положение изменилось. С момента создания расчета «по тяговой способности» появилось большое количество малонагруженных передач машин и приборов, которые далеки от типового узла машиностроения, положенного в основу метода тяговой способности. Помимо того, созданы связи из новых высокопрочных материалов. Их изготавливают и выпускают для использования многие отечественные и зарубежные предприятия. На подобные узлы нельзя непосредственно распространить метод тяговой способности машиностроения, целесообразней развивать теорию и строить соответствующую ме-

тодику. Ниже делается попытка предложить такой метод. Его можно назвать методом расчета по сцепляемости связи со шкивами.

Проведение расчета, построенного на приведенной выше теории, можно разделить на два этапа. На первом из них определяются геометрические размеры узла, на втором — размеры связи и достигается обеспечение сцепляемости со шкивами. Для определения числовых значений нужно иметь опытные сведения о механических свойствах связей: допускаемые напряжения растяжения  $[\sigma]$ , отвечающие формуле (45\*) модули упругости, коэффициенты трения, определенные по формуле (65), и другие данные, обычные в таких случаях.

Заданными или исходными при расчете являются: передаточное отношение  $i$  узла, число оборотов  $n_2$  и момент сопротивления  $M_2$  на выходе.

С потребной выходной мощностью  $N_2$  величины  $n_2$ ,  $M_2$  связаны известным равенством

$$N_2 = \frac{\pi n_2}{30} M_2.$$

К числу исходных также следует отнести опытные ограничения (39)—(42), формулу (77), рекомендации и требование о том, что окончательный выбор размеров связи и отдельных элементов узла нужно согласовать с ГОСТом и ТУ на их изготовление в промышленности.

В машиностроении через проектируемый узел часто проходит вся мощность присоединенного к нему электродвигателя. По этой причине в качестве исходных указываются входные значения  $N_1$ ,  $n_1$ . В приборостроении основными являются выходные противодействия, — по ним и ведут проектные расчеты.

**Расчетные формулы.** Для линейной скорости  $v_2$  на ведомом шкиве имеем

$$v_2 = \frac{\pi n_2 (D_2 + h)}{60},$$

но согласно ограничению (41), формуле (77) и условиям на проектирование скорость связи должна быть указана оптимальной (обозначим ее через  $[v]$ ). Так как обычно  $v_2$  мало отличается от  $v_1$ , то следует принять  $v_2 \leq [v]$ , поэтому

$$(D_2 + h) \leq \frac{60 [v]}{\pi n_2}. \quad (93)$$

Для диаметра  $(D_1 + h)$  ведущего шкива с помощью формулы (55) получим выражение

$$(D_1 + h) = \frac{(D_2 + h) i}{(1 - \xi_{\Phi})}, \quad (94)$$

где величиной  $\xi_{\Phi}$  следует задаваться применительно к намеченному виду связи и по опытным данным.

Руководствуясь ограничением (39) и задавшись согласно рекомендациям величиной  $\left[\frac{D}{h}\right]$ , запишем

$$\frac{(D+h)_{\min}}{h} \geq \left[\frac{D}{h}\right] + 1,$$

откуда для толщины связи  $h$  (или диаметра  $d$ ) получим

$$h \leq \frac{(D+h)_{\min}}{\left[\frac{D}{h}\right] + 1}. \quad (95)$$

Здесь в качестве  $(D+h)_{\min}$  нужно взять наименьшее из значений по формулам (93) и (94).

Условие (42) требует, чтобы число пробегов связи в секунду было не больше  $[u]$ . Пользуясь этим требованием и формулой (36), найдем

$$l \geq \frac{1}{2 \cos \gamma} \left[ \frac{[v]}{[u]} - \pi \left( \frac{D_1 + D_2}{2} + h \right) - \gamma(D_2 - D_1) \right] \quad (96)$$

Но, помимо того, непосредственно из рис. 26 следует

$$l_{\min} \geq \frac{D_1 + D_2}{2} + \Delta l, \quad (96^*)$$

где  $\Delta l$  — некоторое увеличение межцентрового расстояния, чтобы шкивы не касались друг друга.

Каждое из условий (96) должно быть выполнено независимо, но, помимо того, величина  $l$  может быть указана из конструктивных соображений.

Полученная система соотношений (93)—(96) зависит от заданных  $n_2$ ,  $i$  от выбора постоянных  $[v]$ ,  $\left[\frac{D}{h}\right]$ ,  $[u]$  и учитывает конструктивные ограничения. Она позволяет последовательно определить искомые  $(D_2 + h)$ ,  $(D_1 + h)$ ,  $h$ ,  $l$  или геометрию проектируемого узла. Однако выбор  $[v]$ ,  $\left[\frac{D}{h}\right]$ ,  $[u]$  в немалой мере произволен и может варьироваться, что приводит к различным по приемлемости ответам, поэтому неясно, как его производить. Для ответа предположим, что  $(D_1 + h) = (D + h)_{\min}$ , тогда равенство (94) позволяет связать ограниченные неравенства (93) и (95) и записать

$$\left(\left[\frac{D}{h}\right] + 1\right) h \leq (D_1 + h) = \frac{(D_2 + h) i}{(1 - \zeta_{\Phi})} \leq \frac{60 [v] i}{\pi n_2 (1 - \zeta_{\Phi})},$$

откуда получаем

$$h \leq \frac{60i [v]}{\pi n_2 (1 - \zeta_{\Phi}) \left(\left[\frac{D}{h}\right] + 1\right)}. \quad (97)$$

Формула (97) показывает, что геометрическая по происхождению толщина связи  $h$  зависит от выбора двух исходных  $\left[\frac{D}{h}\right]$  и  $[v]$ ,

а не от одной, как это может представляться по формуле (95). Помимо того, она может быть реализована лишь в случае, когда среди выпускаемых промышленностью имеются связи с толщинами, близкими к расчетным, т. е. после расчета окончательный подбор следует производить по данным ГОСТа и стандартов предприятий. Следовательно, определение толщины  $h$  не может быть поставлено в зависимость от прочностного ограничения (40). Последнее нужно выдерживать за счет второго размера сечения — ширины  $b$ . В случае, когда связь круглая или клиновая, характер удовлетворения условия (40) сохраняется, но из него вместо ширины  $b$  определяют ее эквивалент — число  $z$  одновременно работающих одинаковых по сечению связей.

На этом заканчивается первый этап расчета, и нетрудно видеть, что в принципе он пока не отличается от расчета «по тяговой способности».

Далее, из двух формул (66) и (68), в первую очередь и главным образом, используется вторая, характеризующая сцепляемость связи с ведущим шкивом. Основанием этого служит то, что  $S_1$  — максимально, следовательно, для него можно указать допустимое значение  $[\sigma_1]$ , сверх всего угол обхвата  $\alpha_1$  и диаметр  $D_1$  почти всегда заметно меньше соответствующих  $\alpha_2$  и  $D_2$  по ведомому шкиву, и потому на ведущем труднее достигнуть достаточной сцепляемости. Формула (66) оказывается контрольной.

Согласно прочностному ограничению (40) можно записать

$$\frac{S_1}{F} \leq [\sigma_1] \text{ или } F \geq \frac{S_1}{[\sigma_1]}.$$

Используя эти соотношения, получим

$$a_1 = \mu_1 S_1,$$

где для краткости, как и в формуле (77), принято

$$\frac{\gamma V_1^2}{g \left( 1 + \frac{[\sigma_1]}{E} \right) [\sigma_1]} = \mu_1. \quad (98)$$

Формулы (69) коэффициентов  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\theta_1$  примут вид

$$\xi_1 = \frac{\left( 1 + \frac{[\sigma_1]}{E} \right) \frac{a_0}{a_0 + b_0}}{1 + \frac{[\sigma_1]}{E} [1 + (a_0 + b_0) v_1 (1 - \mu_1)]},$$

$$\xi_2 = \frac{1 + \frac{[\sigma_1]}{E} [1 + b_0 v_1 (1 - \mu_1)]}{1 + \frac{[\sigma_1]}{E} [1 + (a_0 + b_0) v_1 (1 - \mu_1)]},$$

$$\theta_1 = \frac{(a_0 + b_0) v_1}{\frac{E}{[\sigma_1]} + 1}.$$

Величину  $x_p$  слева в выражении (68) следует подсчитать по формуле (56), подставив вместо  $\sigma$  среднее значение

$$\sigma_{cp} = (0,65 \div 0,70) [\sigma_1]$$

или просто

$$\sigma_{cp} = \sigma_0 = \frac{S_0}{F},$$

а произведение  $b_{cц} D_1$  заменить в соответствии с тождественными выражениями

$$b_{cц} D_1 = \frac{b_{cц} h D_1}{h} = F \frac{D_1}{h} = \frac{S_1}{[\sigma_1]} \cdot \frac{D_1}{h}.$$

После этого формула (68) переписывается так

$$\frac{\left[ f_1 + \frac{k_F S_1}{4 [\sigma_1]} \cdot \frac{D_1}{h} \alpha_{S_1} \right] \alpha_{S_1}}{1 + \frac{2x_p}{D_1}} =$$

$$= \xi_1 \ln \left( \theta_1 \frac{P_2}{S_1} + 1 \right) - \xi_1 \ln \left( 1 - \frac{1}{1 - \mu_1} \cdot \frac{P_2}{S_1} \right). \quad (68^*)$$

Отсюда видно, что коэффициенты  $\mu_1$ ,  $\xi$  и т. д. здесь не зависят от искомого  $S_1$  и могут быть подсчитаны заранее.

Так как

$$P_2 \approx \frac{2M_2}{(D_2 + h)}, \quad (99)$$

а  $\alpha_{S_1}$  должно быть указано с помощью формул (35) и (70), то формула (68\*) позволяет подсчитать потребное  $S_1$ .

### Последовательность расчета.

1. Согласно рекомендациям и условиям на проектирование задаемся значениями  $\left[ \frac{D}{h} \right]$ ,  $[v]$  и коэффициентом проскальзывания  $\zeta_{\phi}$ , а затем по формуле (97) определяем толщину связи  $h$ . Обращаясь к таблицам ГОСТа, выбираем ближайшее к расчетному или наиболее подходящее значение для  $h$  и одновременно корректируем выбор  $\left[ \frac{D}{h} \right]$ ,  $[v]$ .

2. По формулам (93)—(96) находим и округляем по ГОСТу диаметры шкивов  $D_1$ ,  $D_2$  и межцентровое расстояние  $l$ .

3. По формулам (34), (35) определяем углы обхвата  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и с помощью формулы (70) подсчитываем возможные для них углы относительного скольжения  $\alpha_{S_1}$ ,  $\alpha_{S_2}$ .

На этом заканчивается первый этап, после которого полностью определена геометрия узла.

4. Назначаем допускаемое напряжение растяжения  $[\sigma]$  и по формуле (45\*) определяем

$$[\sigma_1] = \frac{S_1}{F} = [\sigma] - \mu \frac{h}{D_1 + h} E. \quad (100)$$

Затем по формуле (98) подсчитываем  $\mu_1$  и по приближенной формуле (99) [вместо (63)]  $P_2$ , после чего с помощью формул (68\*) и (69\*) находим  $S_1$ .

5. Если начальное натяжение получают за счет деформации связи, то по формуле Понселе (71), и если — за счет постороннего источника, то по формуле (75) определяем  $S_0$  и затем  $S_2$ . По величине  $S_2$  и формуле (66) производим проверку сцепляемости связи с ведомым шкивом (достаточность угла  $\alpha_{S_2}$ ).

6. По окончательно найденному  $S_1$  подсчитываем площадь поперечного сечения связи  $F$ , а затем и ее ширину  $b$ .

Описанная выше методика применима до определенных границ по скорости связи. С ростом последней все большее значение приобретают неучтенные факторы, как сопротивление воздуха, засасывание его между связью и шкивом, нагрев от скольжения, изгиба и смены натяжений за цикл, усиление вибраций ветвей связи и шкивов и некоторые другие явления. При больших  $v$  особенно дают знать всевозможные неточности изготовления и отступления от идеального механизма: перекосы осей, эксцентричность дисков и их боковое биение, неровности скрепления концов связи и неоднородности вдоль ее длины и т. д. Все это становится источником значительных возмущений и ограничивает величину скорости.

**Пример расчета.** В качестве примера была взята плоскоремennая передача с выходным моментом  $M_2 = 32,5$  кгс·м и выходным числом оборотов  $n_2 = 300$  об/мин ( $N_2 = 10$  кВт) при передаточном отношении  $i = \frac{1}{4}$ .

Было принято, что связью является прорезиненный пятислойный ремень, для которого модуль упругости  $E = 1000$  кгс/см<sup>2</sup>; удельный вес материала  $\gamma = 1,2$  гс/см<sup>3</sup>, коэффициент трения определяется формулой (65) с характеристиками  $f_0 = 0,25$ ;  $a_0 = 0,108$  1/см/с;  $b_0 = 0,187$  1/см/с;  $k_F = 0$ , соответствующими известным средним значениям  $f_{cp} = 0,30$  и  $\zeta_{\phi} = 0,01$ .

Исходными ограничительными величинами были взяты:  $[v] = 10$  м/с;  $\left[\frac{D}{h}\right] = 35$ , а потом 32,  $[\sigma] = 30,5$  кгс/см<sup>2</sup>;  $\mu = 0,05$  (подсчитано по существующим данным),  $l = 1000$  мм.

В результате расчета было найдено на первом этапе  $D_2 = 630$  мм;  $D_1 = 160$  мм;  $h = 5$  мм;  $\alpha_1 = 152^\circ 48'$  (2,67 рад);  $\alpha_2 = 207^\circ 12'$  (3,62 рад). Для подсчета углов относительного скольжения  $\alpha_{S_1}$ ,  $\alpha_{S_2}$  приняты коэффициенты запаса  $\beta_1 = 0,05$ ;  $\beta_2 = 0,10$ , следовательно по формуле (70)  $\alpha_{S_1} = 2,54$  рад;  $\alpha_{S_2} = 3,25$  рад.

Допускаемое напряжение растяжения  $[\sigma]_1$  было определено расчетом по формуле (45\*), оно равно 29 кгс/см<sup>2</sup>. Потери натяжения на компенсацию центробежных сил  $\mu_1 = 0,0412$ .

На втором этапе по формулам (69\*) для коэффициентов, входящих в условие сцепляемости (68\*), найдено  $\xi_1 = 0,0396$ ;  $\xi_2 = 0,673$ ;  $\theta_1 = 8,31$ . По формуле (68\*) определена сила натяжения  $S_1 = 193$  кгс, а затем по формулам Понселе (71), (72) найдено  $S_2 = 90,7$  кгс,  $S_0 = 141,8$  кгс.

Проверка сцепляемости по шкиву  $D_2$  показала, что необходимо иметь угол относительного скольжения  $\alpha_{S_2} = 2,55$  рад, в то время как он может достигать 3,25 рад. Таким образом, и по шкиву  $D_2$  сцепляемость обеспечена.

Поперечные размеры ремня подсчитаны с помощью формулы  $F = \frac{S_1}{[\sigma_1]}$ , — они приняты такими:  $b = 125$  мм,  $h = 5$  мм.

Для контроля этот же самый пример был рассчитан по методу «тяговой способности». Для него приняты те же исходные данные и обычно используемые величины:  $[\sigma_0] = 18$  кгс/см<sup>2</sup>;  $k_\alpha = 0,96$ ;  $k_v = 1$ ;  $k_n = 0,8$ ;  $[\sigma_{пол}] = 17$  кгс/см<sup>2</sup> (полезное напряжение). Вычислениями найдено  $D_2 = 630$  мм;  $D_1 = 160$  мм;  $b = 134$  мм;  $h = 4,5$  мм и по ГОСТу принято  $b = 125$  мм;  $h = 5$  мм. Для силы начального натяжения получено  $S_0 = 112,5$  кгс, что меньше, чем в предыдущем расчете на 29,5 кгс.

Отсюда следует, что результаты обоих расчетов достаточно близки. Практически расчеты дают один и тот же результат.

### 30. ПЕРЕДАЧИ ПАССИКАМИ

Пассиками называют гибкие связи круглого, ленточного или трапецидального (клинового) сечения, используемые в различных механизмах приводов приборов и приборных устройств. Передачи пассиками обычно транспортируют небольшие мощности (от десятков до сотен ватт) и небольшие моменты при сравнительно малых скоростях (до 10 м/с). В машиностроении, однако, они доходят до 70—80 м/с. Наибольшее применение такие передачи находят в различных регистрирующих, отчетных, записывающих и воспроизводящих запись устройствах. В них при помощи пассиков и шкивов движение вращения и моменты передаются с валов электродвигателей на механизмы подачи, приема и перемотки различных лент, на оси приемных кассет и на тормозные диски. Благодаря своей гибкости и способности связывать между собой далеко отстоящие и различным образом ориентированные относительно друг друга приводные элементы, пассики оказываются незаменимыми средствами при построении легких и малогабаритных приводных устройств, которые должны отличаться конструктивной простотой и надежностью действия.

Сцепление пассиков со шкивами осуществляют за счет сил трения, как в обычных ременных передачах. Применяемые сейчас пассики можно разделить на два вида:

1. Пассики ленточного и круглого поперечного сечения, изготавливаемые из резины, капрона и других материалов.

2. Пружинные пассики.

Пассики первого вида из резины и других материалов, в свою очередь, могут быть разделены на пассики малой и большой жесткости.

К пассикам малой жесткости относятся почти все пассики из резины. Отличительная особенность их состоит в том, что они дают довольно большие деформации под действием сил начального натяжения  $S_0$  и сохраняют эти силы постоянными в течение достаточно длительного времени. Материалы их имеют небольшие модули  $E$ , а передаточные узлы работают при сравнительно больших коэффициентах проскальзывания  $\zeta_{\phi}$ . В процессе работы межцентровые расстояния узлов должны быть неизменны ( $l = \text{const}$ ), т. е. каждый из центров приводных дисков, после отладки и настройки на требуемое  $S_0$ , следует закрепить в корпусе устройства и тем предотвратить его смещение. Для надевания пассика на шкивы и периодической ликвидации ослаблений натяжения от вытяжки в конструкции необходимо предусмотреть возможность перестановки одного из центров. Малая продольная жесткость пассика обеспечивает передаче «мягкость» и безударность при трогании и остановках, уменьшает влияние толчков и рывков одного диска по отношению к другому. При определенных условиях ведомая и ведущая ветви связи могут приходить в поперечные колебания, которые вредно сказываются на работе узла.

К пассикам большой жесткости следует отнести такие, материал которых обладает большим модулем упругости  $E$  и которые при натяжении их начальной силой дают недостаточные по величине деформации и потому от них трудно ожидать стабильных  $S_0$  при условии  $l = \text{const}$ . Сила начального натяжения здесь должна создаваться посторонним источником. Им чаще всего является пружина и реже — груз. Центр одного из приводных дисков должен быть плавающим ( $l = \text{var}$ ). Коэффициент проскальзывания  $\zeta_{\phi}$  значительно меньше, чем у пассиков малой жесткости, сам узел оказывается более жестким и более чувствительным к различного рода рывкам на ведущем или ведомом элементах.

Пружинные пассики получают из винтовых цилиндрических пружин достаточной длины путем скрепления их противоположных концов и замыкания таким образом в кольцо. Затем после растяжения до силы  $S_0$  пассик надевают на приводные шкивы узла.

Винтовые пружины для различных по мощности пассиков изготавливают из стальной углеродистой термообработанной проволоки с диаметрами от 0,5 до 2—2,5 мм. Витки пружины навивают холодной плотной навивкой и обычно с межвитковым давлением,

при котором виток к витку прижимается с определенной силой, так что для получения начальной бесконечно малой деформации растяжения требуется некоторая конечная сила. Этого достигают в процессе изготовления за счет отгиба в сторону уже полученных витков и ликвидации таким образом того шага, который мог бы получиться, если бы не применялся отгиб.

Пружинные пассики являются маложесткими и им присущи все достоинства и недостатки последних.

Достоинства пружинных пассиков следующие:

а) пружинный пассик надежен и долговечен в работе, он почти не имеет вытяжки, присущей всем остальным видам связей, и малочувствителен к небольшим изменениям межцентрового расстояния, хорошо сохраняет силы натяжения;

б) прост в изготовлении и может быть получен с любой наперед заданной жесткостью против растяжения;

в) достаточно гибок и может применяться для отношений

$\frac{D_{\max}}{D_n} = 4,5 \div 5$  в то время как для более жестких связей необходимо, чтобы это отношение превышало 20—25.

Пружинные пассики имеют недостатки:

а) поперечное сечение пассика представляет собой круг, а не прямоугольник, т. е. не является лучшей конструктивной формой;

б) пассик достаточно тяжел и потому может применяться лишь для небольших скоростей — до 5—6 м/с;

в) его ветви, благодаря малой жесткости на растяжение, склонны к колебаниям;

г) пружинный пассик имеет сравнительно небольшой коэффициент трения о поверхности металлических шкивов.

Проектировочный расчет передаточных узлов с жесткими пассиками может проводиться по приведенной выше методике расчета по сцепляемости. Для этого необходимы лишь опытные сведения о модуле  $E$ , коэффициенте «мягкости» связи  $\mu$ , коэффициенте трения  $f$  в соответствии с формулой (65) и сведения о допускаемых растягивающих напряжениях  $[\sigma]$ .

Расчет узлов с маложесткими пассиками оказывается более сложным. Здесь искомые размеры в значительной мере зависят от абсолютной жесткости пассика и от коэффициента упругого проскальзывания  $\zeta$ , который теперь немал и им трудно задаваться. На основе предложенной методики к стабильным результатам можно прийти лишь методом последовательного приближения, но такой путь нельзя назвать кратким.

Процесс проектирования узла с пружинным пассиком сверх всего осложняется тем, что он включает в себя разработку и расчет тела самого пассика, а не просто подбор его из готовых образцов промышленности, как это имеет место во всех остальных случаях. Последнее требует дополнительного развития теории.

## 31. ПЕРЕДАЧИ МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ЛЕНТАМИ И КАНАТИКАМИ

Металлические тонкие ленты и гибкие, скрученные из некоторого количества проволок канатики используют в тех случаях, когда нужно передавать движения со сравнительно высокой точностью, или же на далекие расстояния и при значительных усилиях вдоль этих связей. Наиболее общий вид простейшего узла с лентой или канатиком представлен на рис. 24, где за счет специально спрофилированного диска можно получить заданную нелинейную зависимость выходной величины от входной. При круглых дисках эта зависимость линейная.

Так как металлические ленты и канатики обладают заметной жесткостью на изгиб, то немаловажными условиями их применения должно быть хорошее прилегание к ведущему и ведомому элементам (барабаны, ролики, шкивы) и отсутствие неупругих деформаций при сходе с последних. Первое из условий требует чтобы связь постоянно находилась под некоторым начальным натяжением, а второе указывает минимальный диаметр ведомого или ведущего элемента.

В качестве источников натяжений обычно используют грузы или пружины (см. рис. 24), иногда натяжные ролики. Натяжные устройства, вместе с тем, устраняют влияние вытяжки и создают замыкание или функциональную определенность между поворотами ведущего и ведомого элементами. Замыкание называется силовым, если оно осуществляется главным образом через силу натяжения (рис. 40, а), и кинематическим, когда функциональная определенность является следствием замкнутости и неизменности тела связи по ее размерам (рис. 40, б).

Сцепление лент и канатиков с роликами, шкивами и барабанами может осуществляться путем закрепления концов первых на рабочих поверхностях вторых, либо за счет сил трения, как это уже было рассмотрено. Первый случай наиболее распространенный, и при нем углы поворота ведомых и ведущих элементов должны быть ограничены какими-то значениями; во-втором случае можно получить длительное вращение, однако точность передачи углов поворота при этом окажется значительно меньше, чем при закрепленных концах.

Конструктивные способы крепления концов различны и зависят от размеров и материалов связей, от требований, предъявляемых к узлам, и от размеров последних. В первую очередь и

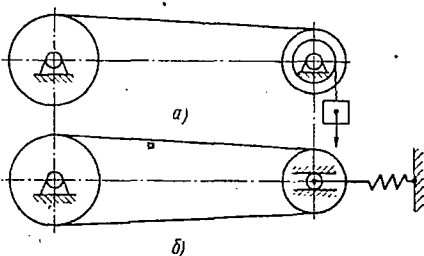


Рис. 40. Передачи металлическими лентами и канатиками:

а — силовое замыкание; б — кинематическое

главным образом применяются различные накладки, с помощью которых концы связи прижимаются к поверхностям роликов, дисков и барабанов, иногда допускается приклеивание и даже припайка.

Формы рабочих поверхностей ведомых и ведущих элементов должны быть согласованы с формами поперечных сечений используемых связей. Закрепленным лентам соответствуют гладкие цилиндрические поверхности, обычно без ограничивающих сползание буртиков, канатикам — неглубокие желоба, очерченные радиусами, превышающими радиусы поперечных сечений самих канатиков.

В устройствах, где требуется достижение наивысшей точности, лента должна быть закреплена своими концами, а в ответственных узлах, где допустимо проскальзывание, она может быть замкнутой и сцепляться с барабанами за счет сил трения. В последнем случае барабаны или диски следует снабдить буртиками, предотвращающими сползание ленты. Для передач с канатиками одинаково характерно каждое из применяемых сцеплений, они лучше, чем ленты, приспособляются к действию на больших расстояниях и к изменению направлений в пространстве. Однако, они менее точны, больше подвержены вытяжке и менее долговечны.

При значительном межцентровом расстоянии и при горизонтальном расположении, ленты и канатики, являясь тяжелыми связями, заметно провисают. Последнее устраняют с помощью поддерживающих и направляющих роликов.

Линейные скорости лент и канатиков обычно не велики, но благодаря высокой прочности и согласно формулам (45\*) и (77) они более чем в 2 раза могут превышать средние значения.

**Ленты.** Наиболее ходовыми материалами для лент являются холодновальцованная, крепкокаленная, полированная пружинная лента из высокоуглеродистых сталей 65Г, У7—У12А, 60С2—70С2ХА, с пределами прочности по растяжению от 75 до 120 кгс/мм, с толщинами от 0,05 до 1,5 мм и той ширины, которую можно подобрать по соответствующим ГОСТам (от 2,5 до 60 мм и более). Для узлов специального назначения применяют ленты из бериллиевой и фосфористой бронз: они допускают меньшие толщины (до 0,02 мм).

Наибольшие напряжения от растяжения и изгиба определяются формулой (45\*), где коэффициент «мягкости»  $\mu = 1$ , а допускаемое значение  $[\sigma]$  для стальных лент выбирается из интервала 40—60 кгс/мм<sup>2</sup> (большие значения для меньших толщин).

Если исходить из условия, что на поверхности связи, прилегающей к диску, напряжения растяжения компенсированы сжатием от изгиба, то для отношения  $\frac{h}{D}$  нетрудно получить

$$\frac{h}{D} = \frac{\sigma_{p\text{ ср}}}{E},$$

где  $\sigma_{p\text{ ср}}$  — средние напряжения по растяжению.

Для стальных лент  $\sigma_{p\text{ ср}} = 1/2 [\sigma] = 25 \text{ кгс/мм}^2$  и при этом получаем

$$D = 800h. \quad (101)$$

Это соотношение берется за среднее и исходное для выбора минимальных диаметров дисков, роликов или барабанов проектируемых узлов.

Для того чтобы упругая лента плотно облегалась диск с кривизной  $\frac{1}{\rho}$ , к ней должен быть приложен изгибающий момент

$$M_{\text{изг}} = EJ \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_{\text{св}}} \right),$$

где  $J = \frac{bh^3}{12}$  и  $\rho_{\text{св}} = \infty$ , так как в свободном состоянии лента прямолинейна.

С другой стороны, изгибающий момент

$$M_{\text{изг}} = \rho S_{\text{н}},$$

где  $S_{\text{н}}$  — начальная сила натяжения ленты, когда внешнее сопротивление на ведомом элементе равно нулю;

$$\rho \approx \frac{D}{2}.$$

Из этих равенств находим

$$S_{\text{н}} = \frac{Ebh}{6} \left( \frac{h}{D} \right)^2. \quad (102)$$

Наконец, если ведомый элемент диаметра  $D_2$  находится под нагрузкой момента  $M_2$ , то максимальная сила натяжения ленты

$$S_{\text{max}} = S_{\text{н}} + \frac{2M_2}{D_2}$$

и на ее основе может быть вычислено поперечное сечение  $bh$  ленты

$$bh \geq \frac{S_{\text{max}}}{\sigma_{p\text{ ср}}} = \frac{2S_{\text{max}}}{[\sigma]}. \quad (103)$$

Формулы (101)—(103) позволяют вычислить поперечные размеры ленты, а геометрическая схема узла — ее длину.

Температурные удлинения ленты и ее деформация от нагрузки  $\frac{2M_2}{D_2}$  создадут ошибку в работе узла. Последнюю нетрудно подсчитать, приняв во внимание температурные колебания межцентрового расстояния, определяемого по звену основания узла.

**Канатики** или тросики скручивают из тонких проволок нержавеющей стали. Например, канатик с наружным диаметром  $d = 1 \text{ мм}$  состоит из 19 проволок диаметром 0,07 мм.

Работа канатика аналогична работе ленты, но благодаря сложному строению его поперечного сечения и некоторой «мягкости» тела, для его расчета пока нельзя указать достаточно точных

формул, как для ленты. Помимо теоретических, здесь необходимы также экспериментальные сведения, которые позволили бы построить соответствующие расчетные соотношения, отвечающие действительности.

Непосредственный опыт показал, что для упомянутого канатика минимальный диаметр барабана должен быть взят равным 75—80 мм. При этом наблюдалось удовлетворительное прилегание канатика к поверхности и не возникали остаточные деформации при сходе его с барабана. Уменьшение диаметра до 60 мм делало передачу неработоспособной.

Если считать, что из экспериментов определены необходимые коэффициенты, и учесть количество проволок  $n_k$  в канатике, то формулы (101)—(103) нетрудно преобразовать и получить для минимального диаметра  $D$  ведущего или ведомого элементов

$$D = \kappa_D d_k, \quad (104)$$

где  $\kappa_D$  — опытный коэффициент;  
 $d_k$  — наружный диаметр канатика.

Для упомянутого канатика величина  $\kappa_D$  оказывается равной 75—80.

Для силы начального натяжения  $S_n$  канатика тем же путем вместо формулы (102) будем иметь

$$S_n = \kappa_S n_k E \frac{\pi d_1^2}{16} \left( \frac{d_1}{D} \right)^2, \quad (105)$$

где  $n_k$  — количество проволок в канатике;  
 $E$  — модуль упругости материала;  
 $d_1$  — диаметр проволоочки;  
 $\kappa_S$  — опытный коэффициент, зависящий от типоразмера канатика. Представляется, что он должен быть больше единицы.

Формула для определения силы  $S_{\max}$  в этом случае остается той же, а для суммарного поперечного сечения проволок канатика можно записать

$$\frac{\pi d_1^2}{4} n_k = \frac{2S_{\max}}{\kappa_{нр} [\sigma]}, \quad (106)$$

где  $[\sigma]$  — допускаемое напряжение растяжения материала проволоочки;

$\kappa_{нр}$  — коэффициент, учитывающий неодинаковость работы проволок в канатике. Он должен быть меньше единицы.

### 32. ПЕРЕДАЧИ ШНУРАМИ, НИТЯМИ И НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ЛЕНТАМИ

Шнуры, нити и различные неметаллические ленты отличаются своей легкостью и наивысшей гибкостью. Благодаря этому они используются для построения малонагруженных, далеко распо-

ложенных подающих и принимающих элементов передачи и для изменения направлений, в которых транспортируются воздействия. По той же причине, они хорошо работают с барабанами и дисками малых радиусов. На практике величины последних определяют на основе конструктивных соображений, а не из условий получения достаточной гибкости или хорошего облегания шкивов.

Недостатками нитей, шнуров и неметаллических лент являются: относительно низкая прочность на растяжение, способность к значительной неупругой вытяжке от действия сил и к изменению своей длины от перемен относительной влажности окружающего воздуха, а также от колебаний температуры. Влияние этих факторов тем больше, чем длиннее связи. Они легко приводят к недопустимым неточностям и требуют периодической подрегулировки работы узла. Кроме того, такие связи быстро изнашиваются.

Поэтому нити, шнуры и неметаллические ленты применяют в неответственных устройствах, при малых усилиях натяжения, при небольших скоростях и там, где допустимы заметные неточности в работе, где просто и доступно обслуживание.

Основным расчетом в таких условиях является расчет на обеспечение достаточной прочности против напряжений растяжения.

При ограниченных поворотах нити, шнуры и ленты должны концами крепиться к своим ведомым и ведущим элементам, а при неограниченном вращении сцепляются с ними за счет сил трения. В последнем случае на них полностью распространяется указанная выше теория и методика расчета. Однако сейчас отсутствуют опытные сведения, которые сделали бы такие расчеты отвечающими действительности.

### 33: ПЕРЕДАЧИ ГИБКИМИ ВАЛИКАМИ

В таких узлах передаточным элементом, несущим воздействие является гибкий валик 3 (рис. 41), имеющий довольно малую изгибную жесткость, но достаточно жесткий, чтобы передавать заметный вращающий момент. К концам валика крепятся наконечники 2, один из которых присоединяется к источнику, а другой — к потребителю воздействий. Валик и наконечники обычно заключены в защитную оболочку 4, которая называется броней и служит для предохранения от захвата вращением каких-нибудь посторонних предметов и одежды обслуживающего персонала. Броня, как и валик, является гибкой, с обеих сторон она заканчивается так называемой арматурой, т. е. сборочными узлами, состоящими из одной или нескольких деталей и предназначенных для присоединения к корпусам источника и потребителя. Иногда в арматуре помещаются опоры скольжения или качения, поддерживающие наконечники, а в более редких случаях опоры качения равномерно распределены по всей броне и таким образом предотвращают трение скольжения валика о внутренние стенки по-

следней. Весь комплект гибкого валика часто рассматривается как некоторый привод, но гибкий валик может использоваться и по-другому, например, вместо брони заключаться в жесткую трубу, либо не иметь ни брони ни арматуры, когда длина валика невелика и размещается он в изолированном пространстве конструкции.

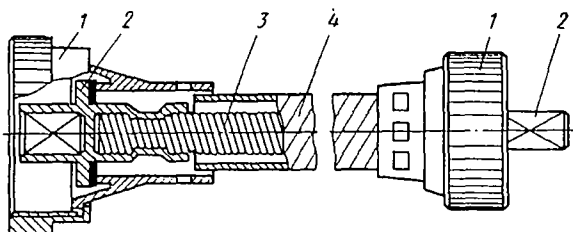


Рис. 41. Привод гибкого валика:

1 — деталь арматуры; 2 — наконечник; 3 — гибкий валик;  
4 — броня

Тело гибкого валика получают путем навивки ряда слоев проволоки на центральную проволоку—сердечник, который потом может быть извлечен или оставлен в нем (рис. 42). Диаметры проволок возрастают от сердечника к поверхности и находятся в пределах 0,3—3 мм. Максимальное число слоев достигает 8. Материалом служит стальная пружинная проволока марок ВС, ОВС или по ГОСТу 9389—60, а валы, работающие в агрессивной среде или от которых требуется немагнитность, изготовляют из бронзовой проволоки.

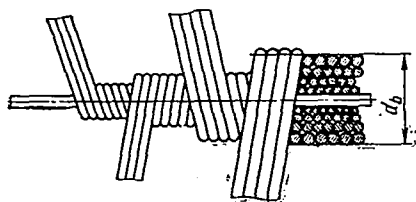


Рис. 42. Гибкий валик (правый)

В зависимости от направления навивки внешнего слоя различают валы правого и левого вращений. Валом правого вращения является такой, у которого внешний слой с левой навивкой, а валом левого вращения — такой, у которого внешний слой с правой навивкой.

При обратном вращении работоспособность вала понижена.

Главными характеристиками гибкого валика являются: его внешний диаметр  $d_b$ , длина  $l$ , наибольший допустимый вращающий момент на входе  $M_1$ , наибольшее и рекомендуемое число оборотов в минуту  $n_b$ , наименьший радиус изгиба  $r_b$ , и угол закручивания  $\psi_b$  на 1 пог. м и на 1 кгс·см вращающегося момента.

Диаметры  $d_b$  разных видов валиков изготавливают величиной 3—40 мм и более, длины — до 10 м и больше. Они способны передавать вращающие моменты  $M_1$  от 1,5 до 1000 кгс·см и работать при 750—10 000 об/мин и более. Наименьшие радиусы изгиба доходят до 125—100 мм, а углы закручивания  $\psi_b$  — от долей до 100 градусов и более.

Для каждого конкретного использования важно, какая длина у валика, работает ли он в прямом или в изогнутом состоянии, какой фактический радиус изгиба и какое число изгибов он переносит. Имеют значение некоторые и другие факторы, как вид брони, смазка, направление вращения, реверсирование и т. д. Все эти факторы сказываются на потерях входного момента. Настоящая зависимость сложна, мало определена и сведения о ней пока явно недостаточны и малодостоверны.

Подбор валика, а затем его брони из числа выпускаемых промышленностью должен опираться на перечисленные выше характеристики и на требования, касающиеся величин вращающего момента, чисел оборотов, взаимного расположения и последующих изменений в пространстве источника и потребителя воздействий. Для этого следует обратиться к существующим справочным сведениям, где, помимо всего, приводятся коэффициенты, учитывающие режимы работы и возможные потери момента. Во многих случаях для окончательного выбора необходимо провести эксперимент. Наконечники и арматуру часто конструируют применительно к проектируемым устройствам. Очень важно также, чтобы четко были оговорены все характеристики в условиях на поставку заводом-изготовителем гибких валиков и их брони.

## 34. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ

Под термином «кулачковый механизм» принято понимать такой передаточный узел, который чаще всего состоит из фигурного диска или кулачка 1 (рис. 43), вращающегося вокруг оси  $O$  и перемещающего толкатель 3 вдоль направления  $Ox$ . Кулачок действует на толкатель через его наконечник 2, называемый иногда щупом и еще реже — башмаком. Объединяющую часть 4 называют соединительным звеном. Пружина 5 служит для кинематического замыкания узла при обратном ходе толкателя.

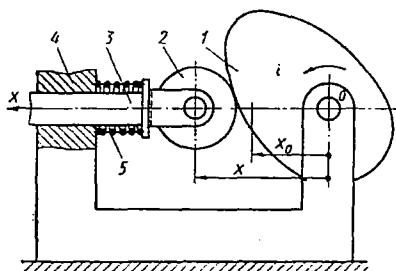


Рис. 43. Кулачковый узел (механизм)

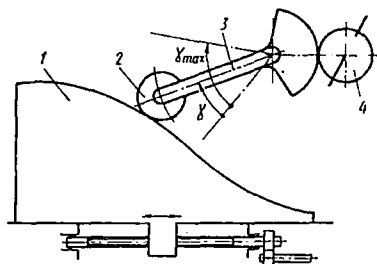


Рис. 44. Кулачковый узел (механизм):

1 — кулачок; 2 — наконечник; 3 — коромысло; 4 — приемный элемент

Конструктивные формы кулачковых узлов довольно разнообразны. Нередки случаи, когда толкатель вращается вокруг некоторого центра (в этом случае его называют коромыслом), а кулачок совершает возвратно-поступательные перемещения (рис. 44).

Кулачок, как правило, является ведущим элементом, толкатель представляет собой ведомое звено. Последний либо связан с исполнительным органом, либо сам является таковым. Перемещения толкателя ограничены и обычно невелики.

Задачи кулачковых узлов очень разнообразны и в основном определяются той областью и теми устройствами, где они применяются. В машинах-двигателях и в машинах-орудиях толкатель чаще всего осуществляет какую-то периодически повторяющуюся операцию, в станках задает какому-нибудь устройству или ин-

струменту перемещение с заданной скоростью или по заданной программе, в других устройствах осуществляет последовательность запрограммированных включений, перевода рычагов управления и т. д.

В приборостроении возможны задачи, сходные с упомянутыми, но чаще требуется по наперед заданному закону преобразовывать вращательные движения кулачка в поступательные перемещения толкателей или отклонений коромысел.

Вращательные или поступательные перемещения кулачка обычно имитируют изменение некоторого аргумента, а ход толкателя или отклонение коромысла воспроизводит какую-нибудь нелинейную функцию этого аргумента.

Основным преимуществом кулачкового узла является его способность осуществлять движения и перемещения ведомого звена по закону относительно большой сложности при значительной простоте самого механизма и высокой точности его работы. Для других устройств указанное было бы трудно достижимо, а иногда даже невозможно. Именно поэтому кулачковые пары нашли широкое применение в разнообразных устройствах машин и приборов. Кроме того, они надежны, занимают мало места в конструкциях и особенно незаменимы там, где от механического устройства требуется строго определенный характер действия.

К недостаткам кулачковых пар следует отнести сложность расчета профиля рабочей поверхности кулачка и трудность его изготовления. Однако недостатки с избытком окупаются указанными выше преимуществами.

Все кулачковые узлы, независимо от их конструктивного оформления и области использования, можно классифицировать следующим образом.

**Первый тип — функциональные кулачковые пары.** Они делятся на плоские и пространственные.

*Плоские функциональные пары* позволяют получать перемещения на выходе, как функции одной независимой переменной

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \psi_x(\varphi) \text{ — для толкателя;} \\ \gamma_1 &= \psi_\gamma(h \text{ или } \varphi) \text{ — для коромысла;} \end{aligned} \right\} \quad (107)$$

где  $\psi_x$  и  $\psi_\gamma$  — некоторые непрерывные закономерности.

Такие пары широко распространены и отвечают большинству задач приборостроения.

*Пространственные или коноидные функциональные пары* предназначаются для осуществления движения толкателя или поворота коромысла (рис. 45) по законам

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= \xi_x(\varphi, h) \text{ — для толкателя;} \\ \gamma_2 &= \xi_\gamma(\varphi, h) \text{ — для коромысла;} \end{aligned} \right\} \quad (108)$$

т. е. они воспроизводят функции двух независимых переменных (начало отсчета от линии 00),

Работа плоских и пространственных пар обычно протекает сравнительно медленно и при небольших силовых сопротивлениях для толкателей. Скорости для таких узлов задают, исходя из требований к проектируемым устройствам, а силы и моменты подсчитывают после окончательной разработки конструкций. Основное внимание здесь уделяют получению заданной закономерности хода толкателя или отклонения коромысла и обеспечению необходимой точности их работы.

**Второй тип — операционные кулачковые пары.** Такие кулачковые пары могут быть плоскими и пространственными и служат

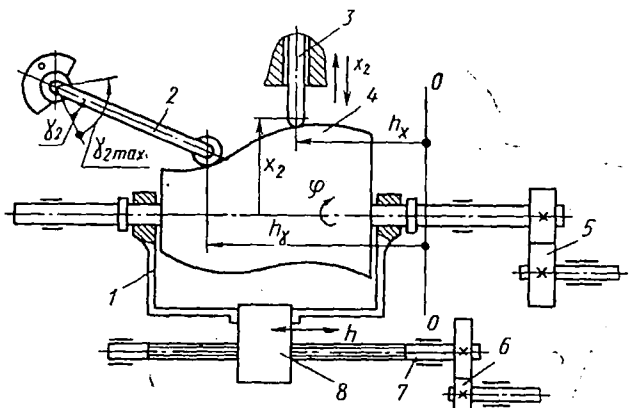


Рис. 45. Коноидный узел:

1 — каретка; 2 — коромысло; 3 — шуп; 4 — коноид; 5 — привод по  $h$ ; 6 — привод по  $\varphi$ ; 7 — винт; 8 — гайка

для производства некоторых механических операций за счет циклических ходов толкателей на заданном пути от  $x_0$  до  $x_{\max}$  (для коромысла от  $\gamma_0$  до  $\gamma_{\max}$ ), за заданное время, с преодолением известных сил сопротивлений на ведомых звеньях. При этом никаких требований к закономерности вида (107) обычно не предъявляют.

Операционные кулачковые узлы могут быть разделены на два вида: медленно работающие и быстродействующие.

Так как никаких функциональных требований в отношении хода толкателей здесь не ставится, то профилирование рабочих поверхностей кулачков можно подчинить другим условиям.

Для медленно работающих пар профилирование можно выполнить так, что преодоление заданных сил сопротивления на пути  $x_{\max} - x_0 = \Delta x_{\max}$  толкателя потребует от кулачка постоянного активного момента

Главными свойствами быстродействующих узлов являются плавность и безударность работы. Этому можно подчинить геометрию профиля кулачка, так что скорости и ускорения толкателей будут постепенно нарастать в начале и также снижаться в конце хода. Последнее потребует высокой точности расчетов и изготовления как и для функциональных узлов.

### 35. КОНСТРУКТИВНЫЕ ФОРМЫ НАКОНЕЧНИКОВ ТОЛКАТЕЛЕЙ

Ниже видно, что профиль кулачка определяется не только заданной закономерностью хода толкателя, но, в некоторой мере, и формой его наконечника.

Выбор формы наконечника предшествует расчету профиля кулачка и ставится в зависимость от величины тех сил, которые можно ожидать в точке соприкосновения кулачка с наконечником (рис. 46, точка *A*). Ясно, что эту форму следует выбирать простейшей, легкой в изготовлении и напрасно не осложняющей расчета.

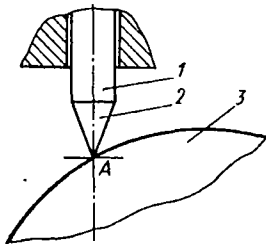


Рис. 46. Толкатель с острым наконечником:

1 — толкатель; 2 — наконечник; 3 — кулачок

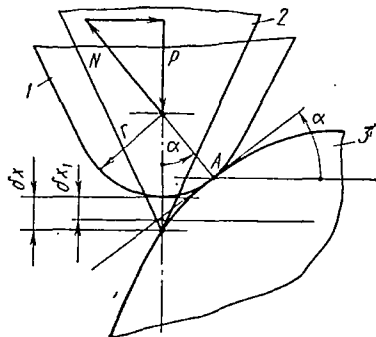


Рис. 47. Соприкосновение остроконечного щупа с кулачком:

1 — реальный остроконечный щуп; 2 — идеальный остроконечный щуп; 3 — кулачок

В практике приборостроения можно ограничиться применением следующих четырех форм наконечника.

**«Остроконечная» форма.** В реальных условиях она невозможна, так как из-за износа такой наконечник очень быстро затупится, а рабочая поверхность профиля кулачка покроется царапинами. Поэтому форма конца остроконечного щупа должна представлять собой сферу малого радиуса. Если можно пренебречь влиянием этой сферы на точность работы пары, то расчеты и профилирование могут выполняться так, как будто щуп действительно остроконечный.

Если потребовать, чтобы ошибка  $\delta x_1$  от неостроты наконечника всегда была меньше своего допускаемого значения  $[\delta x]_{щ}$ , то с помощью схемы, приведенной на рис. 47, получим

$$r (\operatorname{tg} \alpha \sin \alpha - 1 + \cos \alpha)_{\alpha=\alpha_{\max}} \leq [\delta x]_{щ},$$

откуда для радиуса  $r$  сферы наконечника найдем

$$r \leq \frac{[\delta x]_{щ} \cos \alpha_{\max}}{1 - \cos \alpha_{\max}}. \quad (109)$$

Так как угол  $\alpha$  подъема профиля или давления чаще всего не более  $30\text{--}35^\circ$ , то

$$r \leq (4,5 \div 5) [\delta x]_{\text{ш.}}$$

Допускаемое значение  $[\delta x]_{\text{ш}}$  всегда мало и составляет лишь часть общей допускаемой ошибки в ходе толкателя, следовательно, малым будет и  $r$ . Последнее, даже при небольших усилиях сопротивления в ходе толкателя, легко может привести к недопустимым удельным контактным давлениям в точке  $A$  взаимодействия сферы наконечника с профилем кулачка. Поэтому найденное по формуле (109)  $r$  должно удовлетворять известному условию

$$q = 0,617 \sqrt[3]{\frac{N}{r^2 \left(\frac{1}{E_k} + \frac{1}{E_n}\right)^2}} \leq [q], \quad (110)$$

где  $N$ , в соответствии с рис. 47, определяется так

$$N = \frac{P_{\max}}{\cos \alpha_{\max}};$$

$E_k, E_n$  — модули упругости материалов кулачка и наконечника;

$[q]$  — допускаемое удельное контактное давление.

Остроконечный толкатель широко применяется всюду, где малы силы сопротивления на нем, например, в различных измерительных приборах, инструментах и приспособлениях.

#### Шаровой или сферический наконечник.

Как только перестают выполняться соотношения (109) и (110), толкатель из остроконечного превращается в шаровой (рис. 48), имеющий на конце сферу, радиус которой на основе соотношения (110) должен подсчитываться по формуле

$$r \geq 0,485 \sqrt{\frac{N}{\left(\frac{1}{E_k} + \frac{1}{E_n}\right)^2 [q]^3}}. \quad (111)$$

Рис. 48. Сферический наконечник:

1 — шуп; 2 — наконечник; 3 — кулачок

Шаровой наконечник является наиболее универсальным и распространенным. Он одинаково пригоден для работы как в паре с плоским кулачком, так и с коноидом. Нагрузка  $P$  при этом может быть достаточно большой. К его недостаткам следует отнести наличие относительно больших сил сухого трения в точке  $A$  контактирования. Помимо того, если форма профиля кулачка вогнутая, то  $r$  должно быть меньше наименьшего из радиусов кривизны этих участков кулачка.

**Роликовый наконечник.** Схемы конструкций роликового наконечника приведены на рис. 49. Ролик может быть цилиндрическим и бочкообразным.

Роликовый наконечник наиболее приемлем в паре с плоским кулачком, а в паре с коноидом всегда используют сферический.

Если позволяющие размеры и требуется повышенная подвижность, то ролик крепят на оси при посредстве шарикоподшипника. В этом случае трение скольжения в местах контактирования *A* оказывается замененным на трение качения шарикоподшипника.

Цилиндрический роликовый наконечник должен соприкасаться с кулачком по всей длине линии *A*. Это значительно увеличивает нагрузочную способность толкателя, но требует, чтобы конструкция узла допускала некоторую самоустановку ролика относительно кулачка. Последнее может быть достигнуто за счет люфтов в самом шарикоподшипнике и при достаточно точной сборке. При таких условиях удельные давления вдоль линии контактирования могут быть подсчитаны по формуле Герца

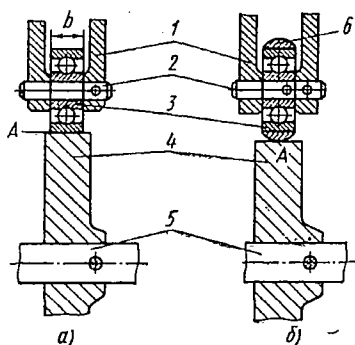


Рис. 49. Роликовый наконечник:  
1 — ролик; 2 — ось ролика; 3 — шарикоподшипниковый наконечник; 4 — кулачок; 5 — ось кулачка; 6 — ободок с бочкообразным профилем

$$q = 0,59 \sqrt{\frac{N}{b} \cdot \frac{\left(\frac{r}{r} + \frac{1}{\rho_k}\right)}{\left(\frac{1}{E_k} + \frac{1}{E_n}\right)}}, \quad (112)$$

где  $b$  — длина соприкосновения по линии *A*;

$\rho_k$  и  $r$  — радиусы соприкасающихся тел кулачка и ролика.

Так как  $\rho_k$  всегда значительно больше  $r$ , то без заметной погрешности для проектных расчетов величину  $\frac{1}{\rho_k}$  можно отбросить, после чего из формулы Герца получим

$$rb \geq \frac{0,348N}{\left(\frac{1}{E_k} + \frac{1}{E_n}\right) [q]^2}, \quad (113)$$

что следует использовать для подбора  $r$  и  $b$ .

Если профиль ролика бочкообразный, то из-за упругих деформаций пятно соприкосновения имеет форму эллипса, размеры которого могут быть определены по другим формулам Герца [21]. Они же должны быть использованы для подбора радиуса ролика и его бочки.

**Плоский наконечник.** Такой наконечник (рис. 50) прост в изготовлении, стоек против износа, но может работать только с выпуклыми профилями плоских кулачков. Если расстояния  $A_0A$  значительны и требуется высокая точность хода, то очень строго должна выдерживаться перпендикулярность плоскости  $A_0A$  к оси хода толкателя.

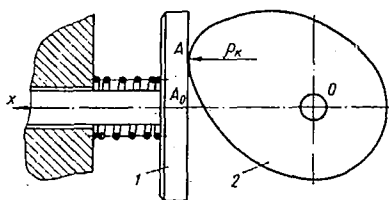


Рис. 50. Плоский наконечник: 1 — наконечник; 2 — кулачок

Контактная прочность места соприкосновения  $A$  здесь ограничивается минимальным радиусом  $\rho_k = \rho_{\min}$  самого кулачка ( $r \sim$ ) и должна контролироваться по формуле Герца (112).

### 36. ЗАДАЧА РАСЧЕТА, РАБОЧИЕ И НЕРАБОЧИЕ ПРОФИЛИ ПОВЕРХНОСТЕЙ КУЛАЧКОВ

В достаточно общем виде задача расчета плоских или пространственных кулачковых узлов состоит в том, чтобы через посредство хода толкателя воспроизвести некоторую, обычно нелинейную функцию одного или двух независимых переменных

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \psi_\lambda(z) \text{ — для плоских углов} \\ \lambda_2 &= \xi_\lambda(z, y) \text{ — для пространственных} \end{aligned} \right\} \quad (114)$$

На практике зависимости (114) чаще всего задаются с помощью числовых таблиц, а иногда их должен указать сам проектант, исходя из конкретных требований и условий работы устройства.

В двигателях и металлорежущих станках зависимости (114) обычно указывают непосредственно в виде перемещений [формулы (107) и (108)]. В приборостроении более характерны сами функции (114).

Вид функций  $\psi_\lambda$  и  $\xi_\lambda$  не может быть каким угодно, требуется их непрерывность и монотонность возрастания числовых значений, тогда соответствующие рабочие профили будут также плавно-изменяющимися, т. е. работоспособными.

В расчетах по обеспечению непрерывности и монотонности работающих поверхностей большое значение имеет известное выражение для угла  $\alpha$  подъема профиля, который для плоских пар совпадает с так называемым углом давления. Поэтому рассмотрим геометрическую схему взаимодействия плоского кулачка с остроконечным толкателем (рис. 51) и найдем выражение для  $\alpha$ .

Из схемы следует, что угол  $\alpha$  подъема остроконечного шупа по профилю характеризует интенсивность роста радиуса профиля  $\rho$  в точке  $A$  и одновременно интенсивность хода шупа, т. е. его скорость вдоль оси  $Ox$ .

В соответствии со схемой, приведенной на рис. 51, можно записать

$$\operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta\rho}{\rho \Delta\varphi},$$

откуда находим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{d\varphi}. \quad (115)$$

Для реальных кулачковых узлов величина  $\alpha$  должна быть ограничена некоторым допускаемым значением  $[\alpha]$ , которое не должно превышать  $35\text{--}40^\circ$ . Непосредственный опыт показывает, что лучшие результаты получаются, когда

$[\alpha] \leq 30 \div 32^\circ$ . Если фактическое  $\alpha$  становится больше допускаемого, то быстро растут различные сопротивления ходу толкателя, механизм начинает испытывать перегрузки, от которых резко увеличиваются деформации,

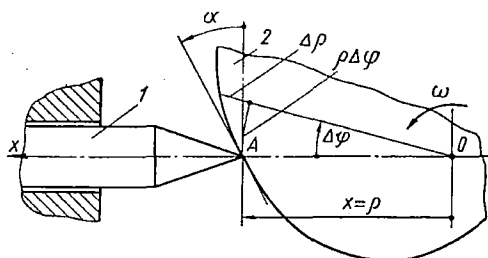


Рис. 51. Угол  $\alpha$  подъема профиля кулачка:  
1 — толкатель; 2 — кулачок

что сразу сказывается на точности хода толкателя и может привести к заклиниванию его в своих направляющих.

Некоторое увеличение  $[\alpha]$  сверх указанного возможно при использовании роликовых наконечников, при снижении за счет конструктивных мероприятий сопротивлений трения в ведомых звеньях, неперменного повышения жесткости конструкции самого кулачкового узла и при условии высококачественного изготовления всех его элементов.

Следует различать рабочие и холостые ходы или перемещения толкателей и соответствующие им рабочие и нерабочие профили поверхностей кулачков.

Под рабочим ходом толкателя понимают его перемещение, когда выполняется зависимость (114). При этом кулачок ведет толкатель. После завершения рабочего хода происходит отход толкателя к исходному положению, и в принципе безразлично — по какому закону он происходит. Отход толкателя к исходному положению называется холостым ходом. При холостом ходе толкатель неотрывно следует за кулачком, понуждаемый к этому возвратной пружиной, либо связанными с толкателем органами приводного механизма.

Часть профиля кулачка, отвечающая рабочему ходу, называется рабочим профилем, а часть, отвечающая холостому ходу, — нерабочим профилем (рис. 52).

Время холостого хода и протяженность его профиля на кулачке стремятся сделать минимальными. Условия работы толка-

теля здесь иные: он фактически падает вдоль крутого профиля. Поэтому углы падения могут намного превосходить допускаемые значения углов подъема. Необходимо стремиться лишь к плавности и безударности работы узла.

С конструктивной стороны лучше всего, когда сумма углов, опирающихся на рабочую и холостую части профиля плоского кулачка, равна  $2\pi$  (рис. 52), т. е.  $\varphi_{\text{раб}} + \varphi_{\text{хол}} = 2\pi$ . Возможны случаи, когда эта сумма превышает  $2\pi$  (рис. 53, а и б), тогда имеет место многовитковая кулачковая улитка. Многовитковый кулачок может потребовать усложнения узла, в котором по мере вращения его улитка должна иметь осевое смещение (рис. 53, б), соответствующее шагу своей спирали.

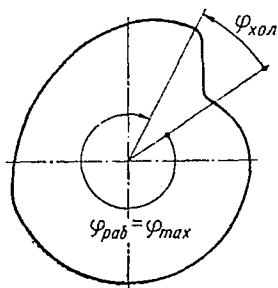


Рис. 52. Рабочие и холостые участки кулачка

При использовании кулачковых узлов, во многих случаях могут отсутствовать нерабочие участки и холостые ходы, что имеет место в различных измерительных и управляющих устройствах.

Рассчитать профиль кулачка — значит указать на конечном этапе такую числовую связь между радиусом  $\rho$  его профиля и углом  $\varphi$  поворота, при которой ход толкателя воспроизводит

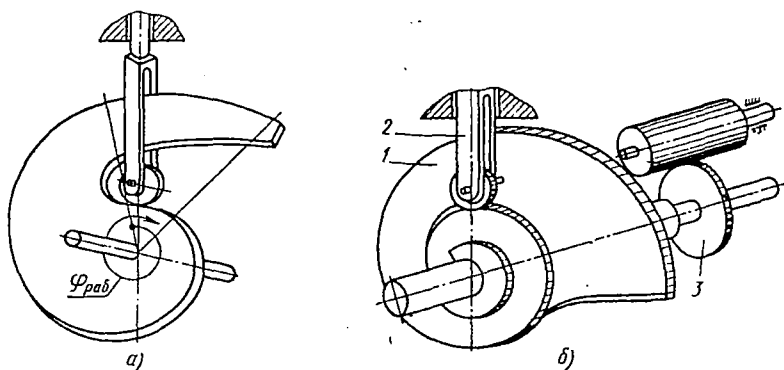


Рис. 53. Многовитковые кулачки:

а — без сдвига вдоль оси вращения; б — со сдвигом (1 — кулачок; 2 — толкатель; 3 — механизм привода и перемещения)

заданную по условию (114) зависимость. Профилированию предшествует определение масштабов перевода функции  $\lambda$  в ход толкателя  $x$ , независимой переменной  $z$  в угол поворота  $\varphi$ , затем определение ожидаемых размеров узла и радиуса сферы наконечника. После получения профиля можно приступить к конструированию и, при заметных нагрузках, — к расчетам элементов на прочность.

### 37. УЗЕЛ С ОСТРОКОНЕЧНЫМ ТОЛКАТЕЛЕМ

Наиболее простым и вместе с тем определяющим является расчет и профилирование кулачка, работающего в паре с остроконечным толкателем, движущимся прямолинейно вдоль оси  $Ox$  (рис. 54), которая проходит через центр вращения кулачка. Для этого случая радиус-вектор профиля  $\rho$  равен расстоянию  $x$  от острия (точка  $A$ ) до центра  $O$ , т. е.

$$\rho = x. \quad (116)$$

Для плоских узлов достаточно общим представлением функции  $\lambda$  по выражению (114) может быть кривая, показанная на рис. 55.

**Обеспечение точности и масштабы преобразований.** Если  $m_x$  — масштаб для воспроизведения  $\lambda$  через  $x$  и  $m_\varphi$  — для перевода  $z$  в  $\varphi$ , то связь между  $\lambda$ ,  $z$  и  $x$ ,  $\varphi$  определяется формулами:

$$\left. \begin{aligned} \varphi - \varphi_n &= m_\varphi (z - z_0); \\ x - x_n &= m_x (\lambda - \lambda_n), \end{aligned} \right\} \quad (117)$$

где  $z_0$ ,  $\varphi_n$  — начальные значения независимых переменных;

$\lambda_n$ ,  $x_n$  — соответствующие функции.

Из задания всегда известна допускаемая неточность  $[\delta\lambda]$  в воспроизведении переменной  $\lambda$ , а технологические возможности производства указывают допускаемые погрешности изготовления  $[\delta\rho]$ ,  $[\delta\varphi]$  по радиусу  $\rho$  и углу поворота  $\varphi$  кулачка. Считаем, что эксцентричность посадки кулачка на свою ось включена в значение  $[\delta\rho]$ . Таким образом, величины  $[\delta\lambda]$ ,  $[\delta\rho]$ ,  $[\delta\varphi]$  следует считать исходными для расчетов.

Из рис. 54 следует, что наибольшая возможная фактическая неточность в ходе шупа  $\delta x_{\max}$  складывается из фактической производственной неточности  $\delta\rho$  в радиусе  $\rho$  профиля и из возможного приращения хода от фактической неточности  $\delta\varphi$  в установке угла  $\varphi$  на участке наибольшего угла подъема  $\alpha$ , т. е.

$$\delta x_{\max} = \delta\rho_{\max} + \delta\varphi_{\max} (\rho \operatorname{tg} \alpha)_{\max}.$$

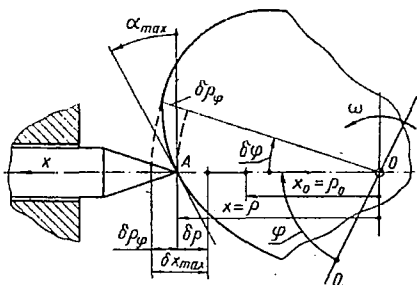


Рис. 54. Узел с остроконечным толкателем

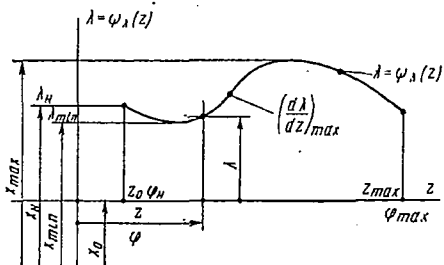


Рис. 55. Функциональная кривая, воспроизводимая узлом

Согласно формулам (115), (116), (117) имеем

$$(\rho \operatorname{tg} \alpha)_{\max} = \left( \frac{d\rho}{d\varphi} \right)_{\max} = \frac{m_x}{m_\varphi} \left( \frac{d\lambda}{dz} \right)_{\max}.$$

Ясно также, что для достижения заданной точности воспроизведения  $\lambda$  необходимо выполнить условие  $\delta x_{\max} \leq m_x [\delta \lambda]$ . Заменяв здесь  $\delta x_{\max}$  его фактическим предельным значением, когда  $\delta\rho$  и  $\delta\varphi$  достигают своих допускаемых границ  $[\delta\rho]$  и  $[\delta\varphi]$ , получим

$$[\delta\rho] + [\delta\varphi] \frac{m_x}{m_\varphi} \left( \frac{d\lambda}{dz} \right)_{\max} \leq m_x [\delta\lambda]. \quad (118)$$

Такова связь между искомыми масштабами  $m_x$ ,  $m_\varphi$  и исходными для расчета — допускаемыми  $[\delta\lambda]$ ,  $[\delta\rho]$ ,  $[\delta\varphi]$  и наибольшей производной  $\left( \frac{d\lambda}{dz} \right)_{\max}$  воспроизводимой функции. Она указывает, что стоящая слева сумма возможных предельных ошибок в профилировании кулачка не должна быть больше увеличенной в  $m_x$  раз допускаемой ошибки в воспроизводимой функции. По этой причине оба члена слева в формуле (118) должны рассматриваться как абсолютные величины, следовательно, и  $\left( \frac{d\lambda}{dz} \right)_{\max}$  нужно использовать без учета знака.

Так как формула (118) получена из условия ограничения неточности по  $\lambda$ , то она должна использоваться для нахождения масштаба  $m_x$ :

$$m_x \geq \frac{[\delta\rho]}{[\delta\lambda]} \cdot \frac{1}{1 - \frac{[\delta\varphi]}{[\delta\lambda]} \cdot \frac{\left( \frac{d\lambda}{dz} \right)_{\max}}{m_\varphi}}.$$

Примем пока, что

$$\frac{[\delta\varphi]}{[\delta\lambda]} \cdot \frac{\left( \frac{d\lambda}{dz} \right)_{\max}}{m_\varphi} = \xi,$$

тогда для определения масштаба  $m_x$  получим формулу

$$m_x \geq \frac{[\delta\rho]}{[\delta\lambda]} \cdot \frac{1}{1 - \xi}. \quad (119)$$

Нетрудно видеть, что величина  $\xi$  является безразмерной.

При  $\xi = 0$ ,  $m_x \geq \frac{[\delta\rho]}{[\delta\lambda]}$ , но при таком выборе масштаба  $m_x$  совершенно не учитывается возможная ошибка работы механизма от неточности установки кулачка по углу  $\varphi$ , что недопустимо.

При  $\xi = 1$ ,  $m_x = \infty$ ; это означает, что допускаемая ошибка  $m_x [\delta\lambda]$  полностью поглощается вторым слагаемым в формуле (118), а неточности  $\delta\rho$  в радиусе  $\rho$  остаются без компенсации.

Если  $\xi > 1$ , то за границей разрыва величина  $\frac{1}{1 - \xi}$  приобретает отрицательное значение, отрицательным становится иско-

мый масштаб  $m_x$ . Вместе с тем  $\xi > 1$  означает, что второе слагаемое в формуле (118) превышает допускаемую неточность  $m_x [\delta\lambda]$ , что противоречит существу требования (118).

Таким образом, величина  $\xi$  должна быть заключена между 0 и 1. Она определяет долю допускаемой производственной неточности  $[\delta\varphi]$  в  $[\delta\lambda]$ .

Так как ошибки  $\delta\rho$  и  $\delta\varphi$  равновероятны, то желательно, чтобы долевое значение  $\xi$  было равно 0,5, либо такому значению, которое лучше всего отвечает технологическим возможностям. По-видимому, выбор  $\xi$  должен производиться из интервала 0,25—0,75.

Назначение исходных  $[\delta\rho]$ ,  $[\delta\lambda]$ ,  $\xi$  по отношению к вычисляемому по формуле (119)  $m_x$  в значительной мере случайно, а потому случайным будет и  $m_x$ . Он может оказаться неприемлемым. О последнем лучше всего судить по максимальному приращению

$$\Delta x_{\max} = x_{\max} - x_{\min},$$

которое подсчитывается по второй из формул (117). Приемлемые значения  $\Delta x_{\max}$ , а следовательно, и  $m_x$  нужно получать за счет целесообразного подбора  $[\delta\lambda]$ ,  $[\delta\rho]$  и  $\xi$ .

После выбора  $\xi$  и подсчета  $m_x$ , по выражению для  $\xi$  следует определить второй масштаб  $m_\varphi$ , т. е.

$$m_\varphi = \frac{[\delta\varphi]}{[\delta\lambda]} \cdot \left( \frac{d\lambda}{dz} \right)_{\max} \xi, \quad (120)$$

а затем, найдя по первой из формул (117) интервал

$$\varphi_{\max} - \varphi_0 = m_\varphi (z_{\max} - z_0), \quad (121)$$

с помощью формулы

$$n = \frac{\varphi_{\max} - \varphi_0}{2\pi} \quad (122)$$

подсчитать число  $n$  рабочих витков, т. е. решить будет ли кулачок одновитковым ( $n = 1$ ) или многовитковым ( $n > 1$ ).

**Ограничение угла подъема и начальный радиус тела кулачка.** Как отмечено, в работоспособном узле угол подъема  $\alpha$  вдоль проектируемого профиля должен быть ограничен допускаемым значением  $[\alpha]$ , что на основе формулы (115) можно записать так

$$\left( \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{d\varphi} \right)_{\max} \leq \operatorname{tg} [\alpha].$$

Согласно соотношениям (116), (117) и рис. 55 имеем

$$\rho = \rho_0 + m_x \psi_\lambda(z), \quad (123)$$

что позволяет выразить неравенство по ограничению  $\operatorname{tg} \alpha$  соотношением

$$\left( \frac{1}{\rho_0 + m_x \psi_\lambda(z)} \cdot \frac{m_x}{m_\varphi} \cdot \frac{d\lambda}{dz} \right)_{\max} \leq \operatorname{tg} [\alpha].$$

Для выполнения настоящего условия существуют две возможности.

Во-первых, можно подобрать такое  $\rho_0$ , при котором величина  $\alpha$  искомого профиля кулачка во всех своих точках не будет больше допускаемой  $[\alpha]$ . Для удобства подбора перепишем это условие в такой форме.

$$\left[ \frac{\frac{d\lambda}{dz}}{\frac{\rho_0}{m_x} + \psi_\lambda(z)} \right]_{\max} \leq m_\varphi \operatorname{tg} [\alpha]. \quad (124)$$

Метод подбора состоит в том, что следует задаться некоторым числовым значением для  $\rho_0$ , затем подсчитать левую сторону условия (124) для ряда  $z$ , отыскать среди величин  $z$  наибольшую и убедиться, что левая сторона не превышает правой. Если условие (124) выполняется, то искомого  $\rho_0$  обнаружено, если же нет, то надо скорректировать первоначально выбранное  $\rho_0$  и повторить вычисления. Опыт показывает, что подобная процедура не длительна и приводит к приемлемому ответу при третьем, а иногда даже и при втором просчете.

Во-вторых, когда полученное первым путем  $\rho_0$  велико и его желательно уменьшить, то можно задаться приемлемым для конструкции значением  $\rho_0$ , а затем, идя вдоль  $z$ , отыскать максимальное значение квадратной скобки слева в условии (124) и подсчитать масштаб  $m_\varphi$  по формуле

$$m_\varphi \geq \frac{1}{\operatorname{tg} [\alpha]} \left[ \frac{\frac{d\lambda}{dz}}{\frac{\rho_0}{m_x} + \psi_\lambda(z)} \right]_{\max}. \quad (125)$$

Полученное отсюда  $m_\varphi$  вместе с тем должно удовлетворять равенству (120), из которого теперь следует определить отношение

$$\frac{[\delta\varphi]}{[\delta\lambda]} = \frac{\zeta m_\varphi}{\left( \frac{d\lambda}{dz} \right)_{\max}} \quad (126)$$

и с его помощью указать производству величину допускаемой погрешности  $[\delta\varphi]$ . Одновременно можно менять  $[\delta\lambda]$  и  $\zeta$ .

Второй путь ограничивает  $\alpha$  не за счет  $\rho_0$ , а при помощи подбора рабочего интервала по углу  $\varphi$ .

Найденный с помощью соотношения (124) или (125) радиус  $\rho_0$  указывает тот уровень, относительно которого толкатель отсчитывает воспроизводимую функцию. В литературе под начальным радиусом понимают радиус-вектор точки рабочего профиля, отвечающий значению  $z_0$  или  $\varphi_n$ , т. е. для него имеем

$$\rho_{\text{нач}} = \rho_0 + m_x \psi_\lambda(z_0).$$

Определив отсюда  $\rho_0$  и подставив его в формулу (123), найдем, что

$$\rho = \rho_{\text{нач}} + m_x [\psi_\lambda(z) - \psi_\lambda(z_0)]. \quad (127)$$

Из формулы (127) следует, что в данном случае, для монотонно возрастающей функции  $\psi_\lambda(z)$  профилирование кулачка ведется, начиная от  $\rho_{\text{нач}}$  в сторону увеличения радиусов  $\rho$  или на подъем. Но в тех случаях, когда производные  $\frac{d\lambda}{dz}$  имеют наибольшие числовые значения в зоне  $z_0$ , профилирование выгоднее вести на убыль радиусов  $\rho$ , т. е. чтобы радиус убывал от  $\rho_{\text{нач}}$  по мере роста  $\psi_\lambda(z)$ . Размеры кулачка в таком случае могут быть получены наименьшими, для этого выражение (127) надо переписать так

$$\rho = \rho_{\text{нач}} - m_x [\psi_\lambda(z) - \psi_\lambda(z_0)], \quad (127^*)$$

тогда формулы (124) и (125) изменятся и примут вид

$$\left[ \frac{\frac{d\lambda}{dz}}{\frac{\rho_{\text{нач}}}{m_x} - [\psi_\lambda(z) - \psi_\lambda(z_0)]} \right]_{\text{max}} \leq m_\varphi \operatorname{tg} [\alpha]. \quad (124^*)$$

$$m_\varphi \geq \frac{1}{\operatorname{tg} [\alpha]} \left[ \frac{\frac{d\lambda}{dz}}{\frac{\rho_{\text{нач}}}{m_x} - [\psi_\lambda(z) - \psi_\lambda(z_0)]} \right]_{\text{max}}. \quad (125^*)$$

По формулам (124\*) и (125\*) можно определить  $\rho_{\text{нач}}$  при условии, что рабочий профиль кулачка описывается убывающими радиусами.

**Порядок расчета.** Предыдущее рассмотрение позволяет указать такую последовательность расчета кулачкового узла, работающего с остроконечным толкателем:

1. На основе опыта и знания возможностей производства назначают допускаемые неточности  $[\delta\lambda]$ ,  $[\delta\rho]$ ,  $[\delta\varphi]$  и допускаемый угол подъема  $[\alpha]$ .

2. По заданной для воспроизведения функции  $\psi_\lambda(z)$  по формуле (114) рассчитывают ряд  $\frac{d\lambda}{dz}$  и отыскивают  $\left(\frac{d\lambda}{dz}\right)_{\text{max}}$ .

3. Задаются долевым значением  $\zeta$  и по формулам (119), (120), (121), (122) подсчитывают масштабы, интервал работы по  $\varphi$  и число витков  $n$ . По полученным таким образом данным производится корректировка исходных  $[\delta\lambda]$ ,  $[\delta\rho]$ ,  $[\delta\varphi]$ ,  $[\alpha]$  и  $\zeta$  и получение приемлемых для конструкции результатов.

4. По формуле (124) или (125) находят радиус  $\rho_0$  и, если необходимо, прибегают к помощи формулы (126) для назначения нового  $[\delta\varphi]$  или  $\frac{[\delta\varphi]}{[\delta\lambda]}$ .

5. По формулам (117) и (123) подсчитывают ряд числовых значений для  $\varphi$  и  $\rho$ . Они и образуют таблицу искомого профиля кулачка.

В дальнейшем видно, что настоящий порядок в основном сохраняется и для других узлов, имеющих толкатели со сферическими роликовыми или плоскими наконечниками.

### 38. УЗЛЫ С ДРУГИМИ НАКОНЕЧНИКАМИ

Для простоты продолжаем полагать, что толкатель движется вдоль оси, проходящей через центр вращения кулачка  $O$  (рис. 56). Смещений линии движения толкателя относительно оси  $Ox$  вверх или вниз обычно избегают, а если по конструктивным соображениям они все же необходимы, то в принципе расчет от этого не меняется: он делается только несколько более громоздким, что легко преодолимо.

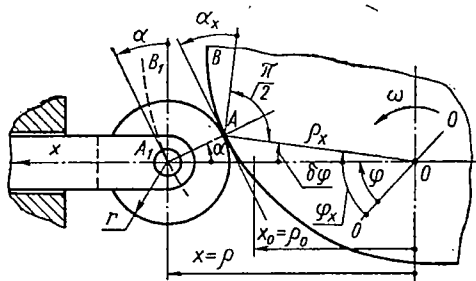


Рис. 56. Узел со сферическим или роликовым наконечником толкателя

Толкатель со сферическим или роликовым наконечником. Схема этого случая приведена на рис. 56. Из нее следует, что интенсивность хода толкателя теперь определяется не углом  $\alpha_x$  подъема профиля в точке соприкосновения  $A$ , а углом  $\alpha$ , составленным перпендикуляром к оси  $Ox$ , и касательной к кривой, эквидистантной к искомому профилю и проходящей через центр  $A_1$  наконечника. Центр  $A_1$  выполняет функцию остроконечного щупа, поэтому и расчет здесь должен быть построен на использовании расстояний  $\rho = x$ , а не радиусов искомого профиля  $\rho_x$ .

Как правило, размеры наконечника (радиус  $r$  сферы или ролика) в несколько раз меньше размеров кулачка. Поэтому величины  $\rho$  и  $\rho_x$  одного и того же порядка и, следовательно, неточности изготовления по  $\rho_x$  и по установке  $\varphi_x$  без заметной ошибки можно отнести к радиусам  $\rho$  и углам  $\varphi$ . Это позволяет без изменений распространить метод и порядок изложенного выше расчета узла с остроконечным толкателем на определение координат  $\rho$  и  $\varphi$  эквидистанты  $A_1B_1$  искомого профиля  $AB$  с координатами  $\rho_x, \varphi_x$ . Разумеется, ограничения по углу подъема здесь должны быть наложены на  $\alpha$ , а не на  $\alpha_x$ , в результате чего по формулам (124), (125) находят начальное значение для радиусов-центров, т. е.  $x_0 = \rho_0$ .

Профиль кулачка (при грубом проектировании) может быть получен построением огибающей  $AB$  к окружностям с радиусом  $r$ , центры которых расположены на эквидистанте  $A_1B_1$ .

Ясно так же, что можно не искать огибающую  $AB$  истинного профиля, а ограничиться найденными координатами  $\rho, \varphi$  эквидистанты  $A_1B_1$ , если инструмент изготовления и контроля по-

верхности кулачка сделать того же радиуса  $r$ , что и наконечник толкателя. В последнем случае искомый профиль  $AB$  получится при установке инструмента по координатам эквидистанты  $\rho$ ,  $\varphi$ . На практике иногда так и поступают. Однако, такой способ часто оказывается недостаточным, а указанные ограничения для формы режущего и мерительного инструментов — неприемлемыми. Это означает, что надо рассчитать и непосредственно указать координаты  $\rho_x$ ,  $\varphi_x$  искомого профиля  $AB$ .

Таким образом, расчет в данном случае сначала полностью повторяет предложенные выше пункты 1—5 порядка расчета при остроконечном толкателе. В результате получают масштабы преобразований  $m_x$ ,  $m_\varphi$ , находят  $\rho_0$  и составляют таблицу координат  $\varphi$ ,  $\rho$  эквидистанты  $A_1B_1$ .

Затем по полученной таблице числовых величин  $\varphi$ ,  $\rho$ , вычисляют соответствующий ряд производных  $\frac{d\rho}{d\varphi}$  и с помощью формулы (115) находят табличный ряд значений угла  $\alpha$ .

Для координат  $\varphi_x$ ,  $\rho_x$  искомого профиля  $AB$  из треугольника  $OA_1A$  (рис. 56) можно записать

$$r \cos \alpha + \rho_x \cos \delta\varphi = x;$$

$$\rho_x \sin \delta\varphi = r \sin \alpha,$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \delta\varphi &= \frac{r \sin \alpha}{x - r \cos \alpha}; \\ \rho_x &= \frac{x - r \cos \alpha}{\cos \delta\varphi}; \\ \varphi_x &= \varphi + \delta\varphi, \end{aligned} \right\} \quad (128)$$

что и позволяет получить искомую табличную зависимость  $\rho_x = \rho(\varphi_x)$  для истинного профиля рабочей поверхности кулачка.

**Толкатель с плоским наконечником.** Иногда для простоты или по другим причинам кулачковая пара имеет шуп с плоским наконечником. Здесь так же требуется воспроизвести некоторую непрерывную функцию, отвечающую формуле (114). Предполагаем, что кулачок всюду вдоль своего профиля выпуклый и пригоден для работы с плоским наконечником.

Оставляя пока в стороне вопросы выбора масштабов и ограничения угла подъема, найдем формулы расчета координат  $\varphi_x$ ,  $\rho_x$  истинного профиля кулачка.

Из рис. 57 получим следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} x &= \rho_x \cos \delta\varphi_x; \\ \varphi_x &= \varphi + \delta\varphi_x. \end{aligned} \right\} \quad (129)$$

Дифференцируя по  $\varphi$  первое из них, найдем

$$\frac{dx}{d\varphi} = \frac{d\rho_x}{d\varphi} \cos \delta\varphi_x - \rho_x \sin \delta\varphi_x \frac{d(\delta\varphi_x)}{d\varphi},$$

здесь  $\rho_x$  вначале дифференцируется по  $\varphi_x$ , так как  $\rho_x$  непосредственно зависит от  $\varphi_x$ , а не от  $\varphi$ .

Далее из второго выражения (129) получим

$$\frac{d\varphi_x}{d\varphi} = 1 + \frac{d(\delta\varphi_x)}{d\varphi};$$

подставляя это в выражение для  $\frac{dx}{d\varphi}$  и группируя члены по множителю  $\frac{d(\delta\varphi_x)}{d\varphi}$ , найдем

$$\frac{dx}{d\varphi} = \frac{d\rho_x}{d\varphi_x} \cos \delta\varphi_x + \left( \frac{d\rho_x}{d\varphi_x} \cos \delta\varphi_x - \rho_x \sin \delta\varphi_x \right) \frac{d(\delta\varphi_x)}{d\varphi}.$$

Второй член этого выражения для щупа с плоским наконечником всегда равен нулю, так как всегда равно нулю значение разности его скобки. Последнее следует из того, что для плоского наконечника  $\alpha_x = \delta\varphi_x$  и что для всякого профиля кулачка действительна формула (115), по которой

$$\rho_x \sin \delta\varphi_x = \frac{d\rho_x}{d\varphi_x} \cos \delta\varphi_x. \quad (130)$$

Воспользовавшись соотношением (130) еще раз, получаем для производной простое выражение

$$\frac{dx}{d\varphi} = \rho_x \sin \delta\varphi_x. \quad (131)$$

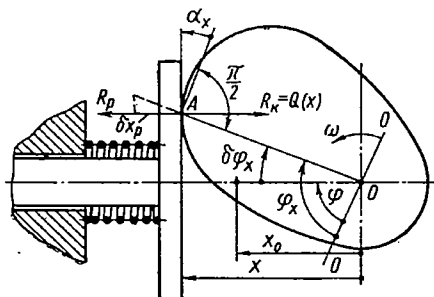


Рис. 57. Узел с плоским наконечником

Поделив теперь выражение (131) на первое равенство (129), найдем

$$\operatorname{tg} \delta\varphi_x = \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{d\varphi}. \quad (132)$$

Так как  $x$  и  $\frac{dx}{d\varphi}$  — известные величины, то алгоритм, состоящий из равенств (132) и (129), позволяет рассчитать координаты  $\varphi_x$ ,  $\rho_x$  рабочего профиля кулачка.

Нетрудно видеть, что и здесь для нахождения масштабов  $m_x$ ,  $m_\varphi$  следует написать общее выражение возможной погрешности [21]

$$\delta_x = \delta\rho \cos \delta\varphi_x + \frac{dx}{d\varphi} \delta\varphi.$$

Пренебрегая в нем несущественным влиянием  $\cos \delta\varphi_x$  и переходя к предельным значениям  $[\delta\lambda]$ ,  $[\delta\rho]$ ,  $[\delta\varphi]$ , получим

$$[\delta\rho] \cos \delta\varphi_x + \frac{m_x}{m_\varphi} \left( \frac{d\lambda}{dz} \right)_{\max} [\delta\varphi] \leq m_x [\delta\lambda],$$

откуда уже известным путем найдем

$$m_x \geq \frac{[\delta\rho]}{[\delta\lambda]} \cdot \frac{\cos \delta\varphi_x}{1 - \xi}. \quad (133)$$

Настоящая формула для  $m_x$  отличается от формулы (119) только множителем  $\cos \delta\varphi_x$ , который при проектировании заранее не может быть известен. Однако, можно полагать  $\cos \delta\varphi_x \approx 1$ , что несколько увеличит нижнюю границу для  $m_x$  и повысит гарантию точности воспроизведения заданной функции  $\lambda = \psi_\lambda(z)$ . Это всегда приемлемо. Таким образом, формулу (133) можно заменить на формулу (119), а формулы (120), (121) и (122) здесь полностью сохраняют свою силу.

Начальная ордината щупа  $x_0$  (рис. 57) может быть получена на основе равенства (132) и требования, чтобы  $\alpha_x = \delta\varphi_x \leq \leq [\delta\varphi_x]$ . Выполнение последнего неравенства приводит к формуле

$$\left[ \frac{\frac{d\lambda}{dz}}{\frac{x_0}{m_x} + \psi_\lambda(z)} \right]_{\max} \leq m_\varphi \operatorname{tg} [\delta\varphi_x]. \quad (134)$$

Однако выбор угла  $[\delta\varphi_x] = \alpha_{x \max}$  не должен быть полностью аналогичен выбору  $[\alpha]$ . Из-за того, что наконечник плоский, усилие со стороны кулачка в точке  $A$  приложено параллельно оси  $Ox$ , а не наклонно к ней под углом  $\alpha_x$  (сила трения во внимание не принята). Поэтому  $\delta\varphi_{x \max} = \alpha_{x \max}$  может быть допущено большим, чем  $[\alpha]$ , что может рассматриваться как некоторое преимущество пары с плоским наконечником, а для предотвращения заклинивания толкателя в его направляющих, последние должны быть спроектированы по общеизвестным правилам.

Общий порядок расчета и профилирования в этом случае так же аналогичен указанному выше.

### 39. СИЛЫ И МОМЕНТЫ ПЛОСКОЙ КУЛАЧКОВОЙ ПАРЫ

Рассмотрим схему конструкции пары с наконечником у толкателя в виде сферы или ролика радиуса  $r$  (рис. 58).

В противодействующую силу толкателя  $Q(x)$  включены силы сопротивления перемещению толкателя в направляющих и всех устройств, приводимых в действие толкателем. На практике эта сила является некоторой функцией  $x$ . К началу расчета она либо известна, либо в основном может быть определена из анализа схемы приводимых в действие устройств.

В машинах-автоматах и машинах-орудиях силы  $Q(x)$  бывают значительными и определяются теми технологическими процессами, с которыми связан рабочий цикл кулачковой пары. Величины этих сил существенно влияют на конструктивные формы и размеры элементов узла.

В приборах усилия  $Q(x)$  обычно невелики и в основном определяются сопротивлениями возвратных пружин и сопротивлениями трения в приводимых звеньях. По отношению к силам здесь производят проверочные расчеты и расчеты на жесткость запроектированных конструкций.

**Силы.** Как следует из схемы узла, представленного на рис. 58, для любого  $x$  сила  $Q(x)$  уравнивается активной силой  $R_p$ , приложенной к ролику в точке  $A$  и действующей со стороны кулачка. Предполагаем, что движения толкателя медленны, и

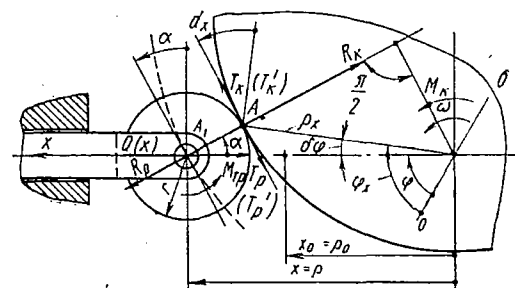


Рис. 58. Схема к определению сил и моментов

потому всеми инерционными сопротивлениями можно пренебречь. Если же ускорения существенны, то величина  $Q(x)$  должна включать в себя приведенные к толкателю силы инерции ведомых элементов.

Силы  $Q(x)$  и  $R_p$  связаны равенством

$$R_p = -\frac{Q(x)}{\cos \alpha},$$

а реакция  $R_k$ , которую испытывает кулачок, определяется формулой

$$R_k = -R_p = \frac{Q(x)}{\cos \alpha}.$$

От сил  $R_k$ ,  $R_p$  в точке соприкосновения  $A$  возникают тангенциальные силы трения  $T_k$ ,  $T_p$ , приложенные к кулачку и ролику соответственно.

Если наконечник выполнен в виде сферы, жестко скрепленной с толкателем, то

$$\left. \begin{aligned} T_k &= -fR_k; \\ T_p &= fR_p, \end{aligned} \right\} \quad (135)$$

где  $f$  — коэффициент трения скольжения в точке  $A$ .

Если же он — ролик, свободно вращающийся вокруг своей оси, то относительно этой оси возникает момент сопротивления трения  $M_{тр}$ , который зависит от вида конструкции опоры ролика (скольжения или качения) и от силы  $R_p$ . Для  $M_{тр}$  можно записать

$$M_{тр} = \mu R_p,$$

где  $\mu$  — коэффициент, имеющий размерность длины.

В этом случае силы сопротивления трения в точке  $A$  выражаются так:

$$\left. \begin{aligned} T'_k &= -\frac{M_{\text{тр}}}{r} = -\frac{\mu}{r} R_k; \\ T'_p &= \frac{M_{\text{тр}}}{r} = \frac{\mu}{r} R_p. \end{aligned} \right\} \quad (136)$$

**Моменты.** В первую очередь представляет интерес величина противодействующего вращению кулачка момента  $M(x)$ , или равный противоположный ему момент, который должен развить кулачок, чтобы заставить толкатель перемещаться в своих направляющих и совершать возложенную на него работу.

Из рис. 58 следует

$$M(x) = R_k \rho \sin \alpha + T'_k (\rho \cos \alpha - r).$$

Если здесь заменить  $R_k$ ,  $T'_k$  их значениями, воспользоваться формулой (115) и заменить  $\rho$  на  $x$ , то получим

$$M(x) = Q(x) \left[ \frac{dx}{d\varphi} + \mu \left( \frac{x}{r} - \frac{1}{\cos \alpha} \right) \right]. \quad (137)$$

Все входящие в формулу (137) величины определяются по ходу расчета координат профиля, следовательно всюду на рабочем интервале может быть подсчитан и  $M(x)$ .

В том случае, когда конструкция наконечника построена на опоре качения, силы трения малы и соответственно мал коэффициент  $\mu$ . Приняв  $\mu \approx 0$ , приближенно найдем

$$M(x) \approx Q(x) \frac{dx}{d\varphi} = \frac{m_x}{m_\varphi} Q(x) \frac{d\lambda}{dz}. \quad (137^*)$$

Очевидно, что для надежной работы узла, активный движущий момент  $M_k$  всегда должен несколько превосходить момент сопротивления  $M(x)$ .

Для кулачковой пары с плоским наконечником у толкателя, на основе схемы, приведенной на рис. 57, можно записать  $R_k = Q(x)$  и

$$M(x) = Q(x) \rho_x \sin \delta\varphi_x + fQ(x)x.$$

Заменив здесь множитель  $\rho_x \sin \delta\varphi_x$  по формуле (131), получим

$$M(x) = Q(x) \left[ \frac{dx}{d\varphi} + fx \right], \quad (138)$$

что по структуре сходно с формулой (137).

#### 40. ПРИМЕР И ТЕХНИКА РАСЧЕТА

**Условия расчета.** Пусть задана некоторая функция  $\lambda = \psi_\lambda(z)$ , аргумент  $z$  которой изменяется от 0 до 56 единиц, а сама зависимость  $\psi_\lambda(z)$  представлена числовой таблицей 4.

Таблица 4

Исходные данные для профилирования кулачка

$z$	$\psi_\lambda(z)$	$z$	$\psi_\lambda(z)$	$z$	$\psi_\lambda(z)$	$z$	$\psi_\lambda(z)$	$z$	$\psi_\lambda(z)$
0	0,795	12	0,285	24	0,725	36	1,855	48	1,710
1	0,720	13	0,290	25	0,805	37	1,905	49	1,645
2	0,645	14	0,300	26	0,890	38	1,945	50	1,590
3	0,585	15	0,315	27	0,980	39	1,975	51	1,530
4	0,520	16	0,340	28	1,080	40	1,995	52	1,485
5	0,470	17	0,370	29	1,178	41	2,000	53	1,440
6	0,415	18	0,405	30	1,285	42	1,995	54	1,410
7	0,380	19	0,445	31	1,410	43	1,970	55	1,390
8	0,345	20	0,485	32	1,525	44	1,930	56	1,375
9	0,320	21	0,530	33	1,632	45	1,885	—	—
10	0,300	22	0,590	34	1,725	46	1,830	—	—
11	0,290	23	0,660	35	1,795	47	1,770	—	—

В процессе проектирования решено, что механизм должен быть выполнен по схеме, показанной на рис. 59. Момент сопротивления приводного устройства постояен  $M_0 = 240$  гс·см, радиус колеса рейки  $r_{M_0} = 12$  мм, положение оси рейки  $a = 10$  мм, указаны длины опор — направляющих толкателя (около 12 мм).

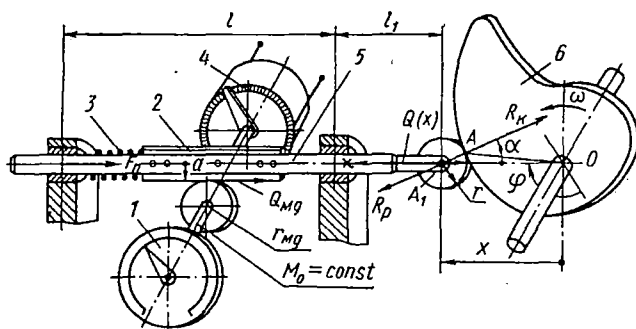


Рис. 59. Схема к расчету кулачкового узла:

1 — указатель; 2 — зубчатая рейка; 3 — пружина возврата; 4 — потенциометр; 5 — толкатель; 6 — кулачок

Необходимо рассчитать кулачковую пару, определить межосевые расстояния  $l$ ,  $l_1$ , найти силу  $F_p$  со стороны пружины возврата.

На основе проб выбраны следующие допускаемые неточности и некоторые исходные параметры:  $[\delta\lambda] = 0,003$  единиц  $\lambda$ ;  $[\delta\rho] = 0,03$  мм;  $[\delta\phi] = 0,00131$  рад. (4',5);  $[\alpha] = 30^\circ$ ;  $\zeta = 0,5$ .

**Обработка числовых данных табл. 4.** Прежде чем приступить к расчету, следует найти производную  $\frac{d\lambda}{dz}$  для всех опорных точек  $z$  и добиться, чтобы числовые ряды  $\psi_\lambda(z)$  и  $\frac{d\lambda}{dz}$  были достаточно плавными вдоль аргумента  $z$ . На практике  $\psi_\lambda(z)$  часто задана так, что она сама недостаточно плавна, не говоря уже об ее производной.

Степень потребной плавности  $\psi_\lambda(z)$  можно оценить на основе  $[\delta\lambda]$ . Очевидно, неплавность  $\psi_\lambda(z)$  и  $\frac{d\lambda}{dz}$  должна быть в несколько раз меньше  $[\delta\lambda]$ . В нашем случае можно принять, что неплавность не должна давать значения больше 0,001 (отклонения  $\psi_\lambda(z)$  и  $\frac{d\lambda}{dz}$  от теоретически мыслимых).

Для достижения приемлемой плавности, на листе миллиметровой бумаги в выбранном масштабе строится кривая  $I$  для  $\psi_\lambda(z)$  (рис. 60) и здесь же, против каждой опорной точки  $z$  записываются числовые значения  $\psi_\lambda(z)$  табл. 4. Кривая  $I$  лишь грубо и недостаточно контролирует плавность изменения функции  $\psi_\lambda(z)$ .

По числовым значениям  $\psi_\lambda(z)$  для всех промежутков между опорными точками вычисляются приращения

$$\Delta\lambda_i = \psi_\lambda(z_{i+1}) - \psi_\lambda(z_i).$$

Приращения  $\Delta\lambda_i$  относятся к серединам интервалов  $(z_{i+1} - z_i)$ , а потому их запись и нанесение на миллиметровку в виде точек также надо отнести к серединам интервалов. Если все точки соединить прямыми, то в результате получится ломаная  $2$ . По ней хорошо заметна наплавность исходной кривой  $I$  и тот характер, который следовало бы иметь.

Ориентируясь на характер ломаной  $2$ , ее заменяют на непрерывную кривую, ведя последнюю карандашом (от руки) и так, чтобы суммы площадей между ломаной и проводимой непрерывной кривой оказались примерно одинаковыми по обе стороны. Такое построение непрерывной кривой в некоторой мере случайно и может неудовлетворительно повлиять на ход основной кривой  $I$  после ее исправления. Поэтому исправление кривой  $I$  необходимо производить одновременно с уточнением непрерывной кривой разностей  $2$ , последовательно переходя от одной опорной точки вдоль  $z$  к другой и сравнивая получающиеся  $\psi_\lambda(z)$  с их исходными значениями. В рассматриваемом примере расчет выполняют так: берут первое наиболее вероятное значение  $\psi_\lambda(z=0) = 0,795$  и к нему прибавляют снятое с плавной кривой  $2$  значение  $\Delta\lambda_0 = -0,077$ ; в результате получают

$$\psi_\lambda(z=1) = \psi_\lambda(z=0) + \Delta\lambda_0 = 0,795 - 0,077 = 0,718.$$

Величину  $\Delta\lambda_0 = -0,077$  записывают (рис. 60) на своей опорной линии  $z = 0,5$  (графа 3), а  $\psi_\lambda(z=1) = 0,718$  — на линии

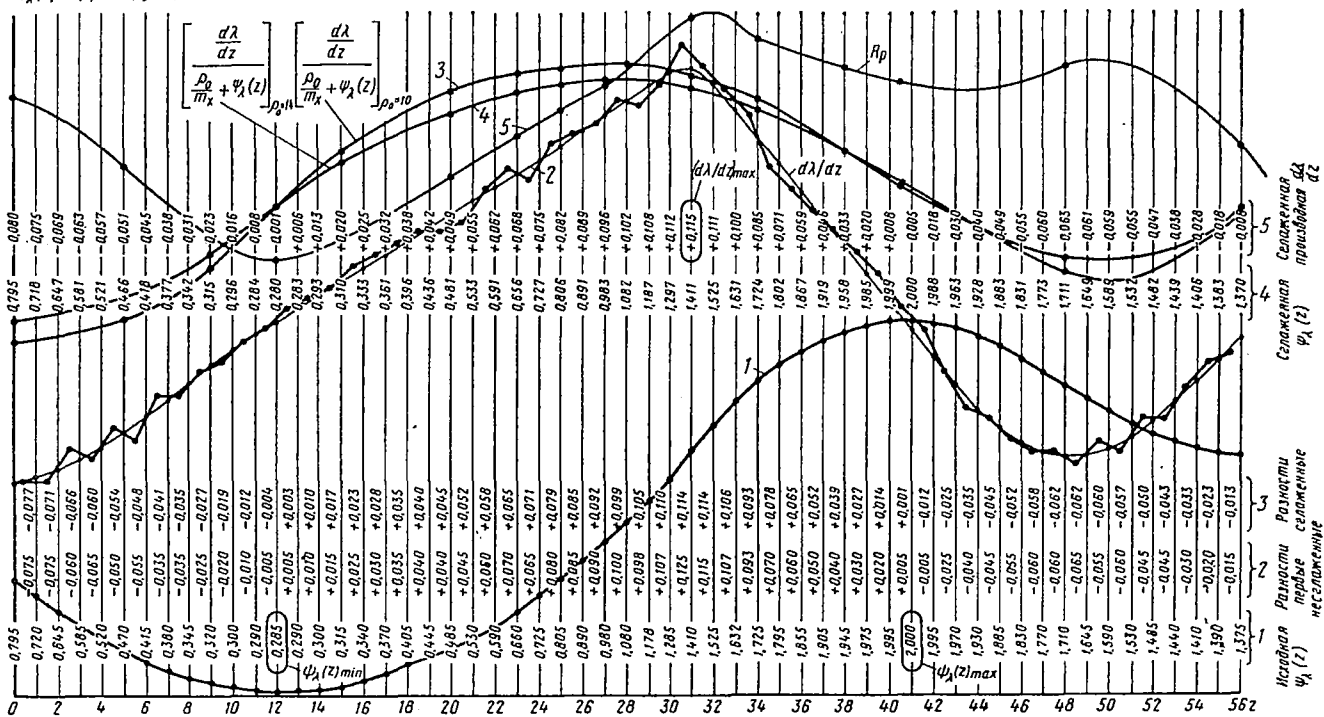
$\Psi_\lambda(z)$  и другие функции

Рис. 60. Кривые расчета и профилирования:

1 — кривая исходной функции  $\Psi_\lambda(z)$ ; 2 — производная  $\frac{d\Psi_\lambda}{dz}$ ; 3 и 4 — кривые для отыскания  $\rho_0$ ; 5 — кривая усилий  $R_p$

$z = 1$  (графа 4). Эту процедуру последовательно выполняют для всех данных. При этом необходимо следить, чтобы получающиеся таким путем числовые значения  $\psi_\lambda(z)$  находились между исходными, указанными в графе 1 (рис. 60). Последнее обеспечивает правильность хода обеих кривых —  $\psi_\lambda(z)$  и  $\Delta\lambda_i$ ; им отвечают графы 3 и 4. Настоящий процесс называют выглаживанием. Выглаженные числовые величины  $\psi_\lambda(z)$  и  $\Delta\lambda_i$  наиболее близки к теоретическим, непрерывным.

Записанные в графу 3 (рис. 60) выглаженные разности  $\Delta\lambda_i$  отнесены к серединам интервалов по  $z$ , а для последующих расчетов эти разности надо брать по самим опорным точкам. Поэтому их снимают с гладкой кривой 2 и записывают на опорных линиях по  $z$  в графу 5. После для определения гладких производных для каждой опорной точки, следует все записанные в графу 5 разности  $\Delta\lambda_i$  поделить на значение принятого интервала, т. е.

$$\frac{d\lambda_i}{dz} = \frac{\Delta\lambda_i}{z_{i+1} - z_i}$$

В нашем случае  $z_{i+1} - z_i = 1$ , поэтому значения  $\Delta\lambda_i$  совпадают с  $\frac{d\lambda_i}{dz}$ , а  $\left(\frac{d\lambda}{dz}\right)_{\max} = 0,115 \frac{\text{единиц } \lambda}{\text{единиц } z}$ .

Нетрудно видеть, что настоящий метод обработки исходных данных не требует построения кривой 1 для  $\psi_\lambda(z)$ ; достаточно записать лишь ее числовую графу 1 и построить кривые 2 разностей  $\Delta\lambda_i$ .

**Расчет основных параметров.** По формуле (119) для масштаба  $m_x$  имеем

$$m_x \geq \frac{[\delta\rho]}{[\delta\lambda]} \cdot \frac{1}{1-\xi} = \frac{0,03 \text{ мм}}{0,003 \text{ единиц } \lambda} \cdot \frac{1}{1-0,5} = 20 \frac{\text{мм}}{\text{единиц } \lambda}$$

На основе значений  $\lambda_{\max}$  и  $\lambda_{\min}$  графы 4 получим

$$\Delta x_{\max} = m_x (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) = 34,4 \text{ мм},$$

что приемлемо.

Затем по формулам (120) и (121) найдем

$$m_\varphi = \frac{[\delta\varphi]}{[\delta\lambda]} \cdot \frac{\left(\frac{d\lambda}{dz}\right)_{\max}}{\xi} = 0,100 \text{ рад/единиц } z,$$

$$\varphi_{\max} - \varphi_n = m_\varphi (z_{\max} - z_0) = 0,1 \cdot 56 = 5,6 \text{ рад } (321^\circ),$$

т. е. кулачок одновитковый.

Для определения  $\rho_0$  предположим, что  $\rho_0 = 10$  мм и рассчитаем ряд числовых значений по формуле (124). Им отвечает кривая 3 (рис. 60), максимальное значение ординаты которой на 0,064 больше, чем  $m_\varphi \text{ tg } 30^\circ = 0,1 \cdot 0,577 = 0,0577$ , т. е.  $\rho_0$  должно

быть несколько увеличено. Взяв теперь  $\rho_0 = 14$  мм, получим кривую 4, наивысшее значение ее ординаты не превосходит  $0,0568 < 0,0577$ . Следовательно, можно принять  $\rho_0 = 14$  мм.

После этого по формуле (123) получим

$$\rho_{\max} = \rho_0 + m_x \psi_\lambda(z)_{\max} = 14 + 20 \cdot 2 = 54 \text{ мм};$$

эта величина указывает максимальный габаритный размер кулачка.

Дальнейший расчет обычен и выполняется в соответствии со схемой, показанной на рис. 59. Он позволил найти ряд значений силы, действующей на наконечник (кривая 5). Оказалось, что максимальное значение составляет около 1,9—2,0 кгс. По формуле (111) получаем  $r = 4,56$  мм  $\approx 5$  мм, т. е. наконечник — сферический, а не острый.

Для вычисления координат  $\rho_x$ ,  $\varphi_x$  профиля рабочей поверхности кулачка используются формулы (115) и (128).

#### 41. ОПЕРАЦИОННЫЕ КУЛАЧКОВЫЕ УЗЛЫ

Кулачковые узлы второго типа, работающие с малыми скоростями, в основном служат для осуществления некоторого хода толкателя от  $x_0$  до  $x_{\max}$  с преодолением сил  $Q(x)$ , которые или известны, или могут быть подсчитаны. Скорости и ускорения здесь малы и обусловлены характером работы ведомых устройств, а инерционные сопротивления незначительны и могут не приниматься во внимание.

Так как кроме необходимости иметь  $\Delta x_{\max} = x_{\max} - x_0$  никаких других требований в отношении характера хода толкателя не ставится, то закономерность  $x = \psi_x(\varphi)$  может назначаться самим проектантом. Например, можно потребовать, чтобы  $\psi_x$  была линейной функцией  $\varphi$ , либо поставить и выполнить условие, при котором профиль рабочей поверхности кулачка способен преодолевать известное сопротивление  $Q(x)$  на толкателе с затратой постоянного минимального момента  $M_k$  на кулачке [21]. В остальных отношениях методика проектирования кулачкового узла сохраняется той же.

Работа кулачкового узла с большими скоростями и ускорениями, если не приняты надлежащие меры, может сопровождаться толчками, ударами и шумом. Обычно кулачок вращается с большим, но постоянным числом оборотов, а толкатель движется с переменными ускорениями, поэтому именно он обуславливает толчки и удары в механизме. Для их устранения необходимо, чтобы скорость  $\dot{x}$  и ускорение  $\ddot{x}$  на пути от  $x_0$  до  $x_{\max}$  нарастали бы плавно от нуля до каких-то значений и также плавно убывали.

Так как для операционных пар никакой закономерности хода щупа не указывается, то в принципе требование «плавности» выполнимо, но нужно подобрать отвечающую этому функцию.

На основе формул (116) и (123) можно записать

$$x = \psi_x = \rho_0 + m_k \psi_\lambda(z),$$

поэтому

$$\frac{d\psi_x}{d\varphi} = m_x \frac{d\psi_\lambda(z)}{dz} \cdot \frac{dz}{d\varphi} = \frac{m_x}{m_\varphi} \cdot \frac{d\psi_\lambda(z)}{dz},$$

а так как угловая скорость кулачка постоянна, то

$$\frac{d^2\psi_x(\varphi)}{d\varphi^2} = \frac{m_x}{m_\varphi^2} \cdot \frac{d^2\psi_\lambda(z)}{dz^2}.$$

Отсюда видно, что если подобрать по сформулированным выше условиям некоторую функцию  $\psi_\lambda(z)$ , то будет получен плавный ход толкателя. Теории и методики подбора функции  $\psi_\lambda(z)$  посвящено большое количество работ (например, Попов Н. Н., Расчет и проектирование кулачковых механизмов, Машиностроение, М., 1965 г.), в которых даются различные рекомендации, однако, как показал опыт, лучшие результаты можно получить, если подбор функции  $\psi_\lambda(z)$  производить следующим образом:

на координатной плоскости (рис. 61) от руки и пока совершенно произвольно наносим плавную кривую, которая должна представлять искомую производную  $\frac{d\psi_\lambda(z)}{dz}$ . Эту кривую следует вести так, чтобы она сама и ее производная  $\frac{d^2\psi_\lambda(z)}{dz^2}$  плавно изменялись от

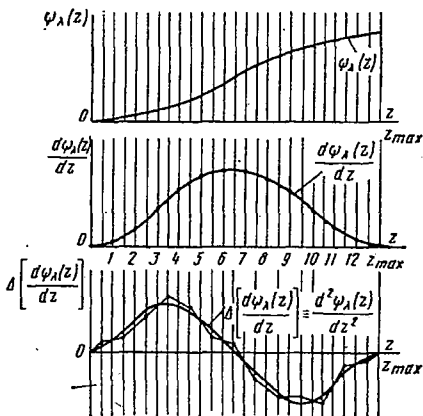


Рис. 61. Путь, скорость и ускорение толкателя

нуля до максимума и снова до нуля в конце интервала  $z_{\max}$ .

Естественно, что от руки это удастся сделать только приближенно, но в последующей обработке путем «выглаживания» можно достигнуть высокой степени плавности.

Для «выглаживания» следует снять с кривой  $\frac{d\psi_\lambda(z)}{dz}$  числовые значения и по ним вычислить все разности между соседними опорными точками по аргументу  $z$ :

$$\Delta_i \left( \frac{d\psi_\lambda(z)}{dz} \right) = \frac{d\psi_\lambda(z_{i+1})}{dz} - \frac{d\psi_\lambda(z_i)}{dz}.$$

Разности  $\Delta_i \left( \frac{d\psi_\lambda(z)}{dz} \right)$  наносят на координатную плоскость, относя их к серединам интервалов по опорным точкам. Получают

ломаную, по которой проводят сглаженную кривую этих разностей. Ординаты этой кривой следует считать пропорциональными производной  $\frac{d^2\psi_\lambda(z)}{dz^2}$ .

Затем методом, который был указан в примере, выглаживается первоначальная кривая  $\frac{d\psi_\lambda(z)}{dz}$  и затем сама функция  $\psi_\lambda(z)$ .

Дальнейшая методика расчета и профилирования ничем не отличается от приведенной выше методики получения функциональных кулачковых узлов.

## 42. КОРОМЫСЛОВЫЕ УЗЛЫ

Геометрия конструкции плоской кулачковой пары с коромысловым толкателем, вращающимся вокруг некоторого центра  $O_1$ , приведена на рис. 62.

Назначение таких пар заключается либо в нелинейном преобразовании одного углового перемещения в другое, либо в полу-

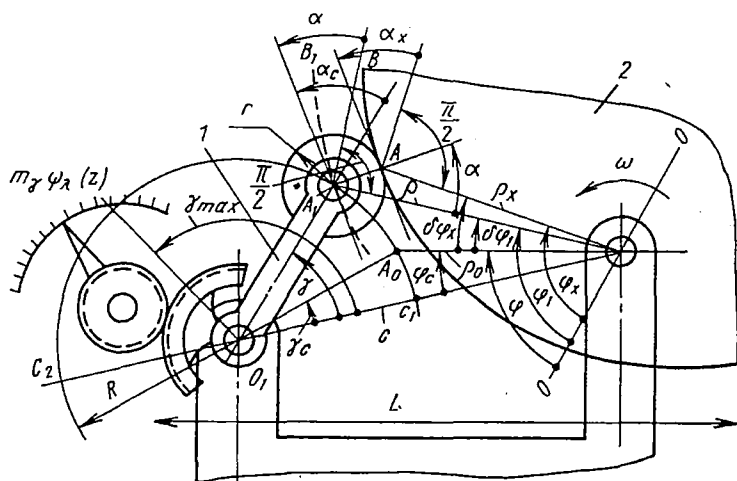


Рис. 62. Коромысловый узел: 1 — коромысло; 2 — кулачок

чению заданной зависимости некоторого переменного. Коромысловые пары часто конструктивно более приемлемы, чем узлы с прямолинейно движущимися толкателями.

Предполагаем, что и здесь задача сводится к воспроизведению непрерывной функции  $\lambda = \psi_\lambda(z)$  на участке от  $z_0$  до  $z_{\max}$  ее аргумента, т. е. для угла поворота коромысла необходимо получить

$$\gamma = \gamma_c + m_\gamma [\psi_\lambda(z) - \psi_\lambda(z_0)], \quad (139)$$

а для аргумента или угла поворота кулачка

$$\varphi - \varphi_0 = m_\varphi (z - z_0).$$

Особенностью коромысловой пары является довольно сильное ограничение угла  $\gamma_{\max} - \gamma_c$ , который не бывает больше  $100-120^\circ$ . Далее, для того чтобы движение ведомого звена  $O_1A_1$  было возможно, — активный момент со стороны силы  $R_p$  кулачка (рис. 63) должен быть больше суммы моментов от сопротивлений

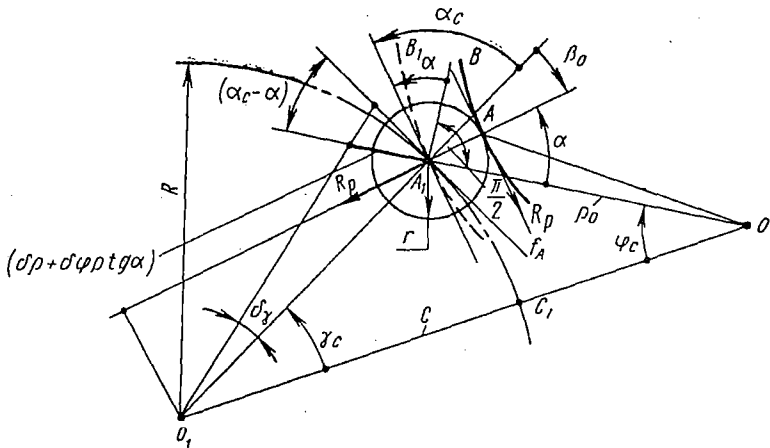


Рис. 63. Схема исходного положения коромыслового узла

ведомых устройств. Если эта сумма известна и равна  $M_c$ , то по рис. 63, на котором изображено начальное положение элементов узла ( $\gamma = \gamma_c$ ), можно записать

$$R_p R \sin \beta_0 \geq M_c + R_p f_A (r + R \cos \beta_0).$$

Обычно  $\beta_0 < 45^\circ$ , поэтому с некоторым запасом можно принять  $\cos \beta_0 \approx 1$ , тогда для силы  $R_p$  получим

$$R_p \geq \frac{M_c}{R \left[ \sin \beta_0 - f_A \left( \frac{r}{R} + 1 \right) \right]}.$$

При  $\sin \beta_0 = f_A \left( \frac{r}{R} + 1 \right)$  следует ожидать стопорения или заклинивания, а для надежной работы в конструкции необходимо иметь

$$\sin \beta_0 > f_A \left( \frac{r}{R} + 1 \right).$$

Ограничение угла  $\gamma_{\max} - \gamma_c$  говорит о том, что выбор масштаба  $m_\gamma$  здесь нельзя связывать с допускаемыми неточностями. Его, очевидно, надо вычислять по формуле

$$m_\gamma = \frac{\gamma_{\max} - \gamma_c}{\psi_\lambda(z)_{\max} - \psi_\lambda(z)_{\min}}, \quad (140)$$

что, однако, является одним из недостатков коромыслового кулачкового узла.

**Обеспечение точности воспроизведения функции  $\psi_\lambda(z)$ .** Источниками неточности работы коромыслового узла, или ошибок  $\delta\gamma$  в угле  $\gamma$  поворота коромысла  $O_1A_1$  (рис. 62) являются те же производственные неточности  $\delta\rho$ ,  $\delta\varphi$ , неточности в размерах  $R$ ,  $r$ ,  $c = O_1O$ , недостаточная жесткость конструкции и погрешности сборки. Однако, как и раньше, неточности в размерах  $R$ ,  $r$ ,  $c$  и т. д. после отладки и «выставки» кулачка и коромысла, окажутся второго порядка малости по сравнению с теми величинами, которые получаются из-за меняющихся  $\delta\rho$  и  $\delta\varphi$ , и потому с помощью схемы, приведенной на рис. 63, для текущей неточности  $\delta\gamma$  можно записать

$$\delta\gamma = \frac{1}{R} (\delta\rho + \delta\varphi \operatorname{tg} \alpha) \cos(\alpha_c - \alpha).$$

Угол  $(\alpha_c - \alpha)$  достигает значения  $\frac{\pi}{2}$  в точках  $C_1$ ,  $C_2$  (рис. 62) и делается равным нулю в каком-то среднем положении на рабочем интервале  $(\gamma_{\max} - \gamma_c)$ . В последнем случае ошибка делается наибольшей, т. е.

$$\delta\gamma_{\max} = \frac{1}{R} (\delta\rho + \delta\varphi \operatorname{tg} \alpha)$$

и, кроме того, она отвечает положению коромысла  $O_1A_1$ , при котором

$$\frac{d\rho}{R} = d\gamma.$$

Если теперь воспользоваться формулой (115) и учесть, что при допускаемых  $[\delta\rho]$  и  $[\delta\varphi]$  узел не должен давать ошибку в воспроизведении функции  $\psi_\lambda(z)$  больше допускаемой  $[\delta\lambda]$ , то на основе выражения для  $\delta\gamma_{\max}$  получим

$$m_\gamma [\delta\lambda] \geq \frac{[\delta\rho]}{R} + [\delta\varphi] \cdot \frac{m_\gamma}{m_\varphi} \left( \frac{d\psi_\lambda(z)}{dz} \right)_{\max},$$

откуда, по аналогии с рассмотрением формулы (118),

$$R \geq \frac{[\delta\rho]}{[\delta\lambda]} \cdot \frac{1}{m_\gamma (1 - \zeta)}, \quad (141)$$

т. е. выбор длины коромысла  $O_1A_1$  зависит от отношения допускаемых погрешностей, масштаба  $m_\gamma$  и относительного распределения неточностей производства  $\zeta$ .

Выражение  $\zeta$  здесь то же, что было выше, а потому масштаб  $m_\varphi$ , интервал  $(\varphi_{\max} - \varphi_0)$  и многовитковость  $n$  даются формулами (120); (121) и (122).

Углами  $\gamma_c$ ,  $\varphi_c$ , указывающими исходное положение узла, можно задаваться, исходя из конструктивных соображений, после чего на основе схем, приведенных на рис. 62 и 63, нетрудно

вычислить начальный радиус кулачка  $\rho_0$  и межцентровое расстояние  $O_1O = c$ .

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 &= \frac{\sin \gamma_c}{\sin \varphi_c} R; \\ c &= R \cos \gamma_c + \rho_0 \cos \varphi_c. \end{aligned} \right\} \quad (142)$$

Из формул (141) и (142) следует, что размеры коромыслового узла, так же как и узла с прямолинейно движущимся толкателем, в сильной мере зависят от отношения допускаемых погрешностей.

**Профилирование.** Для вычисления координат профиля кулачка следует задаться рядом значений  $z$  и по формулам (139) найти табличную последовательность исходных  $\varphi$  и  $\gamma$ . Затем из треугольника  $O_1A_1O$  (рис. 62) можно записать:

$$\left. \begin{aligned} R \sin \gamma &= \rho \sin (\varphi_c + \delta\varphi_1); \\ R \cos \gamma + \rho \cos (\varphi_c + \delta\varphi_1) &= c, \\ \text{откуда} \quad \operatorname{tg} (\varphi_c + \delta\varphi_1) &= \frac{\sin \gamma}{\frac{c}{R} - \cos \gamma}; \\ \rho &= R \frac{\sin \gamma}{\sin (\varphi_c + \delta\varphi_1)}, \\ \delta\varphi_1 &= (\varphi_c + \delta\varphi_1) - \varphi_c, \\ \varphi_1 &= \varphi + \delta\varphi_1. \end{aligned} \right\} \quad (143)$$

Формулы (143) определяют координаты  $\rho$  и  $\varphi_1$  эквидистанты  $A_1B_1$ . Получив таблицу  $\rho$  и  $\varphi_1$ , затем нужно рассчитать числовой ряд для производной  $\frac{d\rho}{d\varphi_1}$  и по формуле (115) определить соответствующие значения угла  $\alpha$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{d\varphi_1}.$$

Из треугольника  $OA_1A$  (рис. 62) имеем

$$\left. \begin{aligned} r \sin \alpha &= \rho_x \sin (\delta\varphi_x - \delta\varphi_1); \\ r \cos \alpha + \rho_x \cos (\delta\varphi_x - \delta\varphi_1) &= \rho, \end{aligned} \right\}$$

на основе чего находим

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} (\delta\varphi_x - \delta\varphi_1) &= \frac{\sin \alpha}{\frac{\rho}{r} - \cos \alpha}; \\ \rho_x &= \frac{r \sin \alpha}{\sin (\delta\varphi_x - \delta\varphi_1)}; \\ \delta\varphi_x &= (\delta\varphi_x - \delta\varphi_1) + \delta\varphi_1; \\ \varphi_x &= \varphi + \delta\varphi_x, \end{aligned} \right\} \quad (144)$$

что позволяет вычислить координаты  $\varphi_x$ ,  $\rho_x$  искомого профиля кулачка.



откуда

$$\frac{m_x}{m_h} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right)_{\max} \leq \operatorname{tg} [\alpha],$$

где  $\left( \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right)_{\max}$  — наибольшее значение частной производной по всем сечениям плоскостями  $z = \operatorname{const}$  функции  $\xi_\lambda(z, y)$ .

Затем находим

$$m_h \geq \frac{m_x}{\operatorname{tg} [\alpha]} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right)_{\max}. \quad (147)$$

Для определения масштаба  $m_x$  напишем общее выражение ошибки хода толкателя

$$\delta x = \delta \rho + \delta \rho_\varphi + \delta \rho_h,$$

где  $\delta \rho$  — производственная ошибка в радиусе  $\rho$ , ее направление совпадает с направлением хода  $x$ .

$\delta \rho_\varphi$  — неточность обусловленная ошибкой  $\delta \varphi$  по углу  $\varphi$  поворота коноида. Для нее, как и в случае плоской кулачковой пары, имеем

$$\delta \rho_\varphi = \delta \varphi \frac{m_x}{m_\varphi} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial z};$$

$\delta \rho_h$  — неточность от ошибки установки координаты  $h$ ,

$$\delta \rho_h = m_x (\delta \lambda)_y = m_x \frac{\partial \lambda}{\partial y} \delta y,$$

что с помощью второго равенства (145) можно выразить так:

$$\delta \rho_h = \frac{m_x}{m_h} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial y} \delta h.$$

Для одной или нескольких точек поверхности коноида величина  $\delta x$  может принимать максимальное значение  $\delta x_{\max}$ , которое, однако, не должно превосходить  $m_x [\delta \lambda]$ . Производственные ошибки  $\delta \rho$ ,  $\delta \varphi$ ,  $\delta h$  в этих точках также могут достигать своих предельных или допускаемых значений  $[\delta \rho]$ ,  $[\delta \varphi]$ ,  $[\delta h]$ . С учетом всего сказанного выражение для  $\delta x$  получит вид

$$\begin{aligned} m_x [\delta \lambda] \geq & [\delta \rho] + \frac{m_x}{m_\varphi} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right)_z \cdot [\delta \varphi] + \\ & + \frac{m_x}{m_h} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right)_y [\delta h]. \end{aligned} \quad (148)$$

Соотношение (148) аналогично условию (118), но величины  $\left( \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right)_z$ ,  $\left( \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right)_y$  — это частные производные той точки  $(z_y, y_y)$  функции  $\lambda = \xi_\lambda(z, y)$ , где сумма двух последних членов соотно-

шения (148) окажется максимальной. Численные значения  $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)_3$ ,  $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)_3$  нужно брать без учета их знаков, как положительные величины. Помимо того, каждый член правой части условия (148) составляет лишь определенную долю допускаемой ошибки  $m_x [\delta \lambda]$ , и доли второго и третьего членов равны

$$\left. \begin{aligned} \frac{[\delta \varphi]}{[\delta \lambda]} \cdot \frac{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)_3}{m_\varphi} &= \zeta_\varphi; \\ \frac{[\delta h]}{[\delta \lambda]} \cdot \frac{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)_3}{m_h} &= \zeta_h. \end{aligned} \right\} \quad (149)$$

При расчете, долями  $\zeta_\varphi$ ,  $\zeta_h$  следует задаваться, но тогда из соотношения (148) для масштаба  $m_x$  получаем

$$m_x \geq \frac{[\delta \rho]}{[\delta \lambda]} \cdot \frac{1}{1 - \zeta_\varphi - \zeta_h}. \quad (150)$$

Таким образом, только один из масштабов —  $m_x$  оказался выраженным через соответствующее ему отношение  $\frac{[\delta \rho]}{[\delta \lambda]}$ , а два остальных —  $m_\varphi$ ,  $m_h$  приходится находить из условий, не связанных с точностными требованиями, что следует рассматривать как недостаток коноидного узла. Поэтому, после назначения  $\zeta_\varphi$  и  $\zeta_h$ , равенства (149) непременно должны быть удовлетворены, в противном случае не может быть гарантирована точность воспроизведения функции  $\lambda = \psi_\lambda(z)$ . Удовлетворение равенств (149) возможно лишь за счет определения по ним допускаемых производственных погрешностей, т. е.

$$\left. \begin{aligned} [\delta \varphi] &= \frac{\zeta_\varphi m_\varphi}{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)_3} [\delta \lambda]; \\ [\delta h] &= \frac{\zeta_h m_h}{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)_3} [\delta \lambda], \end{aligned} \right\} \quad (151)$$

а «произвольно» могут быть выбраны только  $[\delta \lambda]$  и  $[\delta \rho]$ .

Чтобы стало возможным применение формул (151), необходимо на поверхности функции  $\lambda = \xi_\lambda(z, y)$  найти точку  $(z_3, y_3)$  и вычислить для нее  $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)_3$ ,  $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)_3$ . Из выражения (148) следует, что эта точка находится там, где сумма второго и третьего членов окажется наибольшей

$$\frac{m_x}{m_\varphi} [\delta \varphi] \left[ \left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right) + \frac{m_\varphi}{m_h} \frac{[\delta h]}{[\delta \varphi]} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right) \right]_{\max}$$

или где квадратная скобка приобретает максимальное значение. Но максимальное значение квадратной скобки зависит от иско-

мых  $[\delta h]$ ,  $[\delta \varphi]$ . Это осложняет поиски точки  $(z_3, y_3)$  и приводит к методу последовательных приближений.

Процедура отыскания максимума квадратной скобки предварительно требует составления таблицы числовых значений частных производных  $\frac{\partial \lambda}{\partial z}$ ,  $\frac{\partial \lambda}{\partial y}$  по всей воспроизводимой области функции  $\xi_\lambda(z, y)$ . Затем следует задаться отношением  $\frac{[\delta h]}{[\delta \varphi]}$  и рядом пробных просчетов выявить то место, где скобка будет максимальна. Найденные таким образом производные  $\frac{\partial \lambda}{\partial z}$ ,  $\frac{\partial \lambda}{\partial y}$  нужно подставить в формулы (151), вычислить по ним  $\frac{[\delta h]}{[\delta \varphi]}$  и сравнить с исходным. Процедура повторяется до момента, когда варьируемый множитель перестает изменяться, и производные  $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)_3$ ,  $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)_3$  обнаруживаются. Точек  $(z_3, y_3)$  может оказаться несколько. Искомые  $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)_3$ ,  $\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)_3$  надо брать по наибольшей квадратной скобке.

**Определение радиусов  $\rho_0$  — начального тела коноида или  $\rho_{\text{нач}}$  — начала профилирования.** Если мысленно рассечь тело коноида рядом плоскостей, перпендикулярных к его оси вращения (рис. 64) и отстоящих друг от друга на небольших расстояниях, то каждая полученная таким образом часть может рассматриваться как плоский кулачок. Угол  $\alpha_\varphi$  подъема толкателя вдоль каждой части должен быть ограничен допусковым значением  $[\alpha]$ . Это условие, как и для плоской пары, приводит при использовании выражения для  $x$  к соотношениям, аналогичным (124) и (124\*), а именно:

а) для подбора радиуса  $\rho_0$  начального тела коноида

$$\left( \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\frac{\rho_0}{m_x} + \xi_\lambda(z, y)} \right)_{\max} \leq m_\varphi \operatorname{tg} [\alpha]; \quad (152)$$

б) для подбора радиуса  $\rho_{\text{нач}}$  начала профилирования при росте  $\rho$  с возрастанием функции  $\xi_\lambda(z, y)$

$$\left( \frac{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)}{\frac{\rho_{\text{нач}}}{m_x} + \Delta \xi_\lambda(z, y)} \right)_{\max} \leq m_\varphi \operatorname{tg} [\alpha]; \quad (152^*)$$

при падении радиусов  $\rho$  с возрастанием функции  $\xi_\lambda(z, y)$

$$\left( \frac{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)}{\frac{\rho_{\text{нач}}}{m_x} - \Delta \xi_\lambda(z, y)} \right)_{\max} \leq m_\varphi \operatorname{tg} [\alpha]. \quad (152^{**})$$

Разность  $\Delta \xi_\lambda(z, y)$  вычисляют по выражению

$$\Delta \xi_\lambda(z, y) = \xi_\lambda(z, y) - \xi_\lambda(z_{\text{нач}}, y_{\text{нач}}).$$

Процесс подбора тот же, что и для плоской кулачковой пары, но более громоздкий, так как распространяется на все сечения коноида.

Ограничение углов подъема щупа по поверхности коноида здесь произведено только в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях  $h = \text{const}$ ,  $\varphi = \text{const}$ . Однако нетрудно показать, что этого достаточно, так как тело коноида «гладкое», а возможные отступления для практики не существенны. Уточнения приводят к большему и неоправданному усложнению расчетов.

**Профилирование.** Предложенная выше теория справедлива для узла с остrokонечным либо сферическим (центр его сферы  $A_1$ ) толкателем (рис. 64), т. е. в последнем случае для эквидистантной поверхности  $A_1B_1$  коноида. Но изготовление и контроль точности чаще всего относят именно к последней. Помимо того, радиус  $r$  сферы наконечника всегда мал по сравнению с  $\rho$ , поэтому вытекающие отсюда расхождения не скажутся заметно на числовых значениях определяемых параметров.

Числовое значение  $r$ , во-первых, должно удовлетворять требованию контактной прочности (111), во-вторых, оно должно быть равно радиусу сферы обрабатывающего сверла и мерительного инструмента контроля точности изготовления.

Для профилирования проектируемое тело коноида мысленно разбивают на ряд сечений  $h_1, h_2, h_3, \dots, h_i$  (рис. 64) и для каждого из них и угла поворота  $\varphi_k$  рассчитывают таблицу радиусов положения центров  $A_1$  сферы наконечника

$$\rho(\varphi_k, h_i) = \rho_0 + m_x \xi_\lambda(z, y).$$

Эти радиусы описывают поверхность  $A_1B_1$ , эквидистантную истинной поверхности  $AB$ . Расчет координат поверхности  $AB$  крайне сложен и бесполезен, так как изготовление и контроль все равно потребовали бы введения некоторой сферы радиуса  $r$ .

Опыт показывает, что изготовление коноида с заданной точностью значительно облегчается, если рабочая таблица  $\rho(\varphi_k, h_i)$  рассчитана несколько точнее или хотя бы так же, как ее следует воспроизвести с помощью тела коноида. Наибольшие отступления от теоретически мыслимой поверхности (порядка 0,01) легко обнаруживаются в изготовлении при непосредственном рассмотрении поверхности реального коноида. Если же таблица  $\rho(\varphi_k, h_i)$  рассчитана небрежно, с грубыми отклонениями от непрерывной поверхности, то исполнителю очень трудно изготовить гладкую поверхность. В этом случае велика вероятность брака.

Поэтому после расчета таблицы  $\rho(\varphi_k, h_i)$  ее следует «выгладить», т. е. «уложить» отступления фактических радиусов от теоретически мыслимых в пределы, которые несколько уже производственного допуска. Для этого все числовые значения  $\rho(\varphi_k,$

$h_i$ ) надо нанести на координатную плоскость, т. е. на лист миллиметровой бумаги, в виде параметрических кривых, выбрав в качестве параметров  $\varphi_k$  или  $h_i$  и подобрав масштаб построения, который обеспечит требуемую точность (рис. 65). Таким путем получают семейство кривых, связанных функцией  $\xi_\lambda(z, y)$ . Эта связь хорошо видна, если посмотреть на точки построения не вдоль параметров  $\varphi_k$ , а в любых других направлениях. По каждому из таких направлений проводят другие кривые, и они, вместе с первыми, образуют некоторую сетку. На этой сетке особенно рельефно выделяются ошибочные точки и видно, куда их следует передвинуть. Производя передвижения, сетку необходимо выправить во всех направлениях, в чем и заключается «выглаживание».

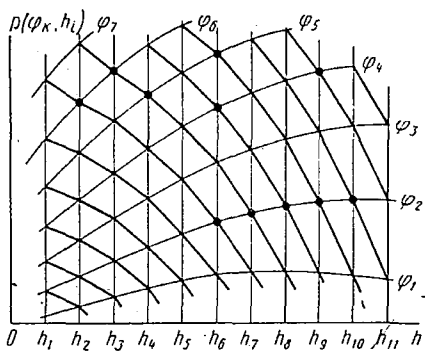


Рис. 65. Параметрические кривые поверхности коноида

Опыт показывает, что выглаживание только по одним параметрическим кривым не дает удовлетворительного результата. Выглаживать следует систему точек, т. е. их сетку.

Выглаживание может быть произведено не только по радиусам  $\rho(\varphi_k, h_i)$ , но и по их разностям

$$\Delta\rho(\varphi_k, h_i) = \rho(\varphi_k, h_{i+1}) - \rho(\varphi_k, h_i) + ak,$$

где  $ak$  — некоторая величина для искусственного разделения близко расположенных кривых  $\Delta\rho(\varphi_k, h_i)$ .

#### 44. МАТЕРИАЛЫ И ИЗГОТОВЛЕНИЕ

Если обратиться к формулам (110), (111) и (112), то нетрудно видеть, что удельные контактные давления в точке взаимодействия  $A$  кулачковой пары определяются тремя факторами: действующими нормальными силами, размерами, характеризующими геометрию контактирующих мест, и механическими свойствами материалов. Силы задаются условиями задачи и мало зависят от тех параметров, при которых реализуется задача. Геометрический фактор, связанный с кулачком, из прочностных расчетов почти исключен, так как  $\rho \gg r$  и его влияние несущественно. Материалы подбираются по их механическим свойствам, главным образом по модулям упругости  $E_k, E_n$  и по допускаемым удельным контактным давлениям  $[q]$ . Таким образом, формулы (110), (111), (112) могут служить лишь двум целям: определению минимальных значений радиуса  $r$  наконечника и подбору материалов.

**Материалы для кулачков.** В общем машиностроении малонагруженные тихоходные кулачки ( $n < 10-15$  об/мин) небольшой точности, средних и относительно больших по сравнению с приборными размеров, требующиеся в больших количествах, изготовляют из серого чугуна марок СЧ 24—44, СЧ 28—48. Кулачки несколько большего размера отливают из стали Л45-5512. Меньшие и более точные кулачки для тех же условий делают из стали 50 по ГОСТ 1050—60 с последующей термической обработкой для получения твердости *HRC* 22—27.

При средних нагрузках может быть применен модифицированный чугун СЧ32—52 с последующей термообработкой, стали 50 и 40Х с закалкой рабочих поверхностей токами высокой частоты до твердости *HRC* 52—58, малоуглеродистые стали 15Х, 20Х, 20ХГ с цементацией на глубину 0,5—1,5 мм и приданием твердости до *HRC* 56—62.

При больших нагрузках кулачки изготовляют из сталей марок 40Х, ШХ15 с термообработкой до *HRC* 50—63.

Для достижения высокой износостойкости используют хромоалюминиевую азотируемую сталь марок 40ХЮ или 38ХМЮА, 38ХФЮА. После их термообработки получают высокую твердость *HRC* 62—69.

В приборостроении условия могут быть сходными и тогда можно прибегать к рекомендациям машиностроения. Однако, так как приборные детали меньше по размерам и чаще требуется более точная обработка, то избегают применять чугун и литье, а для повышения износостойкости и защиты от коррозии стальные кулачки подвергают хромированию. Для малонагруженных устройств применяют твердые бронзы Бр.0Ф 10-1, Бр.АЖ 9-4 и высококачественные латуни. Иногда можно использовать текстолит ПТК, ПТ, ПТ-1 и капрон.

**Материалы для наконечников.** Наконечники толкателей значительно меньше по размерам и их рабочая поверхность часто расположена с какой-нибудь одной стороны. Поэтому условия их работы более тяжелые и они подвержены значительно большему износу. Следовательно, материалы наконечников должны быть более твердыми и износостойкими.

Однако иногда принимается и другое решение, основанное на том, что наконечник является более простой и дешевой деталью, а кулачок дорог и сложен. Следовательно, при интенсивной работе узла «щадить» надо кулачок, а наконечник периодически заменять новым. В таком случае наиболее твердым и износостойким должен быть кулачок, наконечник же следует делать из более мягкого, мало истирающего поверхность кулачка материала.

Для износостойких и твердых наконечников рекомендуются стали марок 20Х, 12ХН3, цементируемых по поверхности на глубину до 1 мм и закаливаемых до твердости *HRC* 56—62. При больших нагрузках применяют инструментальные углеродистые

стали У8, У10 или стали ШХ15 с последующей термообработкой. Помимо того, может быть применена азотируемая сталь 38ХМЮА, либо стали, подвергаемые термохромированию.

Относительно мягкие наконечники могут изготавливаться из тех же сталей, но иметь примерно на 10 единиц меньшую твердость. Так же могут быть использованы конструкционные стали марок 45 и 50 с термообработкой до  $HRC$  42—48, затем бронзы, латуни и в отдельных случаях текстолит и капрон.

Шероховатость рабочих поверхностей кулачка и наконечника назначается в пределах 7—10-го классов чистоты. Повышение точности и быстроты работы влечет за собой повышение класса чистоты поверхности.

**Выбор допускаемых удельных контактных давлений  $[q]$**  должен быть согласован с выбором материалов пары и их термообработкой, либо следует руководствоваться табличными данными, установленными опытом для определенных пар материалов.

При переменных нагрузках с учетом фактора усталости для сталей рекомендуются следующие значения:

$$[q] \leq (25 \div 30) HB \text{ при } HB < 350;$$

$$[q] \leq (230 \div 300) HRC \text{ при } HB > 350,$$

где  $HB$  — твердость по Бринеллю;

$HRC$  — твердость по Роквеллу.

Работа с проскальзыванием и ударами требует некоторого снижения  $[q]$  на 20% и более.

При использовании шариковых подшипников в качестве роликовых наконечников рекомендуется, чтобы нагрузка на толкатель не превышала одной трети от допускаемой статической нагрузки на подшипнике.

**Изготовление.** Требуемый профиль кулачка можно получить одним из следующих способов.

**Способ разметки.** Здесь с помощью различных разметочных приспособлений осуществляется установка обрабатываемого тела по углу  $\varphi_x$ , а затем в соответствии с таблицей обработки до значения  $\rho_x$  опускается режущий или мерительный инструмент. Таким путем получается точечный (дискретный) уровень профиля, после чего снимаются остатки металла между точками и получается требуемая поверхность.

Разметочно-измерительные устройства крайне разнообразны: от шаблонов для грубых кулачков до координатно-расточных станков, с помощью которых достигается наивысшая точность. На координатно-расточных станках можно получить точность установкой угла  $\varphi_x$  порядка нескольких секунд, а неточности по  $\rho_x$  не превышают 0,01 мм и даже нескольких микрометров.

**Способ копирования** осуществляется с помощью копировально-фрезерных станков и специальных копиров. В этом случае из-за неизбежных погрешностей в передачах и на копире

наименьшие допускаемые неточности по  $\rho_x$  составляют 0,03—0,05 мм, а для углов  $\varphi_x$  — несколько минут.

Кинематический способ основан на применении оборудования, позволяющего режущему инструменту совершать перемещения по дугам окружностей, архимедовым спиральям, растянутым эвольвентам и по некоторым другим кривым. Преимущества этого метода заключаются в достаточно высокой точности воспроизведения названных кривых и в производительности. Недостатки состоят в трудности перенастройки и в том, что такие кривые редко отвечают поставленным задачам.

# Глава V

## РЫЧАЖНЫЕ УЗЛЫ

### 45. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ

В конструкциях современных машин и приборов широкое применение находят различные рычажные узлы или, — как принято говорить, — «рычажные механизмы». Наиболее распространенным примером их является простой рычажный узел (рис. 66), состоящий из стойки 1, стержня 2, толкателя 3 и щупа 4. Стержень может поворачиваться вокруг точки  $O$  (цапфа во втулке) и передавать перемещение от толкателя 3 к щупу 4.

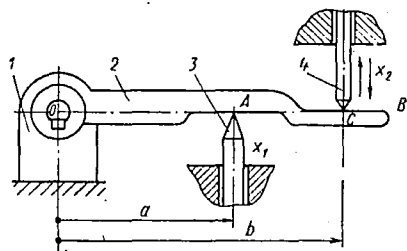


Рис. 66. Простой рычажный узел

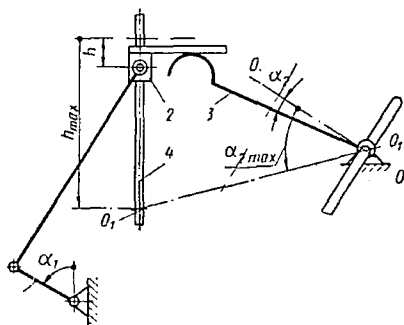


Рис. 67. Механизм преобразования  $\alpha_1$  в  $\alpha_2$

На рис. 67 дана схема более сложного устройства, встречающегося в приборах и преобразующего угол  $\alpha_1$  в  $\alpha_2$ . Последнее осуществляется с помощью стержней 1, 3 и ползуна 2, движущегося по направляющей 4.

Уже из этих примеров следует, что на базе рычажных узлов возможны самые разнообразные устройства и что они открывают широкую перспективу для решения различных задач передачи и преобразований.

Основные достоинства рычажных узлов заключены в их простоте, надежности, в конструкции они занимают мало места и легко размещаются в устройствах. Изготовление рычажных узлов не сложно, и механизмы, построенные на их основе, оказываются дешевыми.

Главный недостаток их заключается в ограниченности угловых отклонений и линейных перемещений. При больших отклонениях

быстро растут погрешности, увеличиваются противодействующие силы, все сильнее сказываются зазоры в шарнирах, неточности сборок и делаются неприемлемыми слишком быстрые изменения в передаточных отношениях.

Основным назначением рычажных узлов является передача и преобразование перемещений, движений и силовых воздействий.

В нагруженных исполнительных устройствах (в машинах-орудиях) с помощью рычажных узлов производят заданные технологические операции. В различных управляющих механизмах с помощью рычажных узлов осуществляются механические связи, взаимодействия и перестановки органов воздействий. Это можно видеть в различных двигателях, в строительных, транспортных и сельскохозяйственных машинах, в станках, в машинах пищевой промышленности и т. д.

В приборостроении рычажные узлы нередко используются для тех же целей, но при значительно меньших нагрузках на их элементы. Вместе с тем рычажные узлы привлекают к выполнению и других задач, а именно:

а) с их помощью производят некоторые алгебраические действия, такие как сложение, умножение, деление и получение тригонометрических функций;

б) для измерительных механизмов получают как малые, так и большие передаточные отношения;

в) рычажные передачи используют для преобразования исходных нелинейных зависимостей в линейные, либо для получения других, более подходящих нелинейных связей ведомого элемента с ведущим;

г) там, где это возможно, т. е. при небольших линейных и угловых перемещениях заменяют зубчатые, фрикционные, кулачковые и другие относительно сложные передачи на более простые — рычажно-шарнирные.

Такое применение рычажные узлы находят в различных измерительных приборах, в датчиках, счетно-решающих устройствах, в пишущей и регистрирующей аппаратуре, в оптических приборах, в средствах управления и т. д. Есть основания думать, что в дальнейшем использование рычажных узлов будет неуклонно возрастать, особенно для целей построения жестко направленных нелинейных усилительных звеньев в различных системах автоматики.

При проектировании рычажных узлов нагруженных и точных отсчетных устройств важно, чтобы рычаги и все остальные элементы были достаточно прочны и жестки, чтобы элементы шарнирных сочленений были износо- и коррозионностойки, не имели бы недопустимых зазоров, а их центры достаточно точно располагались бы на линиях геометрических схем. Недостаточные жесткости, недопустимые зазоры и погрешности воспроизведения геометрических схем приводят к потере точности, а для нагруженных и

особенно для быстродействующих механизмов — к возникновению ударов и к неприемлемости характера работы.

Основными элементами конструкций рычажных узлов являются:

- а) рычаги или стержни;
- б) шарнирные сочленения или шарниры;
- в) ползуны в направляющих, которые могут быть прямолинейными и криволинейными;
- г) несвязанные простейшие поверхности соприкосновения или высшие пары, как например, взаимодействие цилиндров и сфер с плоскостями или же цилиндров между собой.

Объединяющим звеном каждого узла может быть основание, плата, корпус, кронштейн и т. д. Они всегда рассматриваются как неподвижные и в отличие от подвижных элементов не определяют функционально-передаточные свойства рычажных узлов.

Среди большого разнообразия конструктивных форм рычажных узлов (механизмов) наиболее простыми, известными и часто применяемыми в приборах являются следующие:

- 1) синусный механизм;
- 2) тангенсный механизм;
- 3) поводковая передача;
- 4) шарнирный четырехзвенник;
- 5) кривошипно-шатунный механизм;
- 6) кривошипно-кулисный механизм.

Существуют другие виды рычажных узлов. Они подробно описаны в литературе [6].

Перечисленные выше узлы могут быть названы плоскими, так как в исходном положении их схема располагается в плоскости, но главным образом они могут быть названы плоскими из-за того, что воспроизводимые ими зависимости связывают только две переменные — выходную с входной и, следовательно, носят «плоский» характер. При появлении отклонений по независимой переменной, ведущий и ведомый элементы некоторых из них (как например, у поводковой передачи) выходят из плоскости, но это не меняет однозначность функциональной связи. Существенно пространственные узлы или узлы с двумя и большим числом входных величин здесь не рассматриваются.

Основной функционально-преобразовательной характеристикой всякого рычажного узла следует считать его передаточное отношение, понимаемое как отношение дифференциала перемещения на выходе к дифференциалу на входе. Дифференциалы могут быть линейными и угловыми, следовательно, передаточное отношение может иметь размерность.

Особенностью передаточного отношения  $i$  рычажных узлов является то, что оно обычно меняется при переходе от одного положения ведущего звена к другому, т. е. оказывается функцией входной величины. Таким образом, связь выхода со входом нелинейна.

Ясно также, что всякий рычажно-шарнирный узел будет точно осуществлять свое теоретическое передаточное отношение  $i$  только тогда, когда его конструкция разработана и выполнена в строгом соответствии с принятой геометрической схемой, а все элементы достаточно жестки против действующих сил. Небольшие отклонения от схемы, погрешности элементов, их недостаточные жесткости искажают фактическое передаточное отношение мелкими неточностями, которые потом бывает трудно учесть или нейтрализовать.

Задача расчета и проектирования рычажного передаточно-преобразующего узла состоит в том, чтобы:

а) разыскать среди многообразия известных и чаще всего применяемых узлов один или несколько наиболее подходящих для поставленной задачи;

б) связать нужным образом перемещение или движение конечного звена с задающим перемещением входного элемента;

в) найти интервал работы подобранных узлов по их аргументам (границы отклонений по углам или перемещениям);

г) ограничить углы давлений с целью предотвращения заклиниваний;

д) подобрать длины и формы рычагов, разместить и сконструировать шарниры и ползуны, указать конфигурации взаимодействующих высших пар;

е) определить методами теории сопротивления материалов размеры поперечных сечений тел рычагов, обеспечив им достаточную жесткость.

Отсюда видно, что задача является не только сложной и трудной, но и достаточно общей, так как почти то же самое требуется при разработке и других по роду и природе узлов.

#### 46. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ОТНОШЕНИЯ УЗЛОВ

Здесь рассмотрим методику получения передаточных отношений наиболее часто применяемых рычажных узлов, а также их особенности, графические представления и те свойства, которые используются затем при решении задач синтеза механизмов.

**Синусный «механизм».** Синусный узел или, как принято называть, — «механизм» представлен на рис. 68. В некоторых устройствах конструктивно он может выглядеть несколько иначе (рис. 69), но связь выходной величины с входной у него одна и та же

$$h = a \sin \alpha.$$

Однако, как следует из дальнейшего, более общей является схема, представленная на рис. 70, по которой прямолинейное перемещение  $h$  толкателя происходит под углом  $\gamma$  к линии  $AA$ . Функциональная связь выходной величины с входной здесь очевидна

$$\sin \alpha = \frac{h \cos \gamma}{a},$$

откуда при помощи дифференцирования, считая, что  $h$  является входной, а  $\alpha$  — выходной величиной, получаем для передаточ-

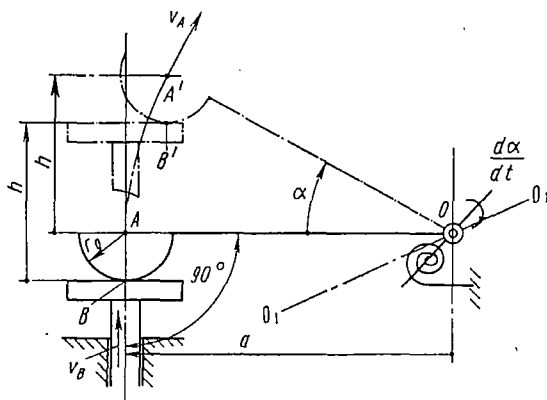


Рис. 68. Синусный «механизм» преобразования  $h$  в  $\alpha$

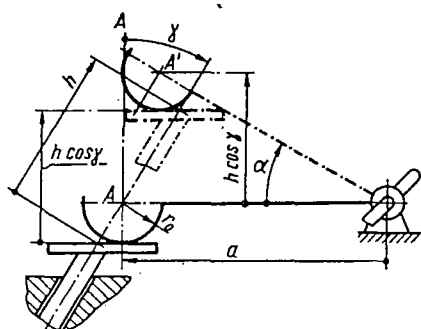
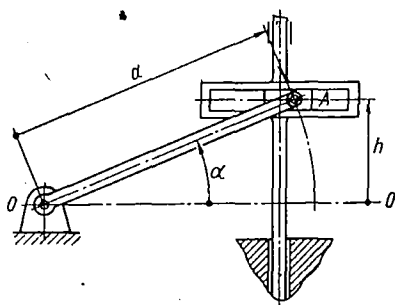


Рис. 69. Синусный механизм преобразования  $\alpha$  в  $h$

Рис. 70. Синусный узел с параметром  $\gamma$

НОГО отношения

$$i_c = \frac{d\alpha}{dh} = \frac{1}{a} i_c \left( \frac{h}{a}; \gamma \right), \quad (153)$$

где

$$i_c \left( \frac{h}{a}; \gamma \right) = \frac{\cos \gamma}{\sqrt{1 - \frac{h^2}{a^2} \cos^2 \gamma}}. \quad (154)$$

Множитель  $\frac{1}{a}$  зависит от размеров узла и может быть назван масштабным. Второй множитель  $i_c \left( \frac{h}{a}; \gamma \right)$  зависит от относительной входной величины  $\frac{h}{a}$  и от угла  $\gamma$ , характеризующего принятую конструкцию узла.

Однако нетрудно видеть, что конструкция узла может быть сделана такой, в которой переменной входной величиной наряду с  $\frac{h}{a}$ , принимается и угол  $\gamma$ . Тогда через посредство выходной

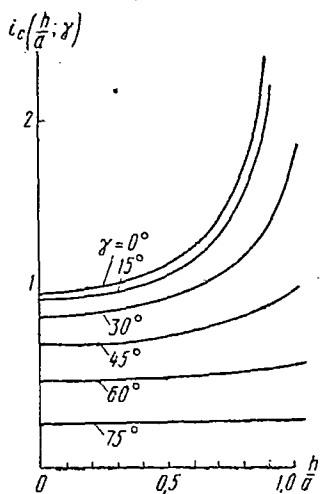


Рис. 71. Семейство кривых множителя  $i_c\left(\frac{h}{a}; \gamma\right)$

величины  $\alpha$  синусный узел способен воспроизводить функцию двух независимых переменных, а его передаточное отношение  $i_c$  станет зависеть от каждой из них. Сейчас пока исключим такую возможность и будем рассматривать угол  $\gamma$  как свойство конструкции узла, т. е. считать угол  $\gamma$  конструктивным параметром, который может меняться только в процессе проектирования.

Из выражения (154) следует, что множитель  $i_c\left(\frac{h}{a}; \gamma\right)$  зависит от входной величины, — следовательно, он нелинеен, — и именно в нем заключены главные функциональные передаточно-преобразовательные свойства синусного узла. Вместе с тем он не зависит от размеров конструкции, а определяется лишь ее геометрией. Поэтому будем называть его нелинейным функциональным множителем.

В числовом виде множитель  $i_c\left(\frac{h}{a}; \gamma\right)$  представлен в табл. 5, а графически — на рис. 71 семейством параметрических кривых.

При  $\gamma = 0$  функциональный множитель выражения (154) и соответствующая кривая, приведенная на рис. 71, характеризуют преобразовательные свойства обычно применяемого синусного узла (рис. 68 и 69). Ход параметрических кривых показывает, что эти свойства можно менять в довольно широких пределах за счет изменения величины углового параметра  $\gamma$ .

Значения  $i_c\left(\frac{h}{a}; \gamma\right)$

Таблица 5

$\gamma$ в град	$\frac{h}{a}$										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	1	1,005	1,020	1,053	1,092	1,156	1,250	1,400	1,670	2,300	$\infty$
15	0,966	0,971	0,985	1,010	1,045	1,105	1,185	1,312	1,522	1,950	3,76
30	0,866	0,870	0,880	0,897	0,924	0,961	1,014	1,090	1,200	1,380	1,73
45	0,707	0,709	0,715	0,725	0,738	0,757	0,782	0,815	0,857	0,917	1,00
60	0,500	0,501	0,503	0,506	0,510	0,516	0,524	0,534	0,546	0,559	0,58
75	0,259	0,259	0,259	0,260	0,260	0,262	0,263	0,264	0,265	0,266	0,27

Синусный узел в обычном исполнении встречается в некоторых авиационных, счетно-решающих и других приборах.

При достижении  $\frac{h}{a} \cos \gamma$  единицы ( $\gamma = 0$ ) нелинейный множитель  $i_c \left( \frac{h}{a}; \gamma \right)$  испытывает разрыв в бесконечности. Но еще

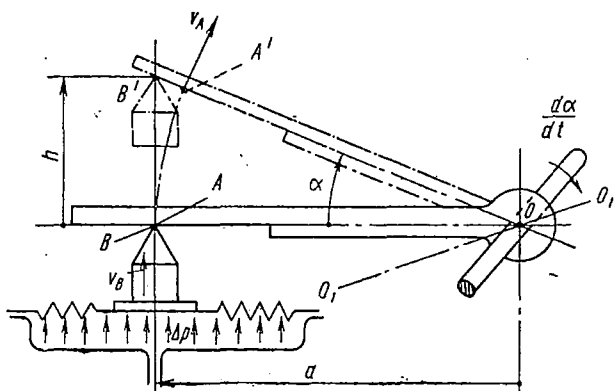


Рис. 72. Нормальный тангенсный узел

задолго до этого изменения передаточного отношения делаются очень большими что влечет возникновение недопустимых ошибок в работе передачи, а также трудность самой работы из-за явлений заклинивания. Настоящие причины заставляют ограничивать отклонения по  $\alpha$ , конкретные значения которого можно вычислить, ориентируясь на ход кривых семейства, показанного на рис. 71. При  $\gamma = 0$  рекомендуется, чтобы  $\alpha_{\max} \leq \pm 50 \div 55^\circ$ .

**Тангенсный узел.** Конструкция тангенсного узла от синусного внешне отличается мало, — в основном формой рабочей поверхности поводка и формой наконечника ведущего элемента (рис. 72).

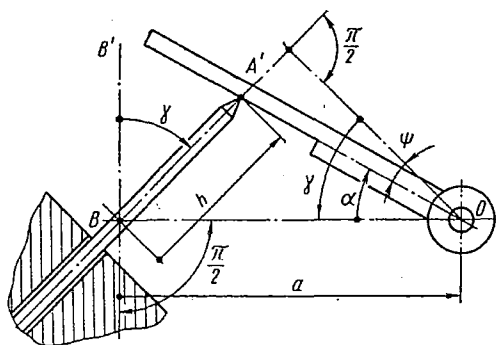


Рис. 73. Тангенсный узел с параметром  $\gamma$

Однако различие в передаточных отношениях их значительно, что используется при проектировании. Подобно синусному, тангенсный узел применяется для преобразования поступательного перемещения во вращательное, а в счетно-решающих устройствах — для обратной задачи, т. е. для получения функции тангенса.

Обычно начало отсчетов для перемещения  $h$  и угла поворота  $\alpha$  выбираются при угле между исходным положением поводка и направлением хода подвижного центра равным  $\frac{\pi}{2}$ , но здесь как и в синусном узле возможно любое другое расположение, а также наклон линии хода  $BA'$  на угол  $\gamma$  (рис. 73). Последнее определяется конкретными условиями поставленной задачи. Ограничения для углов поворота  $\alpha_{\max}$  здесь те же, что и для синусного узла.

В соответствии со схемой, показанной на рис. 73, можно записать

$$\alpha = \gamma - \psi;$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{a \sin \gamma - h}{a \cos \gamma}$$

и, следовательно,

$$\alpha = \gamma - \operatorname{arctg} \frac{\sin \gamma - \frac{h}{a}}{\cos \gamma}.$$

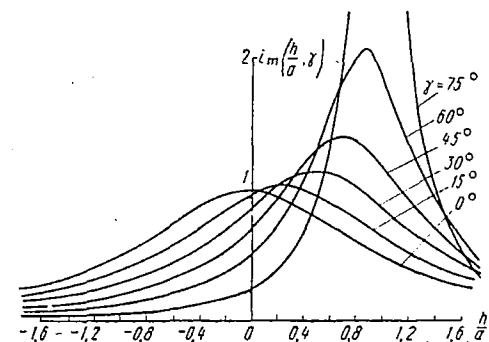


Рис. 74. Кривые функционального множителя  $i_T\left(\frac{h}{a}; \gamma\right)$

Дифференцируя это равенство по независимой переменной  $h$ , находим выражение для передаточного отношения тангенсного узла

$$i_T = \frac{da}{dh} = \frac{1}{a} i_T\left(\frac{h}{a}; \gamma\right), \quad (155)$$

где нелинейный функциональный множитель

$$i_T\left(\frac{h}{a}; \gamma\right) = \frac{\cos \gamma}{1 + \frac{h^2}{a^2} - 2 \frac{h}{a} \sin \gamma}. \quad (156)$$

Числовые значения величины  $i_T\left(\frac{h}{a}; \gamma\right)$  приведены в табл. 6, а графически она представлена на рис. 74.

**Поводковая передача.** Схема наиболее общего плоского передаточного поводкового узла представлена на рис. 75. Здесь угловой поворот  $\alpha$  через посредство взаимодействующих в точке  $A$  поводков  $a$  и  $b$  преобразуется в отклонение  $\beta$  на другой оси.

Поводковая передача применяется в приборах при условии, что углы поворота ведущего и ведомого звеньев составляют не

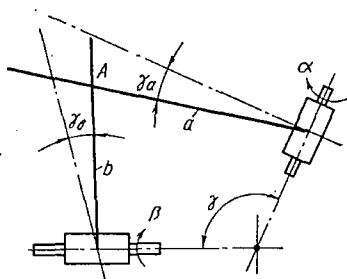


Рис. 75. Угловые параметры поводковой передачи

Значения  $i_T \left( \frac{h}{a}; \gamma \right)$ 

$\frac{h}{a}$	Параметр $\gamma$ в град					
	0	15	30	45	60	75
-1,6	0,28	0,22	0,17	0,12	0,08	0,04
-1,4	0,34	0,26	0,20	0,14	0,09	0,05
-1,2	0,41	0,32	0,24	0,17	0,11	0,05
-1,0	0,50	0,38	0,29	0,21	0,13	0,07
-0,8	0,61	0,47	0,36	0,26	0,17	0,08
-0,6	0,74	0,58	0,44	0,32	0,21	0,10
-0,4	0,85	0,71	0,56	0,41	0,27	0,13
-0,2	0,96	0,85	0,70	0,54	0,36	0,18
0	1,00	0,97	0,87	0,71	0,50	0,26
0,2	0,96	1,03	1,04	0,94	0,72	0,40
0,4	0,85	1,02	1,14	1,20	1,06	0,67
0,6	0,74	0,92	1,14	1,39	1,56	1,30
0,8	0,61	0,79	1,04	1,39	2,00	2,89
1,0	0,50	0,66	0,87	1,20	1,92	3,25
1,2	0,41	0,53	0,70	0,96	1,39	2,36
1,4	0,34	0,42	0,56	0,72	0,94	1,04
1,6	0,28	0,35	0,44	0,54	0,64	0,57

более  $\pm 45^\circ$ . С таким ограничением она может заменять зубчатые конические пары и передавать вращения из одной плоскости в другую при пересекающихся под углом  $\gamma$  осях.

Основным преимуществом поводковой передачи является простота ее конструкции и малое трение в месте контактирования по цилиндрическим поверхностям поводков. Причиной малого трения является соприкосновение по ничтожной поверхности взаимодействия (практически в точке  $A$ ) при малом давлении.

Наиболее часто поводковые узлы используются с поводками, расположенными и движущимися во взаимно перпендикулярных плоскостях. Оси их вращений также взаимно перпендикулярны ( $\gamma = \frac{\pi}{2}$ ) и находятся в одной плоскости (рис. 76).

Для поводкового узла важно, чтобы в реальной конструкции была точно воспроизведена та геометрия взаимодействия поводков

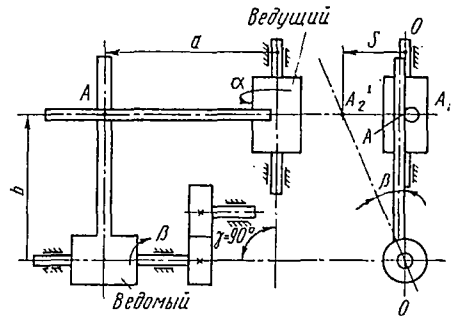


Рис. 76. Нормальная поводковая передача

и расположения осей вращения, которая принята при установлении его передаточного отношения. На рис. 76 дана схема конструкции, отвечающая такому условию. Здесь в начальном положении ( $s = 0$ ), в одной плоскости (плоскость рисунка) находятся оси вращений по углам  $\alpha$  и  $\beta$  и прямолинейные образующие цилиндров тел поводков, являющиеся линиями взаимодействия. Для такого построения оси тел поводков конструктивно вынесены из начальной плоскости ( $s = 0$ ) и смещены от нее на радиусы тел поводков. Если это условие не выполнено, то радиусы тел поводков будут выступать в роли независимых конструктивно-функциональных параметров и влиять на первоначальное передаточное отношение тем больше, чем больше эти радиусы. Хотя обычно радиусы тел поводков малы и мало их влияние, они все же искажают функциональный множитель передаточного отношения и тем вносят в него неустранимые погрешности. Ясно также, что эти погрешности можно учесть, построив соответствующие формулы, но такой путь приводит к чрезвычайно громоздким выражениям, неприемлемым на практике. Считаем поэтому, что конструкция поводкового узла создается правильно, следовательно, отсутствуют названные искажения.

Пусть имеем поводковую передачу, удовлетворяющую указанным условиям, с углом  $\gamma$  между пересекающимися осями, который может быть как равным, так и отличным от  $\frac{\pi}{2}$  (рис. 76). Тогда вследствие того, что при вращении поводки не выходят из плоскостей, перпендикулярных осям вращения, точка контактирования  $A$  будет скользить вдоль прямой  $A_1A_2$  пересечения этих плоскостей и пройдет путь

$$s = a \operatorname{tg} \alpha = b \operatorname{tg} \beta,$$

где  $\alpha, \beta$  — углы поворота;

$a, b$  — начальные длины поводков.

Дифференцируя эту связь и считая, что  $\alpha$  — входная величина,  $\beta$  — выходная, для передаточного отношения найдем

$$i_n = \frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{a}{b} \cdot \frac{\cos^2 \beta}{\cos^2 \alpha}.$$

Заменяя здесь  $\cos^2 \beta$  с помощью исходной связи, получим

$$i_n(\alpha) = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right) \sin^2 \alpha}, \quad (157)$$

где нелинейный функциональный множитель оказывается таким

$$i_n\left(\alpha; \frac{a}{b}\right) = \frac{1}{1 + \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right) \sin^2 \alpha}. \quad (158)$$

Множитель  $i_n\left(\alpha; \frac{a}{b}\right)$  представлен в табл. 7 и графически — на рис. 77.

Числовые значения  $i_n \left( \alpha, \frac{a}{b} \right)$  поводковой передачи

$\frac{a}{b}$	$\alpha$ в град								
	-60	-45	-30	-15	0	15	30	45	60
0,50	2,29	1,60	1,23	1,05	1,00	1,05	1,23	1,60	2,29
0,75	1,49	1,28	1,12	1,03	1,00	1,03	1,12	1,28	1,49
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,50	0,52	0,62	0,76	0,92	1,00	0,92	0,76	0,62	0,52
2,00	0,31	0,40	0,57	0,83	1,00	0,83	0,57	0,40	0,31

Если поводок  $a$  ведущего элемента (рис. 75) отклонен на некоторый угол  $\gamma_a$ , то при движении он описывает коническую поверхность, в то время как неотклоненный поводок  $b$  ведомого звена вращается, не выходя из плоскости. Линией взаимодействия для точки их контактирования  $A$  является кривая, полученная от сечения поверхности конуса плоскостью. Форма и свойства этой кривой определяются углом конусности  $\gamma_a$  и углом  $\gamma$  между пересекающимися осями вращения поводков. Отсюда следует, что функциональный множитель такой передачи зависит не от одного параметра  $\frac{a}{b}$ , а от трех  $\frac{a}{b}$ ,  $\gamma$  и  $\gamma_a$ . Если же на угол  $\gamma_b$  отклонен и второй поводок, то соответствующий функциональный множитель будет функцией входной величины  $\alpha$  и уже четырех параметров  $\frac{a}{b}$ ,  $\gamma$ ,  $\gamma_a$ ,  $\gamma_b$ . Это дает бесчисленное множество семейств параметрических кривых множителя  $i_n \left( \alpha; \frac{a}{b}, \gamma, \gamma_a, \gamma_b \right)$ .

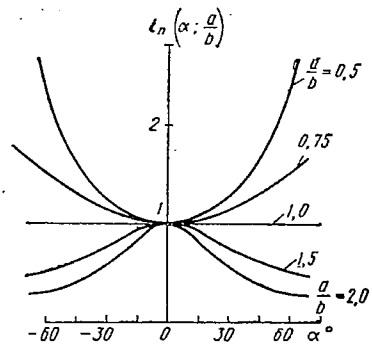


Рис. 77. Кривые функционального множителя  $i_n \left( \alpha; \frac{a}{b} \right)$

При  $\gamma_a = \gamma_b = 0$  межосевой угол  $\gamma$  перестает быть параметром, так как в таком случае точка взаимодействия  $A$  движется по прямой, являющейся линией пересечения плоскостей вращения поводков.

**Шарнирный четырехзвенник.** Шарнирный четырехзвенный узел (рис. 78) состоит из основания, на котором на расстоянии  $a$  закреплены шарниры  $o_1, o_2$ , и из трех других звеньев с длинами  $r_1, l$  и  $r_2$ , соединенных друг с другом и с основанием при помощи

шарниров. Ведущим является один из кривошипов, например,  $r_1$ , положение которого оценивается входной величиной — углом  $\alpha_1$ , ведомым станет звено  $r_2$  с выходным значением  $\alpha_2$ .

Связь выхода со входом получим, проектируя длины звеньев на взаимно перпендикулярные оси  $O_1xy$ , т. е.

$$\left. \begin{aligned} l \cos \varphi &= r_1 \cos \alpha_1 + a - r_2 \cos \alpha_2; \\ l \sin \varphi &= r_1 \sin \alpha_1 - r_2 \sin \alpha_2, \end{aligned} \right\} \quad (159)$$

Рис. 78. Шарнирный четырехзвенник

откуда, после исключения  $\varphi$ , нетрудно получить сначала довольно громоздкие выражения для  $\sin \alpha_2$ ,  $\cos \alpha_2$  (их не приводим), а из них более краткую связь выхода со входом

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_1 \pm B \sqrt{\frac{B^2 + \sin^2 \alpha_1}{A^2} - 1}}{B \pm \sin \alpha_1 \sqrt{\frac{B^2 + \sin^2 \alpha_1}{A^2} - 1}}. \quad (160)$$

Величины  $A$  и  $B$  определяются выражениями

$$A = \frac{1}{2} \frac{r_2}{r_1} \left( 1 + \frac{a^2}{r_1^2} + \frac{r_2^2}{r_1^2} - \frac{l^2}{r_1^2} + 2 \frac{a}{r_1} \cos \alpha_1 \right),$$

$$B = \frac{a}{r_1} + \cos \alpha_1.$$

Формула (160) дает четыре ответа для  $\alpha_2$ , но только два из них могут быть реальными. Их и следует выбирать.

Для разыскания передаточного отношения узла можно продифференцировать формулу (160), но это приводит к громоздким выражениям, следовательно, лучше дифференцировать исходные равенства (159), а затем из полученного и из самих равенств (159) исключить  $\operatorname{tg} \varphi$ ;  $\frac{d\varphi}{d\alpha_1}$  и получить

$$i_{шч}(\alpha_1) = \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = \frac{\frac{a}{r_2} \sin \alpha_1 - \sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\frac{a}{r_1} \sin \alpha_2 - \sin(\alpha_1 - \alpha_2)}. \quad (161)$$

Выражение (161) содержит справа  $\alpha_2$ , которое нужно определять по формуле (160). В этом заключается недостаток выражения (161), но зато оно кратко.

Как следует из выражения (161), передаточное отношение  $i_{шч}(\alpha_1)$  является функцией входной величины  $\alpha_1$  и трех конструктивных параметров  $\frac{a}{r_1}$ ,  $\frac{r_2}{r_1}$ ,  $\frac{l}{r_1}$ . Помимо того, оно полностью совпадает со своим функциональным множителем  $i_{шч}(\alpha_1; \frac{a}{r_1}, \frac{r_2}{r_1}; \frac{l}{r_1})$ . Графически его можно представить тройным рядом семейств параметрических кривых и потому преобразовательные возможности четырехзвенника очень велики, чем и объясняются

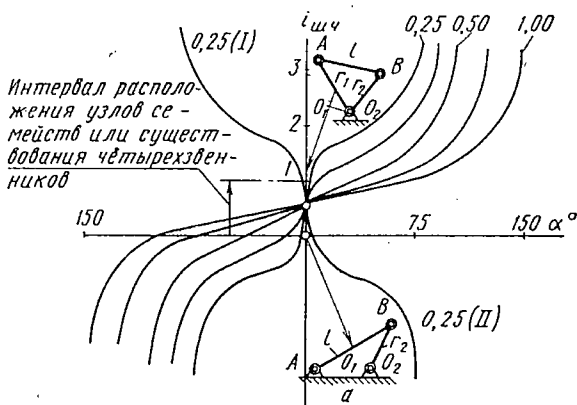


Рис. 79. Семейство кривых  $i_{шч}(\alpha_1; \frac{a}{r_1} = 0,75; \frac{l}{r_1} = 1,5; \frac{r_2}{r_1} = 0,25; 0,50; 0,75; 1,00)$

успешные попытки применить его к решению разнообразных задач получения на выходе заданных функций.

При помощи табл. 8 и рис. 79 дано лишь одно семейство  $i_{шч}(\alpha_1; \frac{a}{r_1}, \frac{r_2}{r_1}, \frac{l}{r_1})$ , когда меняется только один параметр  $\frac{r_2}{r_1}$  при неизменных  $\frac{a}{r_1} = 0,75$  и  $\frac{l}{r_1} = 1,50$ . Для  $\frac{r_2}{r_1} = 0,25$  получаем такое сочетание длин ( $l = r_1 + a - r_2$ ), что узел может работать по двум вариантам: вариант I — положительные  $i_{шч}(\alpha_1)$ , вариант II — отрицательные. При  $\alpha_1 = 0$  все кривые рассматриваемого семейства, независимо от числовых значений параметров  $\frac{r_2}{r_1}$  и  $\frac{l}{r_1}$ , проходят через одно и то же значение  $(\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1})_{\alpha_1=0} = 0,572$ , т. е. семейство кривых функционального множителя связано в узел.

Последнее свойство шарнирного четырехзвенника является общим и оно существенно для проектирования. Для обнаружения его общности заменим  $\sin(\alpha_1 - \alpha_2)$  в выражении (161) на двучленную разность, сгруппируем члены, произведем



подстановку  $\alpha_1 = 0$ , а затем сократим в числителе и знаменателе  $\sin \alpha_2$ . В результате получим.

$$i_{\text{шч}}(\alpha_1 = 0) = \frac{1}{1 + \frac{a}{r_1}}. \quad (162)$$

Формула (162) показывает, что все параметрические семейства  $i_{\text{шч}}(\alpha_1)$  являются узловыми, все узлы расположены на вертикальной оси, для которой значения  $\alpha_1 = 0$ , и положения этих узлов определяются только одним параметром  $\frac{a}{r_1}$ , в некоторой мере выступающим как главный.

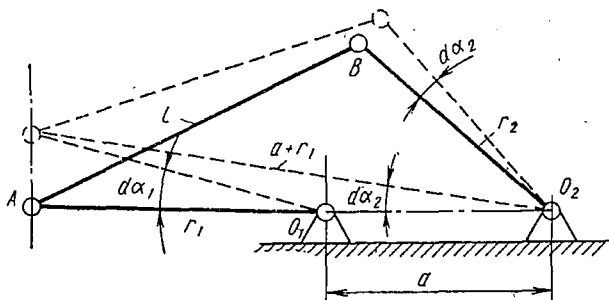


Рис. 80. Пояснение формулы (162)

Кинематически это означает, что когда точка  $A$  четырехзвенника (рис. 80) находится на оси  $O_2O_1$  ( $\alpha_1 = 0$ ), то приращение  $d\alpha_2$  происходит так, как будто треугольник  $O_2AB$  является жесткой фермой и поворачивается своей стороной  $O_2A = a + r_1$  вокруг шарнира  $O_2$ .

Из формулы (162) следует, что все узлы (рис. 79) расположены в интервале от 0 до 1. При  $r_1 = 0$ ,  $i_{\text{шч}}(\alpha_1 = 0) = 0$  четырехзвенник стягивается в трехзвенную неподвижную ферму с двумя шарнирами на основании. При  $a = 0$  и  $i_{\text{шч}}(\alpha_1 = 0) = 1$ , четырехзвенник снова обращается в трехзвенную ферму, но уже подвижную с одним шарниром на основании. Все это возможно при определенных соотношениях между длинами  $a$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $l$ , что формулой (162) не отражается.

Для приведенного выше примера (рис. 79) по формуле (162) имеем

$$i_{\text{шч}}(\alpha_1 = 0) = \frac{1}{1 + 0,75} = 0,572,$$

что совпадает с результатами построения параметрических кривых  $i_{\text{шч}}(\alpha_1)$ .

Представляет интерес и используется случай, когда  $r_1 = r_2$  и  $l = a$ , т. е. когда четырехзвенник является параллелограммом. Тогда  $\frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = i_{\text{шч}}(\alpha_1) = 1$ , т. е. угол  $\alpha_1$  передается на выход

точно, без всяких изменений. Это свойство позволяет с большой точностью передавать угловые перемещения и осуществлять поступательные движения тел, скрепленных со звеном  $l$ . На практике оно используется для построения различных механизмов копирования и пантографов.

Наконец, необходимо обратить внимание на то, что плоский четырехзвенник не имеет и не может иметь угловых параметров, как это наблюдалось в механизмах синусном, тангенсном и в поводковой передаче. Все три параметра его  $\frac{a}{r_1}$ ,  $\frac{r_2}{r_1}$ ,  $\frac{l}{r_1}$  являются относительными размерами.

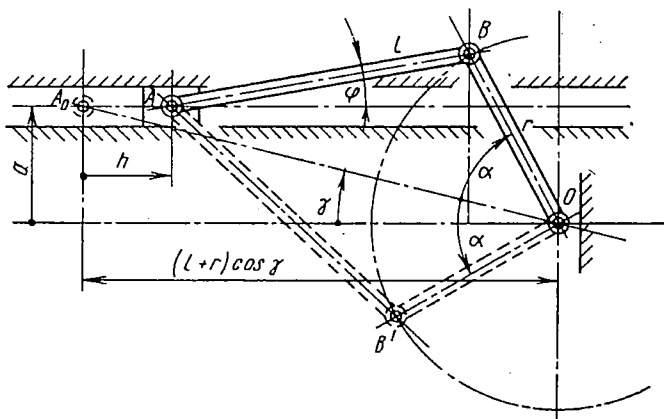


Рис. 81. Кривошипно-шатунный узел

**Кривошипно-шатунный узел.** В последние годы его стали называть кривошипно-ползунным. Здесь сохраняется старое название, так как термин «ползунный» относится не к одному, а ко многим видам кривошипно-ползунных узлов.

Узел кривошипно-шатунного механизма имеет три шарнира, связывающих четыре звена: основание, кривошип  $OB$  (рис. 81), шатун  $AB$  и ползун  $A$ , движущийся в прямолинейных (можно и в криволинейных) направляющих. Ведущим звеном может быть либо ползун, либо кривошип.

Кривошипно-шатунный узел широко используется на практике построения конструкций машин и приборов. Он нашел применение в поршневых двигателях, компрессорах, в различных прессах и насосах, в передаточных устройствах измерительных и других приборов.

Пользуясь схемой, приведенной на рис. 81, и проектируя перемещение  $h$  и длины шатуна и кривошипа на горизонтальную и вертикальную оси, получим

$$h + l \cos \varphi + r \cos (\gamma + \alpha) = (l + r) \cos \gamma,$$

$$a + l \sin \varphi = r \sin (\gamma + \alpha).$$

Для угла  $\gamma$  имеем

$$\sin \gamma = \frac{\frac{a}{r}}{\frac{l}{r} + 1}$$

Исключая из первых двух равенств  $\varphi$  и заменяя  $\frac{a}{r}$ , найдем

$$h = (l + r) \cos \gamma - r \cos (\gamma + \alpha) - \\ - r \sqrt{\frac{l^2}{r^2} - \left[ \sin (\gamma + \alpha) - \left( \frac{l}{r} + 1 \right) \sin \gamma \right]^2},$$

а после дифференцирования по  $\alpha$ , получим

$$\frac{dh}{d\alpha} = i_{\text{кш}}(\alpha) = \\ = r \left[ \sin (\gamma + \alpha) + \frac{\left[ \sin (\gamma + \alpha) - \left( \frac{l}{r} + 1 \right) \sin \gamma \right] \cos (\gamma + \alpha)}{\sqrt{\frac{l^2}{r^2} - \left[ \sin (\gamma + \alpha) - \left( \frac{l}{r} + 1 \right) \sin \gamma \right]^2}} \right]. \quad (163)$$

Функциональный множитель

$$i_{\text{кш}}\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right) = \\ = \sin (\gamma + \alpha) + \frac{\left[ \sin (\gamma + \alpha) - \left( \frac{l}{r} + 1 \right) \sin \gamma \right] \cos (\gamma + \alpha)}{\sqrt{\frac{l^2}{r^2} - \left[ \sin (\gamma + \alpha) - \left( \frac{l}{r} + 1 \right) \sin \gamma \right]^2}}. \quad (164)$$

Он зависит от входной величины  $\alpha$  и от двух параметров  $\frac{l}{r}$ ,  $\gamma$ .

\* Графически его семейство представлено на рис. 82.

При использовании кривошипно-шатунного механизма за входную величину нередко принимают перемещение ползуна  $h$ , а за выходную — угол поворота кривошипа  $\alpha$ . Дифференцируя те же исходные равенства, найдем

$$i_{\text{кш}}(h) = \frac{d\alpha}{dh} = \frac{1}{r} i_{\text{кш}}\left(\frac{h}{r}; \frac{l}{r}, \gamma\right), \quad (165)$$

где функциональный множитель

$$i_{\text{кш}}\left(\frac{h}{r}; \frac{l}{r}, \gamma\right) = \\ = \frac{\left( \frac{l}{r} + 1 \right) \cos \gamma - \cos (\gamma + \alpha) - \frac{h}{r}}{\left( \frac{l}{r} + 1 \right) \sin \alpha - \frac{h}{r} \sin (\gamma + \alpha)}. \quad (166)$$

Выходная величина  $\alpha$  здесь должна вычисляться из выражения

$$\cos \alpha = \frac{BC + A\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A^2 + B^2},$$

в котором

$$A = \frac{h}{r} \sin \gamma;$$

$$B = \left(\frac{l}{r} + 1\right) - \frac{h}{r} \cos \gamma;$$

$$C = \left(\frac{l}{r} + 1\right) \left(1 - \frac{h}{r} \cos \gamma + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{r^2}\right).$$

Необходимо отметить, что по причине нелинейности нельзя принимать, что, например, функциональный множитель  $i_{\text{кш}}(h)$

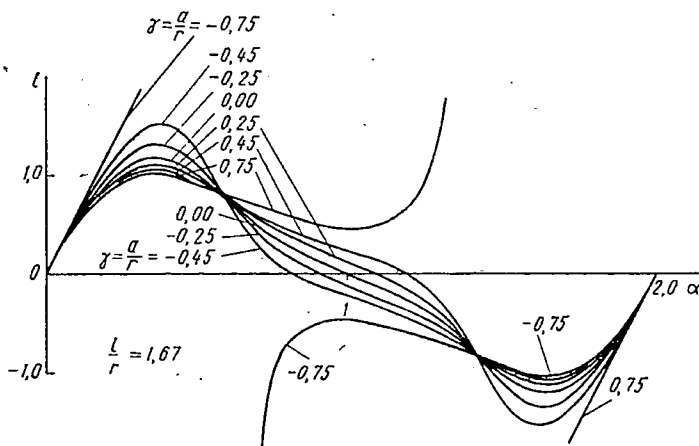


Рис. 82. Семейство кривых  $i_{\text{кш}}\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$

обратен  $i_{\text{кш}}(\alpha)$ . В числовом выражении величины  $\frac{d\alpha}{dh}$  и  $\frac{1}{\frac{dh}{d\alpha}}$  сов-

падают только тогда, когда вход и выход пропорциональны ( $i = \text{const}$ ). Различие можно видеть уже из сравнения выражений (164) и (166), но оно лучше обнаруживается при непосредственном построении параметрических кривых  $i_{\text{кш}}(h)$  и  $i(\alpha)$ . Такое свойство присуще всем нелинейным функциональным множителям.

**Кривошипно-кулисный узел.** Схема конструкции обычно применяемого кривошипно-кулисного узла представлена на рис. 83. Он монтируется на неподвижном основании 1 и состоит из вращающегося кривошипа 2, качающейся кулисы 3 и двух ползунов 4 и 5, движущихся прямолинейно в своих направляющих.

Чаще всего кулисный узел используется для преобразования вращательных движений кривошипа в возвратно-поступательные

ползуна. В таком случае он хорошо отвечает некоторым задачам работы машин-орудий и потому нашел применение в строгальных станках и в машинах-автоматах выполняющих различные технологические операции. Достаточно часто он встречается также и в приборах, как передающий перемещения на стрелки или на запись измеряемых величин.

Из рассмотрения схемы, приведенной на рис. 83, для положения ползуна 5 нетрудно получить связь между перемещениями  $h$  и  $\alpha$  ведомого и ведущего звеньев

$$h = b \frac{\sin \alpha}{\frac{a}{r} + \cos \alpha}. \quad (167)$$

Дифференцируя это выражение по выходной величине  $\alpha$ , найдем для передаточного отношения

$$\frac{dh}{d\alpha} = i_{\text{КК}}(\alpha) = b i_{\text{КК}}\left(\alpha; \frac{a}{r}\right), \quad (168)$$

где нелинейный множитель

$$i_{\text{КК}}\left(\alpha; \frac{a}{r}\right) = \frac{1 + \frac{a}{r} \cos \alpha}{\left(\frac{a}{r} + \cos \alpha\right)^2}. \quad (169)$$

В табл. 9 даны числовые значения множителя по формуле (169), а на рис. 84 представлено семейство его кривых. Из них следует, что  $i_{\text{КК}}(\alpha)$  является резко нелинейной функцией, сильно зависящей от параметра  $\frac{a}{r}$ .

Такое свойство позволяет хорошо подбирать узел для решения различных задач передачи и преобразования.

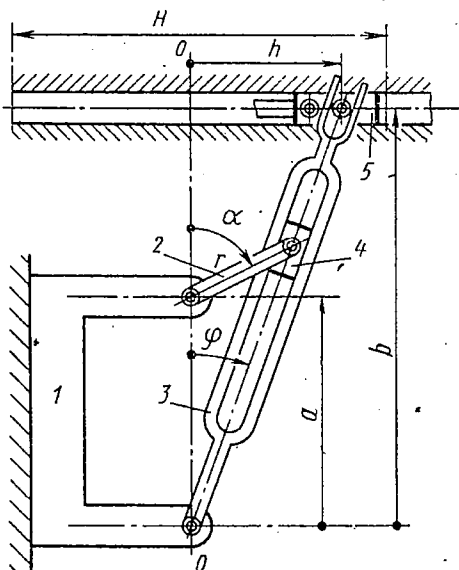


Рис. 83. Центральный кулисный узел

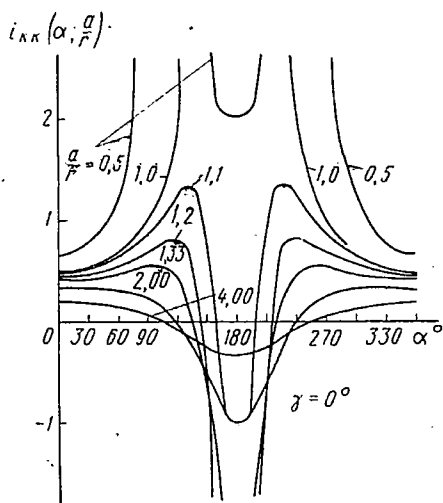


Рис. 84. Семейство кривых  $i_{\text{КК}}\left(\alpha; \frac{a}{r}\right)$

Значения  $i_{\text{кк}} \left( \alpha; \frac{a}{r} \right), \gamma = 0$

$\alpha$ в град.	Параметр $\frac{a}{r}$ ( $\gamma = 0$ )						
	0,5	1,0	1,1	1,2	1,33	2,0	4,0
0	0,67	0,50	0,48	0,46	0,43	0,33	0,20
30	0,77	0,54	0,51	0,48	0,43	0,34	0,19
60	1,25	0,67	0,61	0,55	0,49	0,32	0,15
90	4,00	1,00	0,83	0,70	0,56	0,25	0,06
120	$\infty$	2,00	1,25	0,82	0,48	0,00	-0,08
150	4,22	7,46	0,86	-0,35	-0,71	-0,57	-0,25
180	2,00	$\infty$	-1,00	-5,00	-3,00	-1,00	-0,33
210	4,22	7,46	0,86	-0,35	-0,71	-0,57	-0,25
240	$\infty$	2,00	1,25	0,82	0,48	0,00	-0,08
270	4,00	1,00	0,83	0,70	0,56	0,25	0,06
300	1,25	0,67	0,61	0,55	0,49	0,32	0,15
330	0,77	0,54	0,51	0,48	0,43	0,34	0,19
360	0,67	0,50	0,48	0,46	0,43	0,33	0,20

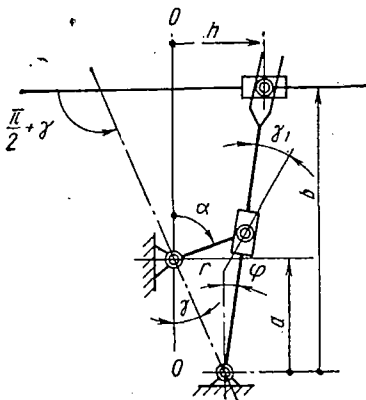


Рис. 85. Нецентральный кулисный узел

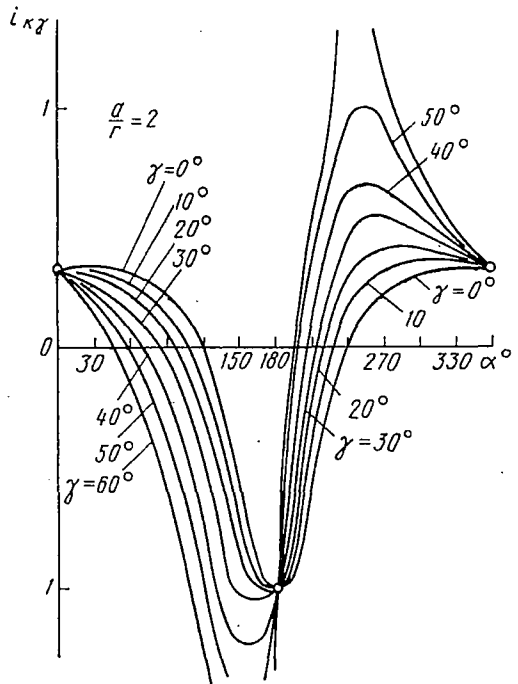


Рис. 86. Семейство кривых  $i_{k\gamma} \left( \alpha, \frac{a}{r}; \gamma \right)$

Более общая схема кривошипно-кулисного механизма указана на рис. 85. Здесь центр поворота кривошипа смещен на угол  $\gamma$  с вертикальной линии, проходящей через центр поворота кулисы. Для связи выходной величины  $h$  с входной  $\alpha$  легко получить

$$h = a \operatorname{tg} \gamma + b \frac{\sin \alpha - \frac{a}{r} \operatorname{tg} \gamma}{\frac{a}{r} + \cos \alpha}, \quad (170)$$

откуда найдем

$$\frac{dh}{d\alpha} = i_{k\gamma}(\alpha) = b i_{k\gamma} \left( \alpha; \frac{a}{r}, \gamma \right), \quad (171)$$

$$i_{k\gamma} \left( \alpha; \frac{a}{r}, \gamma \right) = \frac{1 + \frac{a}{r} (\cos \alpha - \operatorname{tg} \gamma \sin \alpha)}{\left( \frac{a}{r} + \cos \alpha \right)^2}. \quad (172)$$

Таким образом, нелинейный множитель здесь зависит от двух параметров:  $\frac{a}{r}$  — параметра размера и  $\gamma$  — углового.

Таблица 10

Значения  $i_{k\gamma} \left( \alpha; \frac{a}{r} = 2, \gamma \right)$  кулисного механизма

$\alpha$ в град	Параметр $\gamma \left( \frac{a}{r} = 2 \right)$					
	0°	10°	20°	30°	40°	50°
0	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
30	0,34	0,31	0,29	0,26	0,23	0,19
60	0,32	0,27	0,22	0,16	0,09	-0,01
90	0,25	0,16	0,09	-0,04	-0,17	-0,35
120	0,00	-0,13	-0,28	-0,44	-0,65	-0,92
150	-0,57	-0,70	-0,85	-1,02	-1,22	-1,49
180	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00
210	-0,57	-0,43	-0,29	-0,12	0,08	0,36
240	0,00	0,13	0,28	0,45	0,65	0,92
270	0,25	0,34	0,43	0,54	0,67	0,96
300	0,32	0,37	0,42	0,48	0,55	0,65
330	0,34	0,35	0,38	0,40	0,44	0,48
360	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33

В табл. 10 и на рис. 86, для значения  $\frac{a}{r} = 2$  (одна из кривых рис. 84) приведено одно семейство по параметру  $\gamma$ .

Для кулисного механизма так же, как для любого другого, можно разыскать обратное передаточное отношение  $\frac{d\alpha}{dh}$  и соответствующий нелинейный множитель.

## 47. ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ОТНОШЕНИЙ

Из предыдущего анализа следует, что передаточное отношение рычажного узла обычно состоит из двух множителей; из постоянного и нелинейного функционального, — последний меняется вместе с изменением входной величины.

Постоянный множитель определяется абсолютными размерами узла, а они зависят от величины нагрузок, от потребных или назначаемых перемещений на выходе и входе и от того, как будет выполнена конструкция.

Нелинейный множитель отражает функционально-преобразовательные свойства и зависит от конкретного вида узла, от конструктивных относительных параметров  $\frac{l}{r}$ ,  $\frac{a}{r}$ ,  $\gamma$  и от независимой переменной  $\alpha$ ,  $\frac{h}{a}$  и т. д. От абсолютных размеров он не зависит.

Чем больше относительных конструктивных параметров  $\frac{l}{r}$ ,  $\gamma$  и т. д. входит в нелинейный функциональный множитель некоторого узла, тем большими функционально-преобразовательными возможностями обладает последний. Наиболее наглядно это выражается с помощью семейств параметрических кривых и их множества вдоль параметров. Например, если для синусного и тангенсного узлов исключена возможность иметь угловой параметр  $\gamma$ , то для проектанта их преобразовательные свойства выражаются только одной кривой  $\gamma = 0$ , что, конечно, обедняет узел. Допущение иметь  $\gamma \neq 0$  приводит к множеству различающихся кривых и, следовательно, к возможности выбора наиболее подходящей из них. Таким образом, главными носителями разнообразия преобразовательных свойств узла являются его параметры  $\frac{l}{r}$ ,  $\frac{a}{r}$ ,  $\gamma$  и т. д. и их количество, но не независимая переменная входа  $\alpha$ , роль которой несколько иная. Точно так же с изменением величин параметров и их количества меняется конструкция узла, в то время как изменение независимой переменной никаких перестроек не требует. Она указывает только те участки вдоль своих значений, на которых происходит работа узла. Поэтому относить к параметрам числовые значения границ интервалов работы по независимым переменным  $\alpha_0$ ,  $\alpha_{\max}$  не следует.

Если сравнить между собой различные свойства кривых и сами кривые функциональных множителей, принадлежащих разным узлам, то легко видеть, что с внешней стороны они отличаются конфигурациями семейств и своими очертаниями на координатной плоскости, т. е. присущей им формой. Именно в форме каждой отдельной кривой, а затем в их относительном расположении в семействе заключены конкретные функционально-преобразовательные свойства каждого нелинейного множителя или соответствующего ему передаточного узла. В числовой мере эти свойства выра-

жаются при помощи формул и таблиц. В общем плане функциональные свойства проявляются в относительном уровне этих чисел, развернутых вдоль независимой переменной и по параметрам, что представляется как семейство кривых, либо как форма той или иной кривой и оказывается функционально-преобразовательным портретом узла, по которому он выделяется среди всех остальных и всегда может быть опознан.

Отсюда вытекает важное для проектанта положение: если имеем два разных узла, но в их семействах по параметрам можно обнаружить две одинаковые или сходные по форме кривые, то передаточно-преобразовательные свойства соответствующих конструкций также должны быть одинаковы или сходны. Значит, пользуясь признаком сходства форм кривых функциональных множителей, можно указывать одинаковые по преобразовательным способностям устройства, производить замену одного узла другим, а главное подбирать наиболее подходящий узел для поставленной задачи нелинейного преобразования.

Следовательно, форма конфигураций кривых нелинейно-функциональных множителей является важной внешней, комплексной характеристикой всякого передаточного узла. В отличие от своего аналитического выражения в виде формулы  $i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$  или таблицы она хорошо различима непосредственно, легко позволяет производить сравнения сложных функциональных зависимостей и потому оказывается эффективной при разыскании узлов с требуемыми преобразовательными свойствами.

#### 48. ПРОСТЕЙШИЕ УЗЛЫ И ЧИСЛО ФУНКЦИОНАЛЬНО-КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Внимательное изучение рычажных узлов показывает, что простейшие из них могут быть получены из трехзвенной фермы (рис. 87) путем поочередной замены отдельных ее элементов, либо за счет добавления стержня с шарниром, ползуна в направляющих или высшей пары.

Ферма не является и не может быть преобразующим узлом — элементы ее неподвижны, но вместе с основанием она состоит из трех звеньев, соединенных тремя шарнирами, и потому характеризуется только двумя относительными параметрами размеров  $\frac{l}{r}$ ,  $\frac{a}{r}$ . Других характеристик для нее указать невозможно.

При дополнении фермы одним стержнем с шарниром (рис. 87, I) получаем четырехзвенник, который имеет три параметра размеров  $\frac{a}{r_1}$ ,  $\frac{l}{r_1}$ ,  $\frac{r_2}{r_1}$  и является головным узлом для особого типа подобных механизмов, состоящих только из стержней и шарниров. Назовем такие узлы шарнирно-стержневыми.

Число параметров  $\lambda_{шч}$  четырехзвенника, как видно непосредственно выражается формулой

$$\lambda_{шч} = q - 1, \quad (a)$$

где  $q$  — число звеньев.

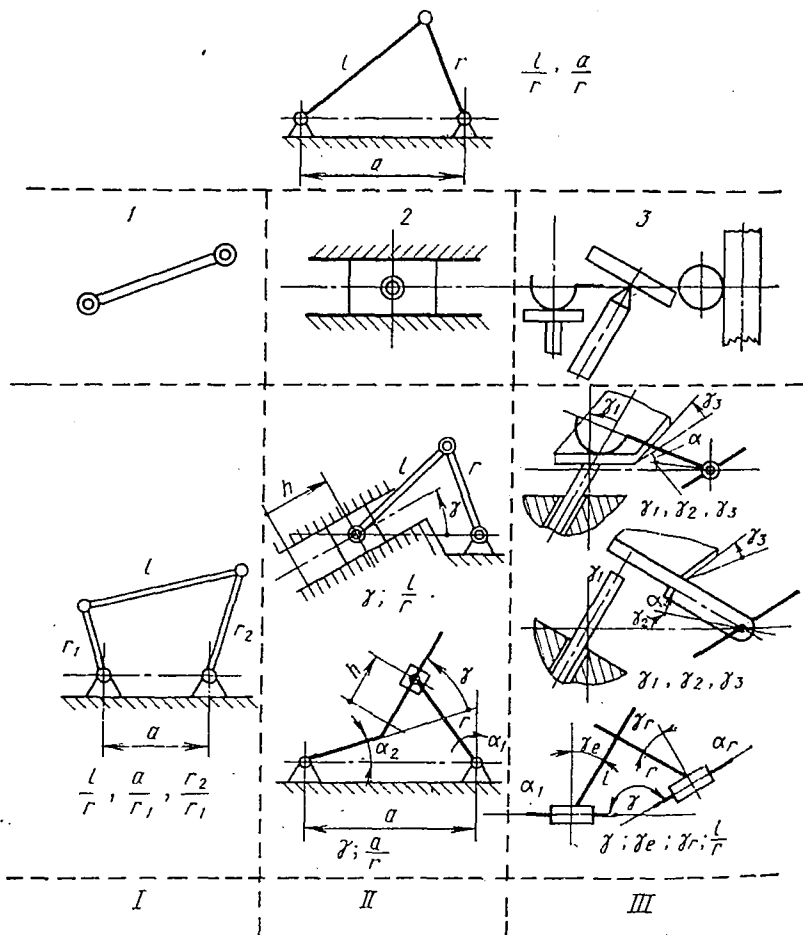


Рис. 87. Структура семейства простейших рычажных узлов:

1 — стержни и шарниры; 2 — ползуны; 3 — высшие пары

Если к четырехзвеннику добавить пятый стержень с шарниром, то он перестает быть механизмом, так как одно из его звеньев сможет принимать независимые от входной величины положения. Естественно, что пятизвенник может пониматься как узел с двумя входами, но такие узлы здесь не рассматриваются. Следовательно, за счет присоединения стержня ферма способна дать только один простейший узел.

Ползуном в направляющих ферма может быть дополнена двумя способами:

1) на ползуне укрепляется один из двух шарниров основания (рис. 87, *II*), при этом ось направляющих ползуна по отношению к линии центров шарниров может быть расположена под некоторым углом  $\gamma$ ;

2) на ползуне крепится верхний шарнир, а ось направляющих также не обязательно должна совпадать со стержнем  $l$ .

Ввести два или больше ползунов невозможно по той причине, что не получится механизма, а другие варианты не существуют. Следовательно, при помощи ввода ползуна из фермы можно получить только два простейших, различающихся между собой узла. Назовем их кривошипно-ползунными.

Так как ползун считается звеном, то введение его увеличивает число звеньев на единицу и, сверх того, снабжает плоский узел одним угловым параметром  $\gamma$ . Вместе с тем, ползун лишает один из стержней фермы его определенности по длине, т. е. переводит длину в переменную величину  $h$ , чем и превращает ферму в механизм. За счет последнего бывшая ферма теряет один свой параметр размеров.

Таким образом, введение ползуна — (обозначим число ползун-ов буквой  $p$ ) — создает преобразующий узел, увеличивает число звеньев на единицу и заменяет параметр размера на угловой. Значит, общее число конструктивно-функциональных параметров  $\lambda_{\text{кп}}$  каждого из двух простейших кривошипно-ползунных узлов выражается формулой

$$\lambda_{\text{кп}} = (q - 1) - p, \quad (6)$$

по которой для кривошипно-ползунных узлов имеем  $\lambda_{\text{кп}} = (4 - 1) - 1 = 2$ , что и отвечает действительности.

Отсюда, вместе с тем, видно, что шарнир не только не считается звеном, но и не участвует в образовании параметров.

Простейшие узлы третьего типа — назовем их поводковыми — получают из фермы двумя путями:

1) ползун в направляющих вводится в ферму не для размещения на нем какого-либо из шарниров, а для полной замены одного из стержней. При этом для возможности работы и взаимодействия подвижных звеньев делается необходимым посредничество какой-нибудь высшей пары (рис. 87, *III*). Именно этим способом создаются синусный и тангенсный узлы, которые различаются только видами высших пар;

2) верхний, не закрепленный на основании шарнир, заменяется высшей парой, через которую теперь взаимодействуют стержни  $l$  и  $r$  (например, поводковая передача).

Другие пути получения простейших узлов, по-видимому, не существуют.

Высшая пара не считается звеном, так как ее поверхности принадлежат другим звеньям. Она, как и шарнир, не имеет собствен-

ного тела. Поэтому после ее введения узлы не приобретают новых звеньев, а остаются трехзвенными, как исходная форма. Но как при первом, так и при втором пути, узел за счет приобретения подвижности теряет конструктивные размерные параметры и приобретает угловые параметры.

Высшая пара, подобно ползуну и независимо от его присутствия, лишает узел одного размерного параметра, но из-за своей способности обеспечивать подвижность в трех направлениях позволяет приобрести до трех угловых параметров. В итоге введение высшей пары увеличивает число параметров на два и не меняет число звеньев. Следовательно, формула (б) для трех узлов третьего типа должна быть дополнена, т. е.

$$\lambda = (q - 1) - p + \theta (k - 1), \quad (173)$$

где  $\theta$  — высшая пара в узле;

$k$  — число возможных подвижностей для высшей пары;

$p$  — число ползунунов в прямолинейных направляющих;

$q$  — общее число звеньев.

Формула (173) охватывает все шесть видов простейших узлов и показывает, что из трех типов, наиболее сложным будет третий, содержащий высшие пары. Формула позволяет подсчитать общее наибольшее количество конструктивно-функциональных параметров простейшего рычажного узла. Непосредственный подсчет их также возможен, но это много труднее. Например, для синусного и тангенсного узлов имеем:

$q = 3$  — основание, ведомый поводок и ползун;

$p = 1$  — ползун;

$\theta = 1$  — высшая пара;

$k = 3$  — число возможных подвижностей высшей пары.

По формуле (173) найдем  $\lambda_{c.m} = (3-1) - 1 + 1(3-1) = 3$ , т. е. каждый из узлов может иметь по три параметра, и они все угловые. Размерные параметры у них отсутствуют, так как два возможных начальных по исходной ферме уничтожены: первый — введением ползуна, второй — высшей пары.

Для поводковой пары можно записать:  $q = 3$ ;  $p = 0$ ;  $\theta = 1$ ;  $k = 3$ , поэтому по формуле (173) получаем

$$\lambda_{II} = (3 - 1) - 0 + 1(3 - 1) = 4,$$

что и можно иметь на практике.

Для уяснения формулы (173) надо подчеркнуть следующее:

1) она имеет силу только для шести простейших рычажных узлов: шарнирного четырехзвенника, двух кривошипно-ползунных, синусного, тангенсного и поводковой передачи;

2) для простейших узлов  $p$  имеет только два значения: 1 или 0 (аналогично  $\theta = 1$  или 0), а число  $k$  не бывает более трех и для него можно вводить ограничения, полагая  $k = 1$  или 0. Это означает, что упрощено строение узла, например, узел — плоский.

#### 49. СЛОЖНЫЕ УЗЛЫ И ФОРМУЛА ЧИСЛА ИХ ПАРАМЕТРОВ

Изучение и анализ позволяют утверждать, что все сложные узлы могут рассматриваться как состоящие из простейших, только что описанных. Примером сложного может быть кривошипно-кулисный узел, показанный на рис. 83 или 85. Он представляет собой последовательное соединение кривошипно-ползунного узла второго вида (рис. 87, II) с тангенсным. Другим примером, является шестизвенный механизм Чебышева (рис. 88). В этом случае имеем два последовательно соединенных четырехзвенника.

Соединение простых исходных узлов в сложные механизмы может быть произведено различным образом, но при этом исключается случай, когда ведущее или входное звено последующего узла присоединяется к ведущему первого. Последнее приводило бы к тому, что одно входное звено принадлежало бы просто двум рядом расположенным исходным узлам с независимыми входами и выходами. Таким путем сложный узел не может быть получен. Происходит лишь разветвление на параллельные цепи и усложнение конструкции (например, шестизвенный механизм Чебышева, приведенный на рис. 88, когда шарнир А объединен с шарниром С).

Для получения сложного узла необходимо ведущее звено последующего узла присоединить к какому-нибудь звену первого. Но такое присоединение является последовательным. Таким образом, все сложные узлы или механизмы получаются из простейших путем последовательного соединения их друг с другом. Появление разветвлений не вносит что-либо новое.

Ниже показано, что передаточное отношение последовательно соединенных узлов выражается формулой, в которой общее передаточное отношение цепи является произведением передаточных отношений каждого отдельного узла, т. е.

$$i_{\text{общ}} = i_1 i_2 i_3 \dots$$

Отсюда видно, что  $i_{\text{общ}}$  является функцией каждого параметра, входящего в  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  и т. д. или, другими словами, — функцией суммы параметров простейших узлов, составляющих сложный механизм цепи. На основе последнего и при использовании формулы (173) можно сразу записать выражение возможного числа конструктивно-функциональных параметров всякого сложного ры-

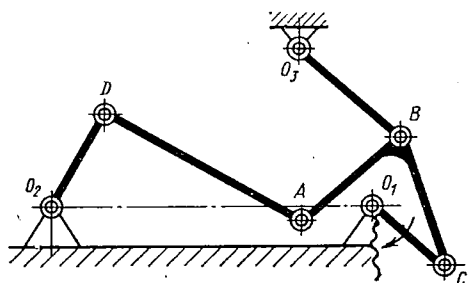


Рис. 88. Шестизвенный механизм Чебышева

чажного механизма, т. е.

$$\lambda_{\text{общ}} = \sum_{j=1}^k [(q - 1) - p + \theta(x - 1)]. \quad (174)$$

Как пример, найдем  $\lambda_{\text{общ}}$  для кривошипно-кулисного механизма, показанного на рис. 83 или 85. Так как этот механизм состоит из двух простейших узлов — второго кривошипно-ползунного и тангенсного, то  $\lambda_{\text{кул}} = \lambda_{\text{кш}} + \lambda_{\text{т}} = 2 + 3 = 5$ . Из пяти возможных у него только один размерный параметр  $\frac{a}{r}$ , а остальные — угловые. Из угловых параметров два возможны в плоском исполнении ( $\gamma$  и  $\gamma_1$  на рис. 85), два других можно осуществить, если коромысло ползуна 2 вывести из плоскости. В последнем вряд ли возникнет необходимость, поэтому  $x$  для составляющего тангенсного узла должно быть ограничено числом 1, после чего по формуле (174) получим  $\lambda_{\text{кул}} = 3$ .

Аналогично для шестизвенного механизма Чебышева найдем (рис. 88)

$$\lambda_{\text{ч}} = \lambda_{\text{шч}} + \lambda_{\text{шч}} = 3 + 3 = 6.$$

## 50. КЛАССИФИКАЦИЯ РЫЧАЖНЫХ УЗЛОВ

В курсах теории механизмов машин приводится достаточно общая классификация для всех элементарных механизмов, включая и рычажные. При этом главное внимание уделяется наиболее простым из них — плоским. Рычажные узлы обычно классифицируют по признакам, которые способствуют кинематическому и силовому анализу. Однако для успешного проектирования более подходит конструктивно-параметрический признак, т. е. такой, который опирается на однотипность конструкций основных элементов различных по структуре узлов и на число и виды функциональных параметров, характеризующих конструкцию и преобразовательные возможности каждого узла. Чем большим количеством параметров обладает какой-нибудь узел, тем большее разнообразие зависимостей можно воспроизвести с его помощью.

Достоинством настоящего признака является возможность выделения из всего многообразия небольшого количества основных типов узлов, вследствие чего они делаются легко обозримы по своим конструктивным формам и по способности к преобразованиям.

Как было показано, главными элементами, из которых строится конструкция всякого рычажного узла, являются рычаги или стержни, шарниры, ползуны в направляющих и сочленения высших пар. Из этих четырех элементов прежде всего образуют шесть простейших узлов, которые можно разделить на три типа: а) шарнирно-стержневые; б) кривошипно-ползунные; в) узлы с высшими парами взаимодействия звеньев или более кратко — поводковые.

Простейшие узлы могут объединяться в разных комбинациях и количествах и давать более сложные устройства. Однако при всех условиях, одни из них состоят только из стержней и шарниров, другие, помимо того, включают ползуны в направляющих, наконец, третьи содержат еще и высшие пары.

Примером и родоначальником шарнирно-стержневых узлов является четырехзвенник (рис. 78), а затем уже сложные узлы, как шестизвенный механизм Чебышева (рис. 88), восьмизвенный механизм Липкина-Поселье и другие. Они состоят только из стержней и шарниров, а их функционально-конструктивные параметры являются параметрами размеров. Угловых параметров они не содержат.

В состав кривошипно-ползунных узлов, помимо стержней и шарниров, входят еще ползуны в прямолинейных или криволинейных направляющих. Для них характерно преобразование вращательных движений в возвратно-поступательные или наоборот. Их конструкции и функциональные множители зависят как от угловых параметров, так и от параметров размеров.

Поводковые узлы содержат все четыре вида главных конструктивных элементов и потому могут рассматриваться как более сложные. Для них характерно преобладание угловых параметров, необходимость ограничивать углы поворота поводков и требование осуществлять силовое замыкание (прижатие) поверхностей высших пар. Два последних обстоятельства должны быть отнесены к недостаткам. Однако, если шарнирно-стержневые узлы лучше всего отвечают задачам преобразования одного вращательного движения в другое, кривошипно-ползунные — преобразованию вращательного движения в поступательное, то поводковые, благодаря повышенной подвижности их высших пар, в одинаковой мере могут быть использованы для решения обеих задач.

По виду параметров все рычажные узлы могут быть разделены на три группы: а) узлы, имеющие только угловые параметры, б) узлы, содержащие лишь размерные параметры, в) узлы смешанных параметров.

Если же не различать видов параметров, то деление узлов можно проводить по максимально возможному числу параметров, что, однако, менее эффективно, так как это отвлекает внимание от конструктивных особенностей узла, хотя и подчеркивает степень многообразия его функционально-преобразовательных возможностей.

## 51. О ПОТРЕБНОМ И ФАКТИЧЕСКОМ ПЕРЕДАТОЧНОМ ОТНОШЕНИИ ЦЕПИ УЗЛОВ

Многие вопросы проектирования элементов систем управления связаны с разнообразными измерениями и с последующими преобразованиями измеренных величин. В самых простых случаях измерение заканчивается указанием найденной величины на

шкале прибора, в более сложных — измеренная величина должна претерпеть ряд изменений и превращений, прежде чем сможет быть использована для поставленных целей.

Связь между измеряемой величиной и тем фактором, который является результатом ее воздействия или обнаружения (перемещение упругого центра, угловое отклонение рамки, возникновение напряжения или изменение тока и т. д.) может носить разнообразный характер и быть как линейной, так и нелинейной. Для практики желательна не любая, а вполне конкретная связь — либо линейная, либо заданного характера нелинейная. Отсюда возникает задача: во-первых, надо указать функциональный вид требуемого передаточного отношения, которое по известной нелинейности на входе позволит получить заданную нелинейность на

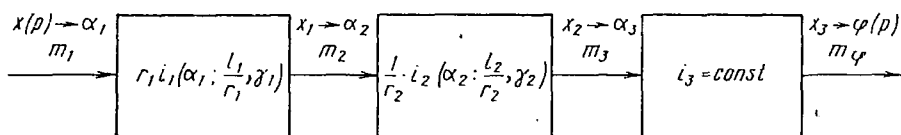


Рис. 89. Цепь преобразования с рычажными узлами

выходе; во-вторых, надо подобрать для этой цели цепь передаточных узлов с фактическим передаточным отношением, равным или достаточно близким к требуемому. Во многих случаях возникшая задача решается с помощью рычажных узлов, а они могут рассматриваться как достаточно жесткие, т. е. как характеризующиеся лишь одним передаточным отношением.

Для нахождения требуемого передаточного отношения предполагаем, что на вход цепи проектируемого устройства (рис. 89) подается величина, представляющая собой фактор измерения,

$$x = x_0 + x(p), \quad (175)$$

где  $x_0$  — начальное значение, которое часто можно считать равным нулю;

$x(p)$  — изменяющаяся часть — некоторая непрерывная функция измеряемой величины  $p$ .

На выходе нужно иметь другую величину с другой нелинейной зависимостью

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi(p). \quad (176)$$

Тогда, согласно определению, для передаточного отношения требуется, чтобы

$$i(x \text{ или } p) = \frac{d\varphi(p)}{dx(p)} = \frac{\frac{d\varphi(p)}{dp}}{\frac{dx(p)}{dp}}, \quad (177)$$

т. е. оно выражается через отношение производных от функций (175) и (176).

Если явное выражение (176) — линейно, т. е.

$$\varphi = \varphi_0 + A (\rho - \rho_0),$$

то с помощью формулы (177) получаем

$$i_{\rho}(x) = \frac{A}{\frac{dx(\rho)}{d\rho}},$$

где

$$A = \frac{\varphi_{\max} - \varphi_0}{\rho_{\max} - \rho_0}.$$

Для получения выражения фактического передаточного отношения предполагаем, что цепь преобразования, указанная на рис. 89, состоит не более чем из трех последовательно соединенных механических узлов, последний из которых имеет постоянное  $i_3$ , а два первых характеризуются своими нелинейными передаточными отношениями  $r_1 i_1(\alpha_1; \frac{l_1}{r_1}, \gamma_1)$  и  $\frac{1}{r_2} i_2(\alpha_2; \frac{l_2}{r_2}, \gamma_2)$ . Так как все три передаточных отношения достаточно жестки, то дифференциалы на выходе и входе каждого узла определяются выражениями

$$\left. \begin{aligned} dx_1 &= r_1 i_1(\alpha_1; \frac{l_1}{r_1}, \gamma_1) d\alpha_1, \\ dx_2 &= \frac{1}{r_2} i_2(\alpha_2; \frac{l_2}{r_2}, \gamma_2) d\alpha_2; \\ dx_3 &= i_3 d\alpha_3. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Соответствия между независимыми переменными на входах  $x(\rho) \rightarrow \alpha_1; x_1 \rightarrow \alpha_2; x_2 \rightarrow \alpha_3$  и т. д. всегда линейны, и потому для их дифференциалов можно записать

$$\left. \begin{aligned} d\alpha_1 &= m_1 dx(\rho); \\ d\alpha_2 &= m_2 dx_1; \\ d\alpha_3 &= m_3 dx_2; \\ d\varphi_{\Phi}(\rho) &= m_{\Phi} dx_3, \end{aligned} \right\} \quad (б)$$

где величины  $m_1, m_2, m_3, m_{\Phi}$  являются масштабами взаимной связи узлов. Исключив теперь из уравнения  $d\varphi_{\Phi} = m_{\Phi} dx_3$  значение  $dx_3$  с помощью последовательностей (а) и (б), получим

$$\begin{aligned} d\varphi_{\Phi}(\rho) &= m_{\Phi} i_3 m_3 \frac{1}{r_2} i_2(\alpha_2; \frac{l_2}{r_2}, \gamma_2) m_2 r_1 \times \\ &\times i_1(\alpha_1; \frac{l_1}{r_1}, \gamma_1) m_1 dx(\rho), \end{aligned}$$

откуда фактическое передаточное отношение

$$\left. \begin{aligned} i_{\phi}(p \text{ или } x) &= \frac{d\varphi_{\phi}(p)}{dx(p)} = i_0 i_1 \left( \alpha_1, \frac{l_1}{r_1}, \gamma_1 \right) \times \\ &\times i_2 \left( \alpha_2; \frac{l_2}{r_2}, \gamma_2 \right); \\ i_0 &= m_1 m_2 m_3 m_{\phi} \frac{r_1}{r_2} i_3, \end{aligned} \right\} \quad (178)$$

здесь  $\varphi_{\phi}(p)$  является фактическим значением на выходе цепи преобразования, отвечающим потребной функции  $\varphi(p)$ .

Легко видеть, что формула (178) путем добавления множителей может быть распространена на любое количество узлов в цепи.

Так как происхождение потребного передаточного отношения  $i(x)$  и фактического  $i_{\phi}(x)$  не одинаково, то эти две функции почти всегда различны по существу. От них можно требовать лишь сходства и какой-то степени приближения друг к другу, но не идентичности. Поэтому рычажные узлы больше всего применимы в случаях, когда на выходе механизма нужен главным образом определенный характер воспроизводимой зависимости, а не точность ее в сравнении с заданной. На ограниченных интервалах независимой переменной, при удачном подборе узлов и выборе их параметров, возможно также хорошее приближение  $i_{\phi}(x)$  к  $i(x)$ .

## 52. СИНТЕЗ ЦЕПИ С ОДНИМ РЫЧАЖНЫМ УЗЛОМ

Формулу (178) фактического передаточного отношения для краткости перепишем так

$$i_{\phi}(x) = i_0 i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right),$$

где  $i_0$  — общее постоянное передаточное отношение, а  $i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)$  понимается как общий нелинейный функциональный множитель одного или нескольких последовательно соединенных узлов, зависящий от одной из независимых переменных  $\alpha$  и параметров  $\frac{l}{r}$ ,  $\gamma$  и т. д.

Задача синтеза состоит в том, чтобы на отрезке интервала преобразований от  $x_0$  до  $x_{\max}$  или соответственно от  $\alpha_0$  до  $\alpha_{\max}$  не иметь расхождений между передаточными отношениями, или чтобы

$$i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right) i_0 \Big|_{\alpha_0}^{\alpha_{\max}} - i(x) \Big|_{x_0}^{x_{\max}} = 0.$$

Настоящее условие совершенно строго может быть выполнено только, когда справа и слева в нем стоит одна и та же функция или функции, различающиеся на постоянный множитель. Для рычажных узлов это положение маловероятно и практически исклю-

чается. Поэтому в общем случае можно требовать лишь приближенного равенства и писать

$$i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right) i_0 \Big|_{\alpha_0}^{\alpha_{\max}} \Rightarrow i(x) \Big|_{x_0}^{x_{\max}}, \quad (179)$$

где знак  $\Rightarrow$  показывает, что фактическое передаточное отношение должно быть устремлено к заданному, но не обязательно всюду вдоль  $x$  должно быть ему равно.

Из условия (179) следует, что общая задача может быть разчленена на три составляющие:

а) разыскание одного или последовательности нескольких узлов, общий функциональный множитель которых как можно лучше отвечал бы условию (179);

б) определение постоянного множителя  $i_0$ ;

в) нахождение интервала по независимой переменной от  $\alpha_0$  до  $\alpha_{\max}$ , в котором должны работать подобранные узлы.

Первая из них является основной и наиболее трудной. Ее разрешение комплексно и потому затрагивает две остальные.

Как отмечено выше, функционально-преобразовательные свойства всякого узла или последовательности их заключены в функциональном множителе и наиболее наглядно выражаются семейством кривых этого множителя, построенного в зависимости от конструктивных параметров  $\frac{l}{r}$ ,  $\gamma$  и т. д.

С другой стороны, потребные передаточно-преобразовательные свойства, заключенные в заданной для синтеза функции  $i(x)$ , также выражаются в форме ее кривой и не зависят от абсолютных значений. Значит, первым этапом синтеза рычажного узла должно быть разыскание среди многообразия функций  $i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$  той из них, которая по форме своей кривой наиболее сходна с формой кривой  $i(x)$ . Символически это положение запишем так

$$\Phi i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right) \Rightarrow \Phi i(x), \quad (180)$$

которое означает, что независимо от абсолютных значений, форма искомой кривой должна как можно лучше совпадать с формой кривой заданного  $i(x)$ .

Условие (180) назовем соотношением формы кривых или выбора соответствующего механизма. На его основе производится выбор типа и вида узла из существующего множества их. Помимо того, приближенно указываются параметры  $\frac{l}{r}$ ,  $\gamma$  и т. д., а также интервал работы от  $\alpha_0$  до  $\alpha_{\max}$ .

После выбора формы кривой  $\Phi i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$  и приближенной оценки параметров и интервала преобразований по  $\alpha$  необходимо сразу перейти к числовому или точностному сближению кривых,

на основе чего решается вопрос об окончательности подбора узла и конкретизации величин  $\frac{l}{r}$ ,  $\gamma$  и интервала ( $\alpha_{\max} - \alpha_0$ ). Наступает второй этап синтеза.

На втором этапе сближаем кривые  $i(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma)$  и  $i(x)$  друг с другом по каким-нибудь характерным точкам  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  и т. д.

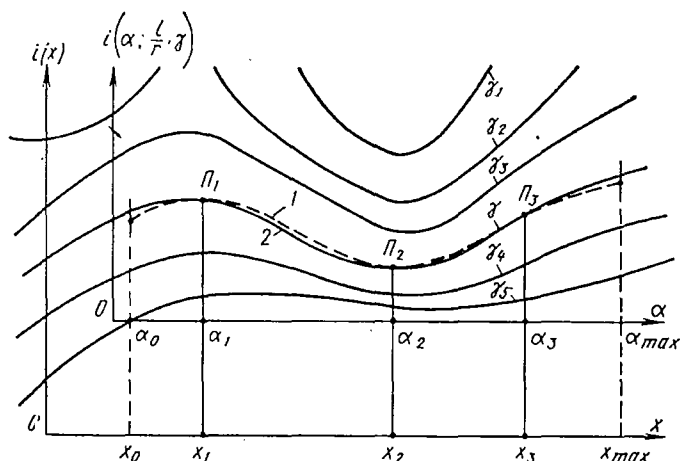


Рис. 90. Совмещение кривых на втором этапе:

1 — кривая  $i(x)$ ; 2 — наиболее подходящая кривая семейства  $i(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma)$

(рис. 90) и составляем по этим точкам частные передаточных отношений

$$\frac{i(x_1)}{i(\alpha_1; \frac{l}{r}, \gamma)} \approx \frac{i(x_2)}{i(\alpha_2; \frac{l}{r}, \gamma)} \approx \frac{i(x_3)}{i(\alpha_3; \frac{l}{r}, \gamma)} = i_0,$$

добиваясь, чтобы частные дали как можно точнее одно и то же число  $i_0$ , для большинства или для всех точек вдоль  $x$  и  $\alpha$ .

За точки сближения  $\Pi_1, \Pi_2$  и т. д. могут быть приняты любые точки и в любом количестве, но не менее двух. При хорошем совпадении форм кривых достаточно взять две-три точки, чтобы видеть степень постоянства  $i_0$ . В случае неудовлетворительности последнего нужно прибегать к вариации параметров  $\frac{l}{r}$ ,  $\gamma$  и к некоторому сдвигу точек сближения или привязки, пока расхождение частных не сделается минимальным и несущественным для поставленной задачи. Отсюда видно, что вторым этапом является уточнение и завершение подбора узла по параметрам и по интервалу преобразований на основе получения постоянного  $i_0$  для всех точек неза-

висимых переменных  $\alpha$  и  $x$ . Кратко последнее может быть выражено так

$$\frac{i(x_j)}{l \left[ \alpha_j; \left( \frac{l}{r} \right)_k, \gamma_q \right]} \Rightarrow i_0 = \text{const}, \quad (181)$$

где  $j$  — числовая последовательность точек сближения;  $\left( \frac{l}{r} \right)_k, \gamma_q$  — окончательно выбранные параметры.

Взяв теперь на кривых две любые точки сближения, например  $П_1, П_3$ , найдем соответствие между параметрами независимых переменных  $x_1, x_3$  с  $\alpha_1, \alpha_3$  и определим масштаб  $m_\alpha = m_1$  перевода  $x$  в  $\alpha$  по очевидной формуле

$$m_\alpha = \frac{\alpha_3 - \alpha_1}{x_3 - x_1}. \quad (182)$$

После этого нужно расшифровать общее постоянное передаточное отношение  $i_0$ , для которого согласно формуле (178) имеем

$$i_0 = m_\alpha m_3 m_\phi r_1 i_3.$$

Так как второй рычажный узел в цепи отсутствует, то здесь  $m_2 = 1, \frac{1}{r_2} \left( \alpha_2; \frac{l_2}{r_2}, \gamma \right) = 1$ .

Из выражения для  $i_0$  получаем

$$m_3 m_\phi r_1 i_3 = \frac{i_0}{m_\alpha}. \quad (183)$$

Выбор масштабов  $m_3, m_\phi$  и постоянных  $r_1, i_3$  производится из условия (183) и на основе конструктивных соображений.

**Третий и последний этап** является контрольным и уточняющим. Его необходимо начать с пересчета всех значений  $i(x)$  по формуле

$$\frac{i(x)}{i_0} = [i(x)]_1.$$

Величина  $[i(x)]_1$  выражает форму  $i(x)$  и по масштабу согласована с  $i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)$ . Поэтому числовые значения  $[i(x)]_1$  и  $i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)$  можно нанести на одну и ту же координатную плоскость. Последнее укажет насколько удачно подобран узел, его параметры  $\frac{l}{r}, \gamma$  и интервал работы от  $\alpha_0$  до  $\alpha_{\max}$ .

### 53. ВОЗМОЖНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ УЗЛОВ В ЦЕПИ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Увеличение сложности цепи преобразований (рис. 89) за счет роста числа узлов всегда нежелательно из-за громоздкости получающейся конструкции, а также из-за неизбежного снижения точности передачи. Хотя рост числа узлов в принципе позволяет

лучше приблизить  $i_{\Phi}(x)$  к  $i(x)$ , но в производстве каждый узел и каждый его параметр вносят свою погрешность, а они, складываясь, легко могут превысить достижения от функциональных уточнений. Выход здесь снова заключается в лучшем удовлетворении соотношения формы (180) при минимальном числе узлов и небольшом количестве параметров.

На практике общее число узлов в цепи не должно быть больше трех, что может быть реализовано одним из следующих вариантов:

первый вариант имеем в том случае, когда  $i_{\Phi}(x)$  с хорошим приближением к  $i(x)$  может быть выражено через один нелинейный множитель  $i_1\left(\alpha; \frac{l}{r}; \gamma\right)$  и линейный или постоянный  $i_0$ , т. е. когда в проектируемой цепи

$$i_{\Phi}(x) = i_0 i_1\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right) \Rightarrow i(x).$$

Такой реализации отвечают два узла последовательности: какой-нибудь рычажный и, например, зубчатая пара. Это решение является простейшим, — к нему следует стремиться всегда. Методика синтеза первого варианта уже рассмотрена в предыдущем параграфе;

второй вариант имеем, когда необходимо получить высокоточное равенство между  $i_{\Phi}(x)$  и  $i(x)$  во всем диапазоне преобразований. Последнее можно осуществить одним из путей:

а) за счет особо тщательного подбора одного или, как исключение, двух рычажных узлов. Для передаточных отношений в этом случае получаем условие

$$i_{\Phi}(x) = i_0 i_1\left(\alpha_1; \frac{l}{r}\right) i_2(\alpha_2; \gamma) \Rightarrow i(x);$$

б) применением одного рычажного, одного кулачкового и узла постоянного множителя  $i_3$  или

$$i_{\Phi}(x) = i_0 i\left(\alpha_1; \frac{l}{r}, \gamma\right) i_{\text{кул}}(\alpha_2) \Rightarrow i(x).$$

На практике, однако, возможны случаи, когда введение второго и даже третьего рычажного узла продиктовано другими причинами, например, необходимостью масштабного увеличения или уменьшения исходного фактора  $x$  (взамен  $i_3$ ), либо для того, чтобы конструктивно связать преобразующий узел с воспринимающим устройством.

Случай, когда в цепи преобразований должно быть два или большее количество узлов, легко сводится к уже рассмотренному в предыдущем параграфе первому варианту. Для этого необходимо от функции потребного передаточного отношения  $i(x)$  предварительно перейти к несколько измененной функции  $i'(x)$  по формуле

$$i'(x) = \frac{i(x)}{i_2\left(\alpha_2; \frac{l_2}{r_2}\right)}, \quad (184)$$

где  $i_2 \left( \alpha_2; \frac{l_2}{r_2} \right)$  — функциональный множитель одного из узлов, подобранный из чисто конструктивных соображений, либо с целью видоизменить функцию  $i(x)$  и тем облегчить подбор второго узла, благодаря чему достигается более точное совпадение  $i_\Phi(x)$  с  $i(x)$  и подбирается  $m_2$ .

После получения  $i'(x)$  затем используется уже описанная процедура первого варианта.

Если в цепи преобразований необходимо иметь высокоточное воспроизведение передаточного отношения  $i(x)$ , а с помощью одного или двух рычажных узлов добиться этого не удастся, то

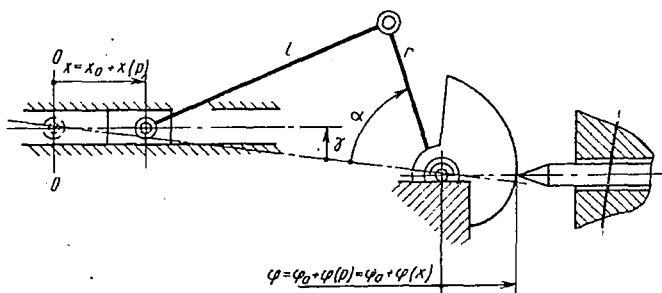


Рис. 91. Рычажный и кулачковый узлы цепи преобразований

иногда выгодно объединить рычажный узел с кулачковым, например, как показано на рис. 91.

Для простоты примем, что кулачок скреплен с кривошипом, тогда, согласно формулам (178)

$$i_\Phi(x) = \frac{1}{r} i \left( \frac{x}{r}; \frac{l}{r}, \gamma \right) i_{\text{кул}}(\alpha) = i(x),$$

где по формуле (166)

$$i \left( \frac{x}{r}; \frac{l}{r}, \gamma \right) = \frac{\left( \frac{l}{r} + 1 \right) \cos \gamma - \cos(\gamma + \alpha) - \frac{x}{r}}{\left( \frac{l}{r} + 1 \right) \sin \alpha - \frac{x}{r} \sin(\gamma + \alpha)},$$

а величина  $\alpha$  должна определяться в зависимости от  $\frac{x}{r}$ .

По схеме, приведенной на рис. 91, и из выражения для  $i_\Phi(x)$  найдем

$$\frac{d\varphi(p)}{d\alpha} = i_{\text{кул}}(\alpha) = \frac{ri(x)}{i \left( \frac{x}{r}; \frac{l}{r}, \gamma \right)},$$

следовательно,

$$d\varphi(p) = \frac{ri(x)}{i \left( \frac{x}{r}; \frac{l}{r}, \gamma \right)} d\alpha,$$

на основании чего получим

$$\varphi_0 + \varphi(p) = \int_{\alpha_0}^{\alpha(x)} \frac{ri(x)}{i\left(\frac{x}{r}; \frac{l}{r}, \gamma\right)} d\alpha = \varphi_x(\alpha) + \varphi_0. \quad (185)$$

По полученной таким образом функции  $\varphi_x(\alpha) + \varphi_0$  может быть спроектирован кулачковый узел и определен профиль кулачка.

Однако, вычисление функции  $\varphi_x(\alpha)$  по формуле (185) возможно лишь тогда, когда помимо  $i(x)$  известен вид узла и все его данные. При проектировании вид узла и все его данные как раз и неизвестны.

С принципиальных позиций, конечно, можно, задавшись видом узла, составить систему уравнений и решать ее относительно неизвестных, но с математической стороны придется к такой громоздкой и сложной задаче, что на практике приходится отказываться от подобного пути.

Поэтому и здесь, прежде чем разыскивать  $\varphi(\alpha)$  с помощью интеграла (185), сначала нужно прибегнуть к вышерассмотренному методу первого варианта подбора рычажного узла на основе соотношения формы (180), определить параметры  $\frac{l}{r}$ ,  $\gamma$  и интервал от  $\alpha_0$  до  $\alpha_{\max}$ , и только затем рассчитывать  $\varphi_x(\alpha)$ . Назначение кулачкового узла здесь сведется к выборке оставшихся неточностей.

**Пример и техника расчета.** Предположим, что определена и задана в виде таблицы функция передаточного отношения  $i(x)$  (графы 1 и 2 табл. 11), которая затем представлена кривой на рис. 92.

Сравнение этой кривой с различными кривыми нелинейных множителей, рассмотренных выше рычажных узлов показывает, что наибольшее сходство она имеет с кривой кривошипно-шатунного механизма (рис. 82) с угловым параметром  $\gamma = 16^\circ 20'$ , принадлежащей семейству, которое характеризуется параметром размера  $\frac{l}{r} = 1,667$ . Для сближения или привязки кривых друг с другом были взяты точки максимума  $\Pi_1$  и минимума  $\Pi_2$  (рис. 92). При сравнении ординат, отнесенных к выбранным точкам, получены значения

$$\frac{i(x_1 = 15)}{i(\alpha_1 = 67^\circ)} = \frac{11,00}{1,01} = 10,9 = i_{01};$$

$$\frac{i(x_2 = 18)}{i(\alpha_2 = 187^\circ)} = \frac{5,8}{0,46} = 12,6 = i_{02}.$$

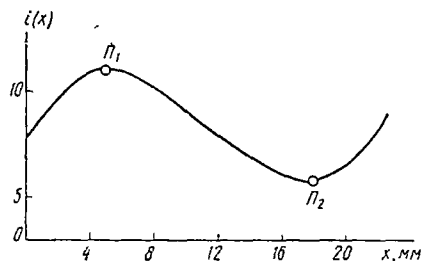


Рис. 92. Кривая  $i(x)$ :  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  — точки сближения

Исходные данные для синтеза рычажного узла

Исходные значения			Значения по узлу $\frac{a}{r} = 0,80; \frac{l}{r} = 1,67$				Исходные значения			Значения по узлу $\frac{a}{r} = 0,80; \frac{l}{r} = 1,67$			
$x$ в мм	$i(x)$	$[i(x)]_1$	$\alpha$ в град	$i_D\left(\alpha; \frac{l}{r}, \frac{a}{r}\right)$	$[i(x)]_1$ по $\alpha$	$i_D(\alpha) - [i(x)]_1$ по $\alpha$	$x$ в мм	$i(x)$	$[i(x)]_1$	$\alpha$ в град	$i_D\left(\alpha; \frac{l}{r}, \frac{a}{r}\right)$	$[i(x)]_1$ по $\alpha$	$i_D(\alpha) - [i(x)]_1$ по $\alpha$
0	7,6	0,70	18	0,47	0,68	-0,21	12	7,9	0,73	126	0,70	0,71	-0,01
1	8,8	0,81	27	0,65	0,78	-0,13	13	7,4	0,68	135	0,65	0,67	-0,02
2	9,7	0,89	36	0,81	0,88	-0,07	14	6,9	0,63	144	0,61	0,62	-0,01
3	10,4	0,96	45	0,92	0,95	-0,03	15	6,5	0,60	153	0,58	0,57	+0,01
4	10,9	1,00	54	0,98	1,00	-0,02	16	6,1	0,56	162	0,55	0,55	0,00
5	11,0	1,01	63	1,01	1,01	0,00	17	5,9	0,54	171	0,54	0,54	0,00
6	11,0	1,01	72	1,00	1,01	-0,01	18	5,8	0,53	180	0,54	0,55	-0,01
7	10,7	0,98	81	0,98	0,98	0,00	19	6,1	0,56	189	0,56	0,59	-0,03
8	10,2	0,94	90	0,93	0,93	0,00	20	6,6	0,61	198	0,62	0,65	-0,03
9	9,6	0,88	99	0,87	0,87	0,00	21	7,3	0,67	207	0,78	0,73	+0,05
10	9,0	0,83	108	0,81	0,81	0,00	22	8,3	0,76	216	1,29	0,82	+0,47
11	8,4	0,77	117	0,75	0,76	-0,01							

Отсюда видно, что хотя  $i_{01}$  и  $i_{02}$  численно близки, все же расхождение между ними значительно и его надо уменьшить. С этой целью сделана попытка перейти к соседней кривой (см. рис. 82) несколько большего параметра  $\gamma$ . После трех проб величина  $\gamma$  была выбрана равной  $17^\circ 30'$  ( $\frac{a}{r} = 0,80$ ), для которой потом по формуле (164) была вычислена таблица значений  $i_{\text{кш}}\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$  (графа 5 табл. 11) и построена кривая 1 на рис. 93.

Для точек сближения  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  кривых, показанных на рис. 92 и 93, оказалось  $i_{01} = i_{02} = 10,9$ , что и принято за  $i_0$ .

Чтобы можно было сравнивать кривые  $i(x)$  с  $i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$  численно, произведен пересчет величин  $i(x)$  по формуле

$$[i(x)]_1 = \frac{i(x)}{10,9}.$$

Значения  $[i(x)]_1$  нанесены на координатную плоскость рис. 93, откуда видно, как совпадает  $i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$  с  $[i(x)]_1$  (графа 7 табл. 11). По-видимому, лучших результатов можно достигнуть, если от семейства кривых параметра  $\frac{l}{r} = 1,667$  перейти к соседнему семейству с несколько увеличенным или уменьшенным  $\frac{l}{r}$ .

Так как рабочий интервал преобразований по  $x$  простирается от 0 до 22 мм, то как следует из рис. 93, по углу  $\alpha$  он займет диапазон от  $\alpha_0 = 18^\circ 57'$  до  $\alpha_{\max} = 210^\circ 44'$ . Соответствие между  $x$  и  $\alpha$  показано непосредственно на рисунке.

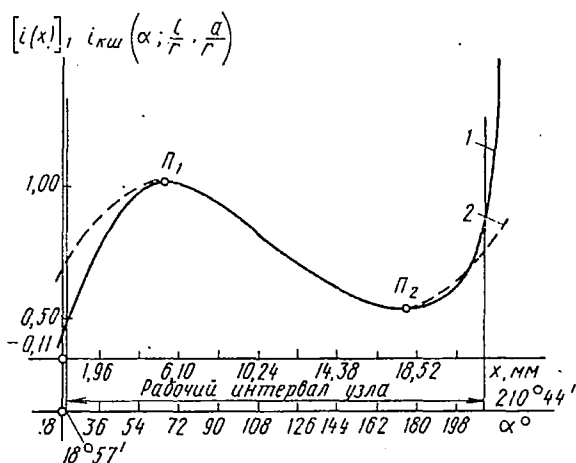


Рис. 93. Схема сближения кривых:

1 — кривая  $i_{\text{кш}}\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$ ; 2 — кривая  $[i(x)]_1$ ;  $P_1, P_2$  — точки сближения

Таким образом, для заданного  $i(x)$  найден рычажный передаточный узел — кривошипно-шатунный, определены его параметры  $\frac{l}{r}$  и  $\gamma$ , указан интервал работы ( $\alpha_{\max} - \alpha_0$ ).

#### 54. КОНТРОЛЬ ПО ТОЧНОСТИ И ОТКЛОНЕНИЯМ

Предположим, что фактор измерения  $x$ , указанный формулой (175), подается на вход цепи преобразования (рис. 89) без всяких ошибок, но сама цепь по причине несовершенства изготовления и из-за неполного совпадения  $i_{\text{ф}}(x)$  с  $i(x)$  работает не вполне точно. Поэтому на ее выходе заданное формулой (176) значение  $\varphi$  получаем с некоторой ошибкой  $\Delta\varphi$ .

Главными причинами ошибок являются:

а) несовпадение фактического функционального множителя  $i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$  с требуемым  $\frac{i(x)}{i_0}$ ;

б) возможные неточности в осуществлении постоянного множителя  $i_0$  и параметров  $\frac{l}{r}$ ,  $\gamma$  и т. д.;

в) неточности в установке независимой преобразования  $\alpha$ ;

г) наличие зазоров в шарнирах и направляющих, некоторые перекосы и смещения осей, неточности в геометрических формах высших пар.

Перекосы и смещения осей, неточности высших пар оказывают малое влияние на численные значения  $i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$  и во внимание их можно не принимать. Влияние зазоров должно быть сведено к нулю в процессе сборки и отладки за счет применения в конструкциях разрезных сжимаемых втулок и переставляемых направляющих. Учитывая сказанное, принимаем, что причинами погрешностей будут только первые три и потому фактическое передаточное отношение можно выразить так

$$i_{\Phi}(x) = \left[ i_0 i \left( \alpha; \frac{l}{r}; \gamma \right) \right]_p + i_0 \delta i_{\alpha} + i_0 \delta i_{\frac{l}{r}} + \\ + i_0 \delta i_{\gamma} + i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right) \delta i_0,$$

где  $\left[ i_0 i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right) \right]_p$  — расчетное значение функционального множителя,

$$\delta i_{\alpha} = \frac{\partial i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)}{\partial \alpha} \delta \alpha, \\ \delta i_{\frac{l}{r}} = \frac{\partial i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)}{\partial \left( \frac{l}{r} \right)} \delta \left( \frac{l}{r} \right), \\ \delta i_{\gamma} = \frac{\partial i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)}{\partial \gamma} \delta \gamma,$$

$\delta i_0$  — возможная неточность в расчетном значении  $i_0$ ;

$\delta \alpha$ ;  $\delta \left( \frac{l}{r} \right)$ ;  $\delta \gamma$  — возможные неточности в установке  $\alpha$  и по параметрам  $\frac{l}{r}$ ,  $\gamma$ .

Максимумы этих неточностей в производстве ограничиваются допускаемыми значениями, т. е.

$$\delta i_0 \leq [\delta i_0]; \\ \delta \alpha \leq [\delta \alpha]; \\ \delta \left( \frac{l}{r} \right) \leq \left[ \delta \left( \frac{l}{r} \right) \right]; \\ \delta \gamma \leq [\delta \gamma].$$

Для дифференциала погрешности по выходной величине  $\Phi$  следует принять

$$d(\Delta\Phi) = d\Phi_{\Phi} - d\Phi,$$

где  $\varphi_{\phi}$  — фактическое значение выходной величины;  
 $\varphi$  — ее точное значение, отвечающее формуле (176).

Так как по схеме преобразования

$$d\varphi_{\phi} = i_{\phi}(x) dx = i_0 i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right) dx,$$

$$d\varphi = i(x) dx,$$

то для дифференциала погрешности получим

$$d(\Delta\varphi) = \left[ i_0 i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right) - i(x) \right] dx;$$

а для самой погрешности, т. е. для ее текущего значения, отнесенного к координате  $x$ , найдем

$$\Delta\varphi(x) = \int_{x_0}^x \left[ i_0 i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right) - i(x) \right] dx.$$

Так как  $i_0 = \text{const}$ , а  $\delta i_0$  не зависит от  $x$ , то, производя подстановку и сгруппировав члены, получим

$$\Delta\varphi(x) = i_0 \int_{x_0}^x \left\{ \left( 1 + \frac{\delta i_0}{i_0} \right) i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)_p - \right. \\ \left. - \frac{i(x)}{i_0} + \sum_1^{\eta=k} \delta i_{\eta} \right\} dx. \quad (186)$$

При построении цепи преобразований необходимо, чтобы при всех значениях  $x$  было

$$|\Delta\varphi(x)| \leq [\Delta\varphi]. \quad (187)$$

В отношении числовой величины  $[\Delta\varphi]$  в разных случаях могут выдвигаться разные требования, но среди них, в первую очередь, нужно указать на два.

Первое требование состоит в том, что необходимо достигнуть требуемой точности преобразования. Оно характерно для измерительных устройств, для которых допускаемая погрешность  $[\Delta\varphi]$  обычно мала. Помимо того, величина  $[\Delta\varphi]$  указывается не по фактору измерения  $x$  или по его выходному значению  $\varphi$ , а по измеряемой величине  $p$  в виде допускаемой ошибки  $[\Delta p]$ . По этим причинам для получения выражения погрешности можно записать

$$\Delta\varphi \approx d\varphi = \frac{d\varphi(p)}{dp} dp$$

и, следовательно, допускаемое значение

$$[\Delta\varphi] = \frac{d\varphi(p)}{dp} [\Delta p]. \quad (188)$$

Из выражения (188) следует, что хотя  $[\Delta p]$  фиксировано, но числовое значение допускаемой погрешности не является постоянным и меняется вдоль интервала преобразования вместе с изменением производной, что усложняет задачу проектанта, так как накладывает определенные ограничения на выбор вида функции  $\varphi$  по формуле (176).

Второе требование заключается в том, что достаточно, если выходная функциональная зависимость (176) осуществляется хотя бы приближенно. Главная цель состоит в получении подходящего характера изменения функции  $\varphi$ , а не в точности преобразования. Поэтому допуск для условия (187) может быть довольно большим и его следует указывать, как обычную постоянную прямо по выходной величине  $\varphi$ .

Рассмотрим теперь, как может быть выполнено каждое требование.

В первом случае, чтобы неточности преобразования были малы, необходим особо тщательный подбор рычажного узла по его функциональному множителю. Также небольшими следует назначать допускаемые отклонения  $[\delta i_0]$ ,  $[\delta \alpha]$ ,  $[\delta(\frac{l}{r})]$  и  $[\delta \gamma]$ .

Фактические неточности изготовления хотя и с небольшой вероятностью, все же могут достигнуть своих допускаемых значений одновременно. В таком случае они создают возможность для возникновения максимальных погрешностей  $\Delta \varphi(x)_{\max}$  по всему интервалу преобразования. Поэтому для подсчета  $\Delta \varphi(x)_{\max}$  следует подставить значения  $[\delta i_0]$ ,  $[\delta \alpha]$  и т. д. в уравнение (186) как постоянные, тогда условие (187) с учетом формулы (188) будет иметь вид

$$\begin{aligned} & \int_{x_0}^x \left\{ \left( 1 + \frac{\delta i_0}{i_0} \right) i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)_p - \frac{i(x)}{i_0} \right\} dx + \\ & + [\delta \alpha] \int_{x_0}^x \frac{\partial i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)}{\partial \alpha} dx + \left[ \delta \left( \frac{l}{r} \right) \right] \int_{x_0}^x \frac{\partial i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)}{\partial \left( \frac{l}{r} \right)} dx + \\ & + [\delta \gamma] \int_{x_0}^x \frac{\partial i \left( \alpha; \frac{l}{r}, \gamma \right)}{\partial \gamma} dx \leq \frac{[\Delta p]}{i_0} \cdot \frac{d\varphi(p)}{dp}. \end{aligned} \quad (189)$$

Для непосредственной проверки условия (189) необходимо выполнить вычисления, взяв достаточное число точек вдоль всего интервала преобразований от  $x_0$  до  $x_{\max}$ . Требуемая точность цепи преобразования достигается, если правая сторона превосходит левую по абсолютному значению во всех точках. Возможности такого превосходства не очень велики. Их можно получить при удачном подборе узла по его функциональному множителю и назначением соответствующих допусков. Таким образом, фор-

мула (189) является критерием точности решения задачи преобразования.

Формулу (189), вместе с тем, можно рассматривать как условие ограничения числа параметров или сложности проектируемой цепи. При большом числе параметров, даже при очень хорошем подборе множителя  $i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$ , легко может оказаться, что левая сторона превзойдет правую. Последнее означает, что цепь преобразования излишне сложна, — необходимы узлы с меньшим числом параметров.

Во втором случае главную часть погрешности  $\Delta\varphi(x)$  составит расхождение между  $i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)$  и  $\frac{i(x)}{i_0}$  — как результат менее тщательного подбора рычажного узла. Часть, обусловленная неточностями изготовления, окажется несущественно малой, и ее можно не принимать во внимание. Поэтому в выражении (186) член суммы под интегралом отбросим и получим

$$\Delta\varphi(x)_{\text{от}} = i_0 \int_{x_0}^x \left\{ i\left(\alpha; \frac{l}{r}, \gamma\right)_p - \frac{i(x)}{i_0} \right\} dx.$$

Величину  $\Delta\varphi(x)_{\text{от}}$  уже не следует называть ошибкой преобразования. Она является отклонением выходной величины. По абсолютному значению эта величина много больше обычной неточности. Для отклонений так же задается допускаемое значение, при котором характер изменения выходной величины все еще приемлем.

# Глава VI

## ВИНТОВЫЕ УЗЛЫ

### 55. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Конструкция всякого винтового передаточного узла основана на кинематической паре винт—гайка (рис. 94). Ее главная задача состоит в преобразовании вращательных движений в поступательные и моментов в силы.

Если гайка закреплена неподвижно, то вращающийся винт движется относительно нее поступательно вдоль своей оси. Точно так же при вращении гайки, либо перемещается она сама, если винт неподвижен, либо поступательно движется винт, когда гайка лишена возможности перемещаться в осевом направлении: Наконец, возможен и самый общий случай, при котором незакрепленные элементы винтовой пары имеют независимые вращения, создающие соответствующие поступательные осевые перемещения винта и гайки. Таким образом, в кинематическом отношении винтовой узел позволяет иметь довольно разнообразные связи выхода со входом.

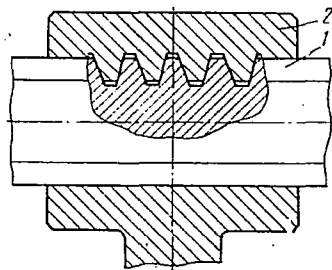


Рис. 94. Винтовой узел:  
1 — винт; 2 — гайка

Ведущий элемент всегда совершает вращательные движения, ведомый — поступательные. Обратное преобразование для обычных винтовых пар невозможно. Ему препятствует тормозящее действие сил трения по работающим поверхностям элементов.

Винтовые передачи широко распространены и одинаково часто используются как в механизмах машин, так и в приборах. Объясняется это тем, что винтовая пара обладает рядом достоинств.

Винтовой узел позволяет преобразовывать очень быстрые вращательные движения ведущего элемента в очень медленные прямолинейные перемещения ведомого, т. е. она может иметь довольно малое передаточное отношение.

В этом заключено главное преимущество винтовой передачи перед всеми остальными. Поэтому ее в первую очередь применяют для получения всякого рода точных небольших перемещений, установок и измерения длин.

Винтовая пара является хорошим и эффективным преобразователем моментов в силы, позволяя получать значительные усилия на прямолинейно перемещающемся элементе при относительно малых движущих моментах на вращающейся части.

Так как на практике винтовые пары часто должны строиться с небольшими углами подъема спирали резьбы (не более  $5-6^\circ$ ), то это влечет за собой стопорение силами трения и создает необратимость или жесткую направленность для преобразований, не позволяя ведомому прямолинейно движущемуся элементу меняться ролью с вращающимся ведущим. Подобные свойства иногда необходимы, и тогда используют винтовые узлы.

Конструкция винтовой пары очень проста, занимает мало места, исключительно надежна в работе, а изготовление ее доступно почти каждому производству.

Недостатками винтового узла являются:

большие потери на трение в резьбовом сопряжении гайки с винтом и, следовательно низкое значение к. п. д. передачи;

большой износ сопрягаемых трущихся поверхностей.

Износ и потери на трение могут ограничивать применение винтовых пар при больших числах оборотов и длительной работе, либо требуют особого внимания и тщательности при подборе материалов для их элементов;

при изготовлении очень трудно добиться достаточно точного сопряжения рабочих поверхностей резьб винта и гайки. Неизбежен какой-то зазор между этими поверхностями, что приводит к так называемому мертвому ходу по вращению ведущего элемента, т. е. для того, чтобы выбрать зазор, ведущий элемент должен сделать заметный поворот на какое-то количество градусов, и только после этого ведомый придет в прямолинейное перемещение. Мертвый ход может быть значительным, создавая ошибку передачи. Он особенно ощутим при реверсе или перемене направления вращения ведущего элемента.

Трудно указать машину или прибор, где для тех или иных целей не применялись бы винтовые пары. Но прежде всего и больше всего их применяют как узлы креплений.

В механизмах машин винтовые пары применяются в устройствах поднятия грузов, в конструкциях прессов обработки давлением, для получения сил нагружения в испытательных и прижимных конструкциях, для получения перемещений в точных делительных устройствах станков, механизмах установки, настройки, отладки, регулировки и т. д.

В приборах винтовые пары часто используют для тех же целей, что и в машиностроении, но обычно при значительно меньших нагрузках. Особенно большое применение они нашли в различных устройствах измерения длин или размеров, а также как преобразователи вращений в перемещения в узлах точной выставки небольших расстояний между деталями чувствительных элементов.

## 56. КОНСТРУКТИВНЫЕ ФОРМЫ

Самой простой и самой распространенной конструктивной формой винтового узла является сопряжение винт—гайка. Пример его использования показан на рис. 95, где зубчатая пара *б* приводит во вращение винт *5*, а от него гайка *2* перемещает каретку *3*

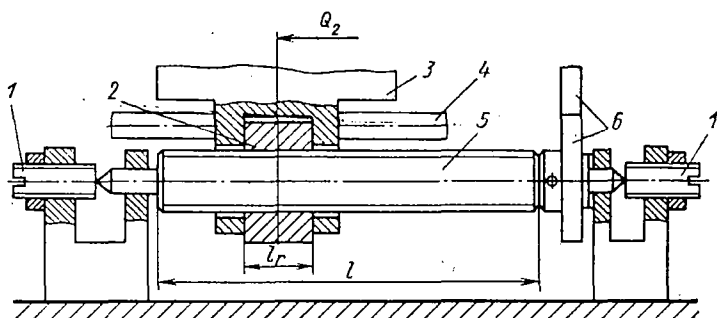


Рис. 95. Механизм перемещения каретки

по направляющим *4*. Перемещение винта в осевом направлении исключено с помощью упоров *1*, а гайка *2* фиксирована в теле каретки *3*.

В отдельных случаях малоточных неотчетливых устройств винт может фиксироваться и располагаться в опоре лишь с одного конца, а второй поддерживается самой гайкой.

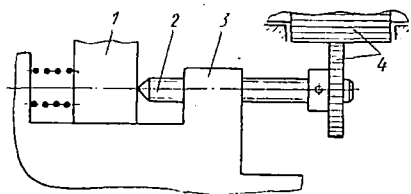


Рис. 96. Винтовой узел:

*1* — перемещаемая деталь; *2* — винт; *3* — гайка; *4* — зубчатая приводная пара

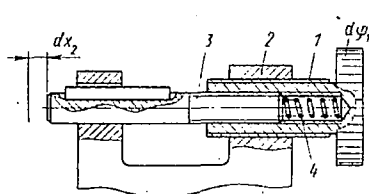


Рис. 97. Дифференциальный винтовой узел:

*1* — ведущий винт; *2* — гайка; *3* — ведомый винт; *4* — пружина

Если гайка закреплена неподвижно (рис. 96), то имеем тот редкий случай, когда ведущая по вращению деталь является одновременно ведомой по осевому перемещению. Такое передающее устройство оказывается наиболее точным, и принцип его действия используется в различных микрометрических конструкциях.

В тех случаях, когда выходное прямолинейное перемещение должно быть особенно малым при значительном повороте ведущего элемента, применяют дифференциальные винтовые механизмы. Пример построения дифференциального винтового узла показан на рис. 97. Здесь ведущим является винт *1*, а ведомым — винт *3*.

Направление резьбы у них одно и то же, например, правое и потому при правом вращении винт 1 перемещается влево и втягивает в себя винт 3. Следовательно, суммарное выходное перемещение винта 3 окажется разностью ходов винтов 1 и 3 и может быть сделано каким угодно малым и с любым знаком.

При разном направлении резьб осевые перемещения винтов 1 и 3 складываются и на выходе получаем их сумму. Если винту 3 придавать собственное независимое вращение, то на его выходе получим сумму или разность перемещений, пропорциональных входным вращениям. В этом случае дифференциальный винтовой узел превращается в суммирующее решающее устройство.

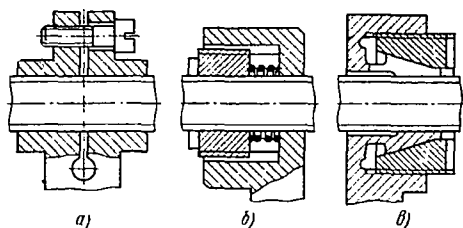


Рис. 98. Устранение зазоров:

а — за счет стягивания винтом; б — пружиной; в — цанговым зажимом

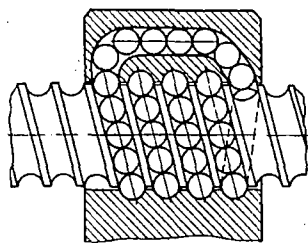


Рис. 99. Шариковинтовой узел

Три только что рассмотренных узла являются основными и указывают пути получения других более сложных винтовых устройств.

Наличие зазора между резьбовыми поверхностями (и его следствия — мертвого хода) является большим недостатком винтовой пары. Особенно остро он ощущается в случаях, когда входное вращение должно изменяться на обратное. Для уменьшения мертвого хода и даже для полной его ликвидации, конструкции гаек выполняют так, чтобы во время сборки и отладки, а затем и в процессе эксплуатации можно было устранять зазоры между работающими поверхностями резьб путем поджима резьбы цангами, пружинами (рис. 98) или же за счет применения сдвоенных или разрезных гаек, которые стягиваются до полного устранения зазоров.

Для заметного уменьшения сопротивления по резьбовым поверхностям применяют винтовые пары, в которых трение скольжения в значительной мере устранено и заменено трением качения. Схема такой конструкции показана на рис. 99. Здесь силовое замыкание между винтом и гайкой происходит через шарики, заполняющие винтовые канавки винта и полости гайки. По мере поворота и продвижения винта вдоль своей оси шарики вытесняются в обводной канал и с другой его стороны заполняют приходящие новые полости. Таким путем повышается к. п. д. до 90% и больше.

Недостаток шариковинтовых узлов заключается в их сложности и трудности изготовления, но там, где фактор уменьшения потерь на трение и особенно получения легкости важен они находят все большее применение. Их можно встретить в приводах автомобилей, самолетов, в станкостроении и т. д.

## 57. РЕЗЬБЫ И ТОЧНОСТИ

Выбор типа резьбы для винтовой пары в первую очередь определяется назначением проектируемого узла, требованиями к точности его работы, затем необходимостью иметь легкий ход и другими условиями, которые известны только в каждом конкретном случае. Выбор производят, опираясь на сведения, полученные из опыта применения различных резьб, и на справочные нормы, которые созданы в процессе производства за многие десятилетия.

В соответствии с этим для нагруженных силами ходовых и других винтов, применяют резьбы с трапецидальным профилем сечения и относительно малыми углами наклона боковых рабочих поверхностей винтовых гребней, т. е. трапецидальные резьбы по ГОСТ 9484—60 — крупные, нормальные и мелкие. Благодаря относительно малому углу наклона профиля (рис. 100,  $\alpha = 15^\circ$ ) изготовление таких резьб не затруднительно и не влечет сильного возрастания моментов трения.

Согласно ГОСТ 9562—60 для изготовления трапецидальных резьб гаек и сопрягаемых с ними винтов установлены классы точности и отвечающие им поля допусков. Для гаек — классы 1-ый, 2-ой и 3-ий, а для винтов — 1-ый класс при скользящей посадке, 2-ой — при посадке движения и 3-ий — при ходовой. Выбор классов производится в зависимости от требований точности. Однако, она, а так же легкость хода винтовой пары обусловлены длиной резьбового соединения и тем, как устраняется зазор в нем.

Трапецидальные резьбы могут быть одно-, двух- и многозаходными, но количество последних все же не делается больше 5—7.

Трапецидальные резьбы находят преимущественное применение и в приборостроении для построения достаточно точных и долговечных узлов.

Для винтов, работающих в прессах при больших односторонних нагрузках, используют упорные резьбы.

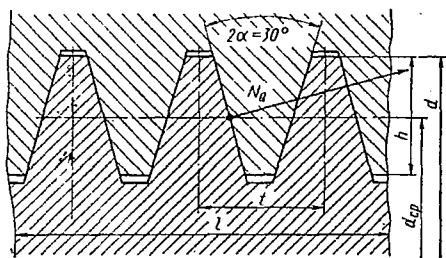


Рис. 100. Резьба трапецидальная в осевом сечении

В узлах очень точных перемещений применяют трапецидальные резьбы с меньшим, чем у стандартных, углом  $\alpha$  профиля сечения гребня, а в некоторых случаях — прямоугольные резьбы, которые позволяют иметь наиболее точные осевые перемещения по ведомому элементу. Однако трудность изготовления прямоугольных резьб является наибольшей.

Точные винтовые пары делительных и измерительных ненагруженных устройств машин и приборов изготавливают также с резьбой треугольного профиля и углами при вершине в  $30^\circ$  и даже  $60^\circ$ . В таком случае получаем более мелкий шаг, чем в трапецидальных и прямоугольных резьбах, что обеспечивает большую точность перемещений на выходе.

В ненагруженных неотчетливых приборных узлах, где требования к точности низки или вообще никак не оговорены, может применяться простая крепежная метрическая резьба, которая подбирается по диаметру и шагу.

Изготовление ходовых винтов, способных давать расчетные перемещения определенной точности, производят при соблюдении установленных на практике норм на отклонения по шагу и по наибольшей накопленной ошибке  $\Delta s_1$ , отвечающей некоторой длине. Эти нормы указаны для каждого класса точности и для определенных длин. Их следует использовать при подборе типа резьбы, назначении классов точности и для указания возможных погрешностей работы винтовых узлов.

## 58. МАТЕРИАЛЫ И ПОКРЫТИЯ

Материалы и покрытия элементов винтовой пары должны отвечать особенностям и условиям работы, т. е. их необходимо подбирать так, чтобы получить стойкую против износа и коррозии, легкую на ходу и не склонную к заеданию пару, работающую при небольшом трении. Помимо того, выбор материалов должен учитывать различную степень трудности изготовления винта и гайки. Винт, благодаря большей доступности его резьбы для режущего и мерительного инструментов, значительно легче изготовить, чем запрятанную в полость отверстия резьбу гайки.

Для элементов ответственных винтовых пар материалы должны быть высококачественными по их механическим свойствам и разными по физической природе. Механическая разнородность может быть получена разными путями: во-первых, — просто выбором (например, сталь и бронза), во-вторых, — за счет различной термообработки, в-третьих, при помощи соответствующих покрытий работающих поверхностей. Наконец, подбор материалов, термообработки и покрытий можно применить одновременно, целесообразно стремясь к возможному эффекту в работающей паре. При этом приходится принимать во внимание, что благодаря сложному рельефу резьбы термообработка и покрытия здесь сильно затруднены, могут применяться лишь ограниченно и не приводят

к решающим изменениям, каких можно добиться в узлах с деталями более простой формы. Следовательно, здесь очень важно получить правильное сочетание механических свойств подобранных материалов.

Отсюда следует, что для винтов надо применять более прочные, твердые и износостойкие материалы. Сверх того, материал винта должен быть достаточно прочным по отношению к напряжениям изгиба и кручения и достаточно жестким, чтобы не давать заметных деформаций. Этим требованиям сейчас лучше всего отвечают различные стали.

Если не предусматривается закалка, то используют стали 45, 50 или же А45, А50 (содержат от 0,15 до 0,5% свинца, повышающего обрабатываемость). Для винтов с последующей закалкой применяют углеродистые стали У8, У10, конструкционные 65Г, легированные 40Х, 40ХГ, 40ХВГ и др. Закалка производится до твердости *HRC* 60—64 и последующая обработка поверхностей профиля до 9-го класса чистоты.

Стальные винты могут подвергаться различным покрытиям для защиты от коррозии, придания им определенного внешнего вида, износостойкости и для большей легкости хода. Такими покрытиями могут быть оксидирование, цинкование, кадмирование, никелирование, хромирование и диффузионное насыщение.

Для повышения твердости и износостойкости поверхностей применяется хромирование, а диффузионное насыщение верхнего слоя каким-нибудь компонентом, как азот, хром, алюминий (азотирование, термохромирование, алитирование), позволяет, помимо того, получить высокую коррозионную стойкость стального винта в атмосферных условиях. Но процесс хромирования очень чувствителен к неровностям сложного рельефа резьбы и дает неравномерную толщину покрывающего слоя, а диффузионное насыщение, хотя и отличается равномерностью, но производится при сравнительно высоких температурах (400° С и выше), что может вызывать коробление, которое потребует дальнейших технологических операций по исправлению возникших дефектов формы. Поэтому настоящие покрытия применяются не всегда и чаще для относительно коротких винтов.

Для гаек наилучшим материалом являются бронзы, такие как ОЦС-6-3, ОФ10-1, АЖ9-4 и некоторые марки латуней. В машиностроении при медленных вращениях и небольших нагрузках используют антифрикционный чугуи. В приборостроении, где нагрузки часто невелики, может быть применен текстолит, капрон и некоторые другие неметаллические материалы, стойкие против износа и дающие малое трение при смазке.

Главный недостаток неметаллических материалов заключается в их плохой теплопроводности, поэтому их применение предпочтительно там, где мало тепловыделение по трущимся поверхностям.

Если считать, что резьба винтовой пары однозаходная, то при каждом обороте ведущего элемента, ведомый перемещается в осевом направлении ровно на один шаг  $t$  (рис. 101). Следовательно,

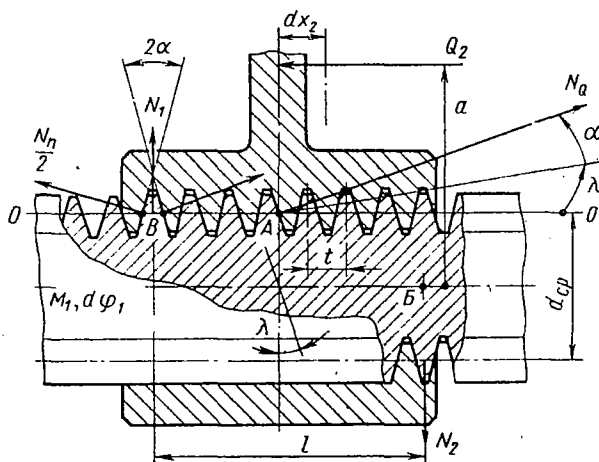


Рис. 101. Схема взаимодействия винта и гайки

дифференциал выходного перемещения  $dx_2$  связан с дифференциалом входного поворота  $d\varphi_1$  соотношением

$$dx_2 = \frac{t}{2\pi} d\varphi_1,$$

и передаточное отношение

$$i_1 = \frac{dx_2}{d\varphi_1} = \frac{t}{2\pi},$$

т. е. оно определяется только шагом резьбы.

Аналогично для резьбы с числом заходов  $n$

$$i_n = \frac{nt}{2\pi}.$$

Для дифференциального винтового узла (рис. 97), тем же способом легко получить

$$i_d = \frac{n_1 t_1 \mp n_2 t_2}{2\pi}, \quad (190)$$

где  $n_1, t_1$  — число заходов и шаг первой резьбы;

$n_2, t_2$  — число заходов и шаг второй резьбы;

знак — ставится при однонаправленных резьбах;

знак + — при разнонаправленных.

Формула (190) является достаточно общей и применима к любому из рассмотренных узлов.

Угол наклона  $\lambda$  витка резьбы довольно просто определяется из его развертки на плоскость и выражается формулой

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{nt}{\pi d_{\text{cp}}}, \quad (191)$$

где  $d_{\text{cp}}$  — средний диаметр по поверхности витков резьбы.

Мало применяемая, но достаточно общая схема нагружения и работы винтовой пары представлена на рис. 101. Здесь противодействующая сила  $Q_2$  параллельна оси винта и приложена на некотором расстоянии  $a$  от последней. Профиль сечения витка резьбы является треугольным с углом  $\alpha$ , а сам виток имеет наклон  $\lambda$ .

Приближенное рассмотрение позволяет считать, что сила  $Q_2$  уравнивается, во-первых, со стороны поверхности резьбы активной нормальной силой  $N_Q$ , приложенной в точке  $A$  по диаметру  $d_{\text{cp}}$ , во-вторых, — парой сил  $N_1, N_2$ , действующих по краям гайки и перпендикулярных оси винта.

Силы  $N_1$  и  $N_2$  являются составляющими нормальной реакции  $N_n$  на давление витков гайки и определяются равенством

$$N_1 = N_2 = N_n \sin \alpha.$$

Из условия равновесия моментов относительно какой-нибудь точки на оси винта (например,  $B$ ) получим

$$N_n \sin \alpha l = Q_2 a,$$

откуда

$$N_n = \frac{a}{l} \cdot \frac{Q_2}{\sin \alpha}.$$

При вращении винта, в точках  $A$  и  $B$  приложения сил  $N_Q$  и  $N_n$  возникнут силы трения, которые отклонены от осевой линии резьбы  $O-O$  на угол  $\frac{\pi}{2} + \lambda$  и потому условие равновесия между  $Q_2$  и всеми остальными силами по телу гайки нужно выразить так

$$Q_2 - N_Q \cos \alpha \cos \lambda - N_Q f \cos \left( \frac{\pi}{2} + \lambda \right) - N_n f \cos \left( \frac{\pi}{2} + \lambda \right) = 0,$$

что позволяет получить

$$N_Q = \frac{1 + f \frac{a}{l} \cdot \frac{\sin \lambda}{\sin \alpha}}{\cos \alpha \cos \lambda - f \sin \lambda}.$$

Так как коэффициент трения  $f$  и  $\sin \lambda$  всегда заметно меньше единицы, то для  $N_Q$  можно указать приближенное выражение

$$N_Q \approx \left[ 1 + f \sin \lambda \left( \frac{a}{l} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha \cos \lambda} \right) \right] \frac{Q_2}{\cos \alpha \cos \lambda},$$

из которого следует, что  $N_Q$ , как и  $N_n$ , очень сильно зависит от относительного плеча приложения силы  $\frac{a}{l}$ .

Определим теперь активный момент  $M_1$ , который нужно приложить к винту, чтобы преодолеть сопротивление силы  $Q_2$ .

Для этого напишем уравнение работ момента  $M_1$  и пассивных сил сопротивления винтовой пары

$$M_1 d\varphi_1 = Q_2 dx_2 + N_Q f ds + 2N_n f ds,$$

где  $ds = \frac{d_{cp}}{2} \cdot \frac{d\varphi_1}{\cos \lambda}$  — элементарный путь, на котором работают силы трения при повороте винта на  $d\varphi_1$ ;

$dx_2 = \frac{nt}{2\pi} d\varphi_1$  — путь гайки при повороте винта на элемент угла  $d\varphi_1$ .

Заменяя справа  $dx_2$ ,  $N_Q$ ,  $N_n$  и  $ds$  на их выражения и воспользовавшись формулой (191), найдем

$$M_1 = \frac{1}{2} Q_2 d_{cp} \left[ \operatorname{tg} \lambda + \frac{f}{\cos \lambda} \left( \frac{1 + f \frac{a}{l} \cdot \frac{\sin \lambda}{\sin \alpha}}{\cos \alpha \cos \lambda - f \sin \lambda} + \frac{2a}{l \sin \alpha} \right) \right]. \quad (192)$$

Второй член квадратной скобки формулы (192) представляет собой долю потерь момента  $M_1$  на трение, а первый —  $\operatorname{tg} \lambda$  — долю полезной работы на преодоление внешнего полезного сопротивления  $Q_2$ . Поэтому к. п. д. такого узла оказывается таким

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{f}{\sin \alpha} \left[ \frac{1 + f \frac{a}{l} \cdot \frac{\sin \lambda}{\sin \alpha}}{\cos \alpha \cos \lambda - f \sin \lambda} + \frac{2a}{l \sin \alpha} \right]}. \quad (193)$$

В конструкциях относительное плечо  $\frac{a}{l}$  приложения силы сопротивления  $Q_2$  может быть значительным, превышая в несколько раз единицу.

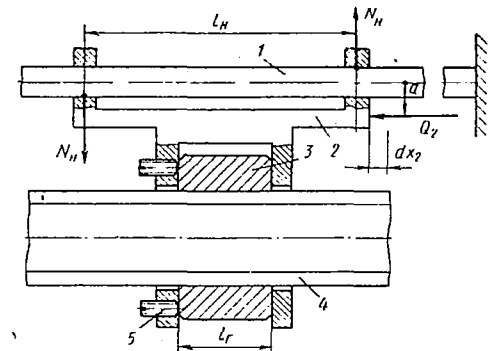


Рис. 102. Схема типового узла:

1 — направляющая прямолинейных перемещений; 2 — перемещаемая каретка; 3 — гайка; 4 — винт; 5 — винты выборки зазора между гайкой и кареткой

В таком случае, как это следует из формул (192) и (193), потери на трение окажутся большими, узел будет испытывать превосходящие силы  $N_n$ ,  $N_Q$  и выделять много тепла через трение, что приводит к плохой работе узла и даже к заеданию в сопряжении по резьбе.

Конструкции, работающие по только что рассмотренной схеме, допустимы к применению лишь в грубых, неотчетливых устройствах, как находящиеся под небольшой нагрузкой и испытывающие противодействие  $Q_2$  на относительно малом плече  $a$ . Во всех остальных случаях опрокидывающий момент от силы сопротивления  $Q_2$  должен быть

компенсирован с помощью специальных направляющих, по которым движется каретка (рис. 102). Такую схему надо рассматривать как типовую и использовать в первую очередь при построении винтовых узлов.

Согласно схеме, приведенной на рис. 102, реакции  $N_H$ , уравновешивающие момент  $Q_2 a$ , определяются формулой

$$N_H = \frac{a}{l_H} Q_2$$

и создают общую силу трения  $T = 2N_H f_H$ , которая складывается с противодействием  $Q_2$  и вместе они вызывают активную силу  $N_Q$  на поверхности резьбы

$$N_Q = \frac{Q_2 + 2T}{\cos \alpha \cos \lambda - f \sin \lambda} = \frac{\left(1 + 2f_H \frac{a}{l_H}\right) Q_2}{\cos \alpha \cos \lambda - f \sin \lambda}. \quad (194)$$

Для движущего момента  $M_1$  на винте из тех же соображений, что и выше, находим

$$M_1 d\varphi = Q_2 dx_2 + N_Q f ds + 2N_H f_H dx_2,$$

откуда после замены  $dx_2$ ,  $ds$  и при помощи формулы (191) получим

$$M_1 = \frac{1}{2} Q_2 d_{cp} \left(1 + \frac{2a}{l_H} f_H\right) \left(\operatorname{tg} \lambda + \frac{f}{(\cos \alpha \cos \lambda - f \sin \lambda) \cos \lambda}\right). \quad (195)$$

Входящее в формулы (194), (195) отношение  $\frac{a}{l_H}$  всегда может быть сделано достаточно малым, после чего станет малым возрастание силы  $Q_2$  и момента  $M_1$  по сравнению со случаем работы без направляющих. Величины во второй скобке в основном зависят от угла наклона витков резьбы  $\lambda$  и от коэффициента трения. Обозначим эту скобку  $\psi_M(\lambda; f)$  и, для краткости, запишем

$$M_1 = \frac{1}{2} Q_2 d_{cp} \left(1 + \frac{2f_H a}{l_H}\right) \psi_M(\lambda; f). \quad (195^*)$$

Следует отметить, что даже в том случае, когда коэффициенты трения  $f$ ,  $f_H$  известны вполне точно, вычисленные по формуле (195) момент будет меньше фактического. Такое расхождение тем больше, чем меньше сила  $Q_2$  и чем больше скользящих мест. Для более точного определения фактической величины момента  $M_1$ , к правой части формулы (195) необходимо прибавлять член  $M_0^c$ , характеризующий сопротивление от соприкосновения скользящих друг по другу деталей [см. формулу (9)]. Однако данные для указания величин  $M_0^c$  пока отсутствуют.

## 60. РАСЧЕТ ВИНТОВОГО УЗЛА

В различных механизмах приборов, а иногда и машин противодействующие силы  $Q_2$ , как правило, малы и потому размеры винта и гайки обычно определяют из конструктивных соображений или из необходимости получить достаточно жесткую конструкцию.

Поэтому после конструирования производят подсчет лишь потребного момента  $M_1$ , чтобы затем правильно подобрать источники движений, а все расчеты на прочность и жесткость выполняют как проверочные, после чего вносят соответствующие коррективы в конструкцию.

Для заметно и сильно нагруженных передач уже следует руководствоваться результатами расчетов на прочность и жесткость.

Первым этапом расчета должно быть составление достаточно ясной схемы с указанием расположения опор, величин пути хода гайки и противодействующих сил (их значений, направления и мест приложения). Такая схема обычно получается после проработки некоторого числа вариантов возможных конструктивных решений и последующего выбора наиболее приемлемого из них.

Из двух элементов винтовой пары наибольшего внимания заслуживает винт, так как он имеет относительно большую длину и потому подвергается сжатию, растяжению, изгибу и кручению. Гайка или та часть детали, в которой она выполнена, обычно коротка, а ее форма определяется конструктивно. Поэтому почти всегда она оказывается достаточно прочной и жесткой, так что сжатие, растяжение, изгиб и кручение для нее являются несущественными. Но гайка, как правило, выполняется из более мягкого материала и все ее витки постоянно находятся в работе, в то время как витки винта — более прочные и твердые, вступают в действие последовательно и работают в 3 или большее число раз меньше. Опыт согласуется с таким соображением и показывает, что винтовая передача чаще всего выходит из строя за счет износа гайки, а высокое качество ее работы в основном зависит от достаточной жесткости винта. Поэтому при расчете винтового узла витки гайки нужно защищать от недопустимых удельных контактных давлений, а для винта следует стремиться получить достаточную изгибную и продольную жесткость.

**Гайка.** Исходя из условий изготовления и опыта рекомендуется длину гайки  $l_r$  выбирать в зависимости от среднего диаметра винта  $d_{cp}$

$$l_r = \psi_r d_{cp}, \quad (196)$$

где коэффициент  $\psi_r$  для цельных гаек следует брать в диапазоне от 1 до 2,5 и для разъемных — от 2,5 до 3,5. Большие значения  $\psi_r$  рекомендуются для резьб меньших диаметров и наоборот. Такие гайки достаточно работоспособны, приемлемы в конструкциях и технологичны.

Допускаемое среднее давление на рабочей поверхности резьбы для бронзовой гайки со стальным закаленным винтом назначают  $120 \text{ кгс/см}^2$  и в некоторых устройствах до  $150\text{—}200 \text{ кгс/см}^2$ , с незакаленным винтом — до  $90\text{—}100 \text{ кгс/см}^2$ . При проектировании точных устройств эти значения снижают в 2 раза и более.

Обычно конструкцию строят таким образом, чтобы опрокидывающий момент  $Q_2 a$  (рис. 101) уравновешивался не силами  $N_n$  по

краям гайки, а специальными направляющими (рис. 102). Винтовой узел воспринимает лишь силу  $N_Q$ , определяемую формулой (194). В таком случае среднее удельное контактное давление на рабочей поверхности витков резьбы может быть подсчитано по очевидной формуле (рис. 100).

$$p_{\text{ср}} = \frac{N_Q}{\frac{h}{\cos \alpha} \pi d_{\text{ср}} z_p},$$

где  $h$  — рабочая высота витка резьбы, она связана с шагом постоянным коэффициентом

$$h = \psi_h t;$$

$z_p = \frac{l_r}{t}$  — число работающих витков.

Если принять, что закон распределения давлений  $p$  по числу витков  $z_p$  линеен и что на последнем работающем витке  $p_{\text{min}}$  мало или близко к нулю, то  $p_1$  на первом витке имеет максимальную величину и в 2 раза больше среднего, т. е.

$$p_1 = p_{\text{max}} = \frac{2N_Q}{\frac{h}{\cos \alpha} \pi d_{\text{ср}} z_p}.$$

Для расчетов может быть использовано любое из двух выражений (для  $p_{\text{ср}}$  и  $p_{\text{max}}$ ). Это зависит от того, какие берутся допускаемые удельные контактные давления  $[p]$  — средние или максимальные. Сейчас предпочтение отдается пока средним значениям. Поэтому, поставив условие, чтобы  $p_{\text{ср}}$  не превосходило  $[p_{\text{ср}}]$  и заменив  $h$ ,  $z_p$ , найдем

$$l_r d_{\text{ср}} \geq \frac{N_Q \cos \alpha}{\pi \psi_h [p_{\text{ср}}]}. \quad (197)$$

**Винт.** Расчет размеров винта требует, чтобы предварительно была указана схема конструкции узла и схема наиболее тяжелого нагружения винта в последнем. В общем случае ограничение напряжений на растяжение, изгиб и кручение вместе с допускаемыми нормами на соответствующие напряжения и деформации позволяют известными методами получить размеры поперечного сечения тела винта, т. е. внутренний диаметр его резьбы. Однако в правильно построенных конструкциях винт освобожден от изгибающих моментов и перерезывающих сил и испытывает только силу сжатия или растяжения  $Q_2$  и скручивающий момент  $M_1$ . Так получают более плавный и легкий ход гайки. Поэтому приведенное напряжение материала винта принимается таким

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2},$$

где  $\sigma = \frac{Q_2 + 2T}{\frac{\pi}{4} d_1^2}$  — напряжение сжатия или растяжения;

$\tau = \frac{M_1}{\frac{\pi}{16} d_1^3}$  — напряжение кручения;

здесь  $d_1$  — внутренний диаметр резьбы, для которого при проектных расчетах можно принимать  $d_1 \approx d_{ср}$ .

Заменим  $M_1$  на его выражение по формуле (195\*) и введем под корень значения  $\sigma$  и  $\tau$ , затем ограничим фактическое приведенное напряжение  $\sigma_{пр}$  допускаемым  $[\sigma]$  и, принимая  $d_1 \approx d_{ср}$ , получим

$$\sigma_{пр} = \frac{4 \left( 1 + 2f_n \frac{a}{l_n} \right)}{\pi d_{ср}^2} Q_2 \sqrt{1 + 4\psi_m^2(\lambda; f)} \leq [\sigma],$$

откуда

$$d_{ср} \geq 2 \sqrt{\frac{\left( 1 + 2f_n \frac{a}{l_n} \right) Q_2}{\pi [\sigma]} \sqrt{1 + 4\psi_m^2(\lambda; f)}}. \quad (198)$$

Допускаемое напряжение выбирают из условия

$$[\sigma] \leq \frac{\sigma_T}{3},$$

где  $\sigma_T$  — предел текучести материала винта.

Длина винта полностью определяется конструктивной схемой узла и его назначением, т. е. необходимым ходом гайки, ее размерами и размерами некоторых других деталей. Но вместе с тем, также необходимо, чтобы винт был достаточно устойчив против продольного изгиба от сжатия силой  $Q_2 \left( 1 + 2f_n \frac{a}{l_n} \right)$ . Известно, что эта сила не должна превосходить так называемую критическую силу, которая определяется размерами винта и дается формулой Эйлера

$$P_{э} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l_{сж})^2},$$

где  $J$  — момент инерции сечения винта, его предлагается находить по формуле

$$J = \frac{\pi d_1^4}{64} \left( 0,4 + 0,6 \frac{d}{d_1} \right),$$

$d$  — наружный диаметр винта;

$\mu$  — коэффициент, учитывающий способ закрепления концов работающей на сжатие длины винта  $l_{сж}$ .

Если опоры или места поддержания длины  $l_{сж}$  допускают небольшие угловые повороты концов винта, то их можно рассмат-

ривать как шарниры и для них  $\mu = 1$ . Например, опоры скольжения с относительной длиной не больше 2 и опоры качения на одном подшипнике допускают такое толкование. В других случаях этот коэффициент может быть больше или меньше единицы и его следует выбирать в соответствии с фактическим креплением концов работающей длины  $l_{сж}$ .

Для проектных расчетов необходимо ввести некоторый коэффициент запаса по критической силе  $n_{кр} \geq 2 \div 2,5$ , во-вторых, можно принять, что  $\frac{d}{d_1} = 1$ , тогда при использовании формулы Эйлера получим

$$\frac{\pi^2 E \frac{\pi d_1^4}{64}}{(\mu l_{сж})^2} \geq n_{кр} \left( 1 + 2f_H \frac{a}{l_H} \right) Q_2,$$

откуда получим

$$d_1 \approx d_{ср} \geq 2 \sqrt[4]{\frac{n_{кр} (2\mu l_{сж})^2 \left( 1 + 2f_H \frac{a}{l_H} \right) Q_2}{\pi^2 E}}. \quad (199)$$

Таким образом, на три размера, которые характеризуют конструкцию винтового узла, —  $l_r$  — длина гайки,  $d$  или  $d_{ср}$  — диаметр винта или резьбы,  $l_b$  ( $l_{сж}$ ) — полная длина винта или длина его сжимаемой части, — наложено пять ограничений. Одно из них (ограничение схемы узла) указывает длину винта  $l_b$  и длину  $l_{сж}$  той его части, которая подвергается сжатию. Из рассмотрения схемы винтового узла для  $l_b$  можно записать

$$l_b = l_x + l_r + \Delta l, \quad (200)$$

где  $l_x$  — длина пути хода гайки вдоль винта;

$l_r$  — длина гайки;

$\Delta l$  — некоторое увеличение  $l_b$  сверх  $(l_x + l_r)$ , указываемое из конструктивных соображений.

$l_b$  или  $l_{сж}$  нельзя ставить в зависимость от прочностных требований, — они определяются конструктивными условиями схемы узла. Если как-то изменить схему, то изменится и  $l_b$ .

Остальные четыре ограничения (196)—(199) вытекают из необходимости иметь конструктивную приемлемость, достаточную прочность и продольную жесткость. В реальных условиях все пять ограничений должны быть удовлетворены, что возможно, так как три соотношения (197)—(199) являются односторонними неравенствами и допускают сравнительно широкий выбор величин  $d$  и  $l_r$ .

Длина гайки  $l_r$ , прежде всего, должна отвечать условиям (196), (197), а средний диаметр резьбы — односторонним ограничениям (198), (199). Последние никак не связаны с  $l_r$  и потому позволяют определить  $d_{ср}$ . Оно должно удовлетворять обоим этим ограничениям.

Условие (197) является прочностным, поэтому оно не менее важно чем ограничения (198), (199). Следовательно, по найденному  $d_{\text{ср}}$  из условия (197) нужно вычислить  $l_r$ , и по равенству (196) проверить, относится ли полученный таким образом коэффициент  $\psi_r$  к числу приемлемых согласно рекомендациям. Если  $\psi_r$  отвечает рекомендациям, то можно считать, что  $l_r$  и  $d_{\text{ср}}$  определены. В противном случае следует задаться значением  $\psi_r$  и совместно решить уравнения (196) и (197). В результате получим формулу

$$d_{\text{ср}} \geq \sqrt{\frac{N_Q \cos \alpha}{\pi \psi_r \psi_h [\rho]}}, \quad (201)$$

которая равносильна ограничениям (198) и (199). Теперь  $d_{\text{ср}}$  должно быть принято таким, чтобы оно одновременно удовлетворяло всем трем прочностным условиям. После этого длина гайки  $l_r$  вычисляется по равенству (196).

# Глава VII

## УПРУГИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

### 61. КЛАССИФИКАЦИЯ И ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Упругие элементы (пружины) широко применяются в машинах и приборах. Их используют в целях измерения, преобразования, компенсации, аккумулирования энергии, создания эластичных связей между элементами конструкции, создания нормированного силового воздействия на другие детали и узлы или противодействия их перемещению и т. д.

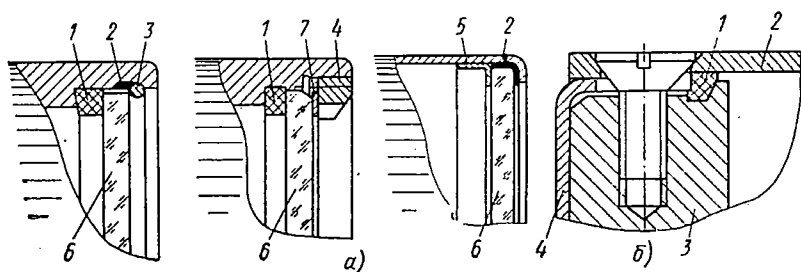


Рис. 103. Применение упругих прокладок в целях герметизации:

*а* — крепление стекла; 1 — резиновая прокладка; 2 — замазка; 3 — пружинящее кольцо; 4 — резьбовое кольцо; 5 — пружинящий рант; 6 — стекло; 7 — шайба; 6 — герметизация разъема составного корпуса; 1 — резиновая прокладка; 2 — корпус; 3 — основание; 4 — крышка

В соответствии с задачами, выполняемыми пружинами, а также в зависимости от условий их работы (характер нагрузки, вибрации, температурный режим, габаритные размеры и т. д.) назначаются технические требования к ним, выбирается геометрическая форма, материалы, способ изготовления и, наконец, разрабатывается конструкция.

Конструктивное выполнение пружин весьма разнообразно. Примером простейшего варианта конструкции могут служить всевозможные пружинящие прокладки и кольца (рис. 103). Примером более сложных вариантов могут быть упругие направляющие (рис. 104), измерительные пружины (рис. 105), пружинные двигатели (рис. 106), амортизаторы (рис. 107) и пр.

Отличительной особенностью упругих элементов является их способность закономерно и довольно значительно деформироваться

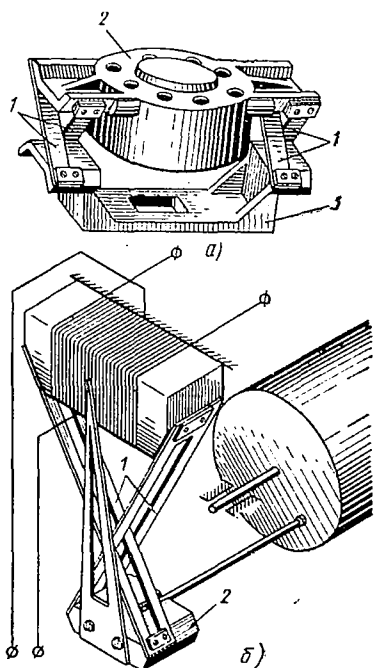


Рис. 104. Упругие направляющие:

*a* — подвес гироскопа; 1 — пружины; 2 — гироскоп; 3 — основание; *b* — упругая опора щеткодержателя; 1 — пружины; 2 — щеткодержатель

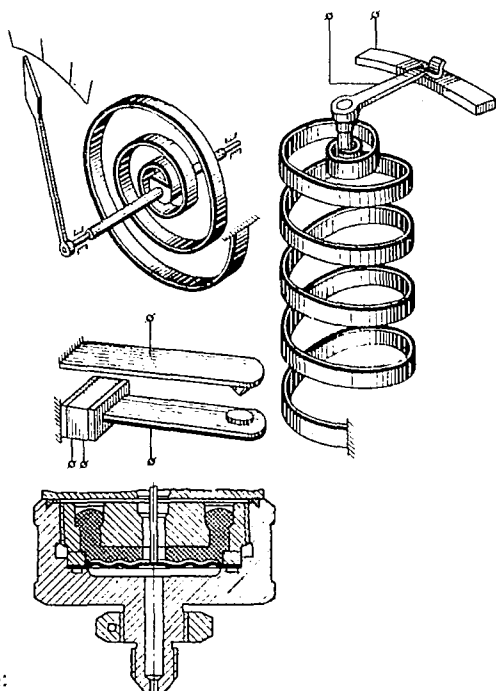


Рис. 105. Упругие чувствительные элементы

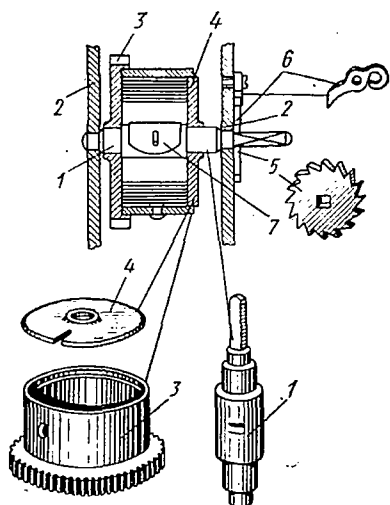


Рис. 106. Пружинный двигатель:

1 — валик; 2 — пластинка; 3 — заводной барабан; 4 — крышка барабана; 5 — храповик; 6 — собачка; 7 — пружина

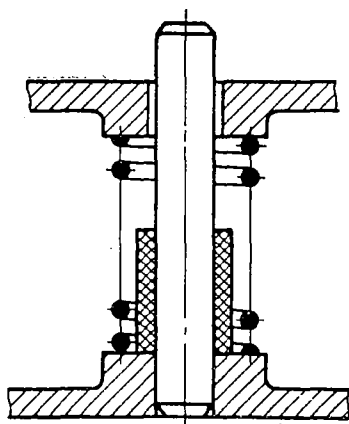


Рис. 107. Пружинный амортизатор

под воздействием нагрузки. Зависимость между нагрузками на пружину и вызванными ими деформациями называют упругой характеристикой.

Упругие элементы давно известны и широко распространены. Работа их неоднократно подвергалась внимательному изучению, а конструкция — улучшению. И все же рабочие характеристики пружин еще не всегда отвечают современным требованиям.

Одной из причин такого положения является недостаточное внедрение теории и расчета в практику конструирования и изготовления пружин. Например, некоторые упругие элементы все еще подбираются опытным путем, что затрудняет поиск оптимального для данной задачи варианта решения.

Такое положение вызвано недостаточной полной разработкой теории упругих элементов, отсутствием данных о влиянии технологии изготовления на точность работы пружин, недостатком сведений о статической и динамической прочности и т. д. Оно может быть также следствием отсутствия информации о результатах работ отдельных авторов, достаточно полно изучивших факторы, влияющие на работы тех или иных типов пружин и разработавших теорию и методы их расчета. Наконец, здесь сказывается отсутствие обобщений результатов таких работ и т. д.

Стремление систематизировать сведения, накопленные при изучении, проектировании, изготовлении и эксплуатации пружин в целях их дальнейшего использования, привело к необходимости классификации упругих элементов.

Классификация проводилась разными [4,38 и т. д.] авторами по различным признакам: назначению, геометрической форме, напряжениям, возникающим при работе, области применения и т. д.

Разнообразие решаемых задач и самих конструктивных форм пружин, сложность закономерностей, характеризующих возникающие в пружинах напряжения по мере изменения деформаций и вызвавших их нагрузок, необходимость учитывать условия и требования эксплуатации и т. д. приводили к громоздкости многих таких классификаций.

Л. Е. Андреевой удалось систематизировать и упростить классификацию упругих элементов [4]. Указав основные области применения и назначение упругих элементов различных типов, она их классифицирует в зависимости от геометрических признаков. При этом из большого количества упругих элементов различных конструктивных форм выделились две группы, объединяемые основными геометрическими признаками:

1) стержневые упругие элементы, представляющие собой стержни произвольной конфигурации, имеющие две основные формы — винтовую и плоскую (прямые, изогнутые и спиральные пружины).

2) упругие элементы в виде оболочек, к которым относятся мембраны, мембранные коробки, сифоны и трубчатые пружины.

Широко распространены комбинированные упругие элементы, позволяющие получить некоторую заданную зависимость между нагрузками и деформациями (рис. 108).

Появление новых материалов, которые начинают применять для изготовления пружин, существенно отражается на способах их изготовления, правилах и нормах конструирования.

Это обстоятельство не сказывается на классификации пружин по геометрической форме и не уменьшает ее значения.

Стержневые пружины чаще всего делают из полуфабрикатов типа проволоки или пружинной ленты. В последнее время все большее распространение получают неметаллические пружины, изготовленные из кварца, германия, кремния и т. д. Примером конструкции такого типа может служить измерительный элемент морского графиметра Е. И. Попова [30]. Здесь измерительная масса, упругие подвесы, вспомогательные пружины, все элементы измерительной системы выполнены из поликристаллического кварца (рис. 109).

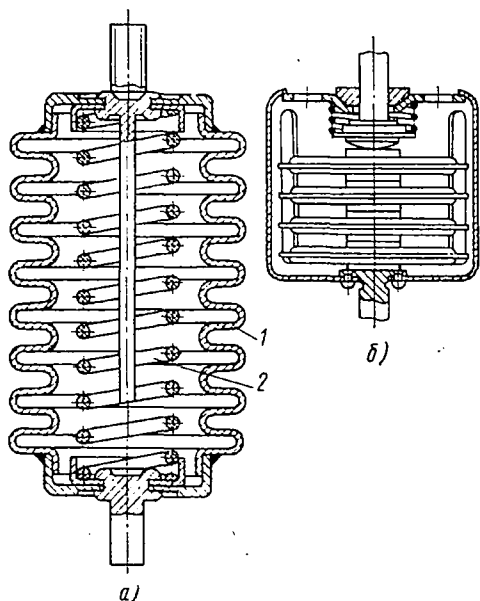


Рис. 108. Комбинированные упругие элементы

*a* — силфон, работающий вместе с винтовой пружиной; *б* — блок мембранных коробок, работающий вместе с винтовой пружиной

В отечественной и иностранной литературе встречается много указаний на применение материалов такого рода для изготовления упругих элементов разных типов [15]. В ряде областей техники, например, в радиоэлектронике для изготовления упругих элементов используют монокристаллические структуры [34, 18], имеющие сравнительно с поликристаллическими структурами ряд существенных преимуществ, о которых сказано ниже.

Заготовкой для пружин такого типа служат специальным образом выращенные «усы» ( $l = 5 \div 10$  мм), пластины (рис. 110) и т. д., из которых после соответствующей обработки получают пружины, полностью подходящие под определение стержневых. Необходимо отметить, что детали, изготовленные из таких материалов, могут одновременно выполнять несколько функций. На рис. 109, справа показана деталь, совмещающая в себе функции измерительной массы и упругого подвеса.

Упругие элементы в виде оболочек также могут быть металлическими и неметаллическими.

Весьма распространены кварцевые, резиновые, пластмассовые, мембраны, трубчатые пружины и т. д. [4].

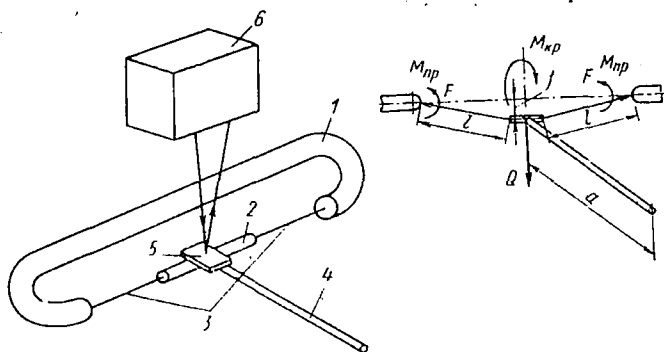


Рис. 109. Кварцевый гравиметр Е. И. Попова

1 — основание; 2 — подвижная часть; 3 — монокристаллическая нить; 4 — маятник; 5 — зеркало; 6 — оптическая регистрирующая система

Из поликристаллической пластины кварца, кремния и т. д. (рис. 110, а) также можно изготовить мембрану.

Таким образом, пружины, выполненные из новых материалов, хорошо подходят к простой классификации по геометрическому признаку.

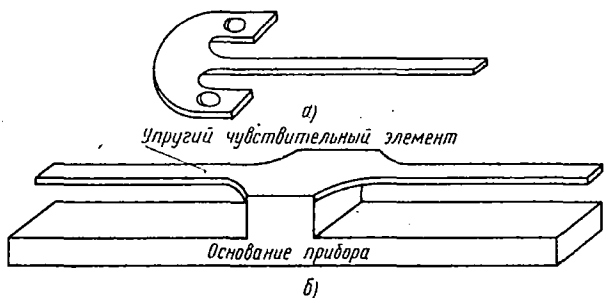


Рис. 110. Монокристаллические упругие элементы:

а — монокристаллическая пластина; б — монокристаллический упругий чувствительный элемент вместе с основанием

Такого же рода оптимизацию классификации пружин возможно произвести и по их назначению, так как именно два этих главных признака — геометрическая форма и назначение должны быть положены в основу проектирования упругих элементов.

В соответствии с основными задачами, выполняемыми пружинами, т. е. в соответствии с их назначением, все они могут быть разделены на две группы (измерительные и силовые).

Измерительные пружины служат для длительного или кратковременного силового уравнивания тех элементов измерительного устройства, которые непосредственно или через другие детали воспринимают воздействие нагрузок, пропорциональных измеряемым величинам, и через свои деформации измеряют эти величины.

Если измерительная пружина непосредственно сама воспринимает воздействие измеряемой величины и деформируется, ее называют упругим чувствительным элементом (например: мембраны; сильфоны; трубчатые пружины, измеряющие давление). Таким образом при прямых измерениях пружины непосредственно воспринимают и измеряют контролируемую величину (выполняют функцию чувствительного элемента). При косвенных измерениях, к которым приходится прибегать при решении технических задач, часто измерительный фактор предварительно преобразуется в такие величины, которые могут быть измерены пружинами (например, в силы, моменты, давления и т. д.).

Основными техническими свойствами измерительных пружин должны быть высокая точность и строгая стабильность их работы в течение длительного времени при заданном диапазоне изменений внешних условий. Это означает, что связь между усилиями, действующими на пружину, и ее деформациями должна быть достаточно достоверной и однозначной. Она не должна изменяться с течением времени. Такую связь обычно предварительно устанавливают теоретически и фиксируют чаще всего в виде формулы. Затем непосредственными за мерами эту связь уточняют. Расчеты, конструирование и изготовление таких пружин следует выполнять с большой тщательностью по схемам и чертежам, точно соответствующим реальным конструкциям, в которых они будут работать.

Необходимо отметить, что не всегда возможен достаточно точный расчет измерительной пружины. Этому препятствуют следующие обстоятельства. Во-первых, не всегда удастся чисто теоретическим путем получить вполне точную формулу, связывающую измеряемую величину с нагрузкой, воспринимаемой пружиной. Также трудно, а иногда и невозможно учесть все особенности работы конструкции и получить точную зависимость между нагрузкой на пружину  $P$  и ее деформацией  $\lambda = F(P)$ .

Во-вторых изготовление и неизбежный разброс размеров и механических свойств материалов также внесут свои поправки в исходную зависимость. Поэтому для измерительных целей окончательные зависимости устанавливаются непосредственными за мерами, результаты которых сводятся в таблицы, анализируются и затем используются при расчетах, конструировании и отладке. Теоретические же данные служат основой проектирования. Они и используются при предварительных расчетах, а также позволяют лучше понять работу измерительного упругого элемента.

Силовые пружины представляют собой наиболее распространенную и многочисленную группу. Они служат средством создания постоянных и контролируемых сил или моментов. Последнее получают путем определенной деформации пружин. Такие пружины используют как средства силового замыкания, для устранения зазоров между деталями, и, следовательно, для повышения точности работы передающих и отсчетных механизмов; как средства смягчения толчков и вибраций, которым часто подвергаются различные устройства машин и приборов; как источники механической энергии для приведения в движение и осуществления обратных ходов элементов механизмов; как средства аккумуляирования энергии с целью создания, например, нормированных ударов и т. д.

В отличие от измерительных, к силовым пружинам не предъявляют высоких требований в отношении строгих и точных соответствий между деформациями и нагрузками. Достаточно, если они с некоторым запасом обеспечивают создание необходимых сил или моментов.

Силовые пружины часто работают на преодоление различных сопротивлений, которые известны лишь приближенно, в среднем, (можно указать только средние сопротивления и те пределы, в которых следует ожидать их разброса). Поэтому при расчетах силы и моменты, развиваемые такими пружинами, должны быть выбраны с определенным и достаточным запасом, который позволил бы при любых обстоятельствах перекрыть возможные сопротивления и таким образом с нужной гарантией обеспечить работу проектируемого механизма. Коэффициент запаса не следует брать меньше  $1,25 \div 1,50$  по отношению к максимальному ожидаемому сопротивлению.

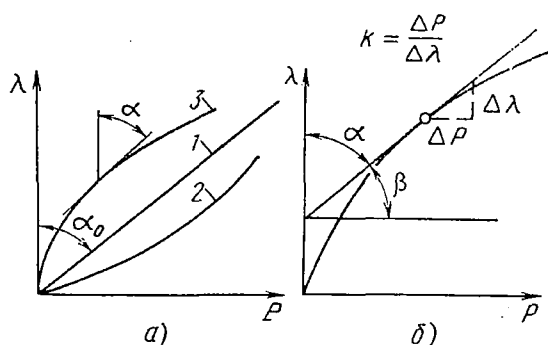
Следовательно, к силовым пружинам нет необходимости предъявлять требования высокой точности расчета и тщательности изготовления: достаточно, если они будут иметь определенный силовой и точностный запасы, окажутся работоспособными и устойчивыми против вредных воздействий окружающей среды.

Таким образом точность расчета упругого элемента чаще всего определяется задачами, которые он должен решать, т. е. тем какие функции он будет выполнять, — измерительные или силовые. В тех случаях, когда пружина одновременно выполняет измерительные и силовые функции (например, волосок прибора), следует установить, какая из функций является основной, и в зависимости от этого производить расчет.

Сами расчетные соотношения определяются в основном геометрической формой, величиной перемещений, условиями нагружения, желаемой точностью расчета и производятся с учетом условий эксплуатации, заданных тактико-технических требований используемого материала и технологии изготовления упругого элемента. Упругий элемент представляет собой гибкий стержень или гибкую оболочку, которые под нагрузкой могут сильно изменять свои размеры и форму.

Если изменения размеров упругого элемента считать незначительными (например, начало нагружения), то в соответствии с принципом неизменности начальных размеров и независимости действия сил связь деформаций с нагрузками достаточно хорошо описывается линейной теорией. Если же с увеличением нагрузки форма и размеры пружины заметно меняются, то приходится отказываться от линейной теории и идти на значительное усложнение расчетов.

Установить границы применения линейной и нелинейной теории пока трудно. В каждом конкретном случае вопрос решается



в зависимости от поведения упругого элемента под нагрузкой и требуемой точности расчета, а они, в свою очередь, определяются той задачей, которую должен решать упругий элемент.

Теория упругих элементов сложна, их исследованию посвящено большое количество трудов, статей в периодической литературе, а также исследовательских работ различных предприятий. Наиболее

Рис. 111. Упругая характеристика пружин:

а — типы упругих характеристик (линейная 1, нелинейная 2, б) — графическое определение жесткости

полное, строгое и последовательное изложение вопросов, связанных с теорией и расчетом упругих элементов, дается Л. Е. Андреевой в книге «Упругие элементы приборов», на которую и даны все ссылки настоящей главы и с помощью которой составлены приведенные в ней таблицы.

**Основные свойства упругих элементов.** Упругая характеристика — это зависимость между перемещением  $\lambda$  определенной точки упругого элемента (его линейной или угловой деформации) и нагрузкой  $P$  (сила, момент силы, давление), вызвавшей это перемещение. Упругую характеристику можно выразить уравнением, таблицей или графиком (рис. 111), который дает наиболее наглядное представление о работе пружины. Конструкция пружины и способ ее нагружения определяют вид закономерности, связывающей  $P$  и  $\lambda$  (линейная, затухающая, возрастающая и т. д.).

Условия эксплуатации (температура, вибрации и т. д.) могут привести к искажениям предполагаемой расчетной характеристики пружины (рис. 111). Величины этих отклонений определяются не только нагрузкой, конструкцией, размерами и материалом пружины, но и способами ее изготовления. Они могут привести к погрешности в работе того устройства, в котором

применена пружина (например, температурные или упругие погрешности измерительных пружин.)

Жесткость  $k$  и обратная ей величина чувствительность  $s = \frac{1}{k}$ . Жесткость  $k$  в общем случае — это предел отношения приращения нагрузки  $\Delta P$  к приращению деформации  $\Delta \lambda$

$$k = \lim_{\Delta \lambda \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta P}{\Delta \lambda} \right) = \frac{dP}{d\lambda}. \quad (202)$$

Соответственно чувствительность

$$s = \frac{d\lambda}{dP}.$$

Пружины с линейной характеристикой (рис. 111) имеют постоянную жесткость, она определяется равенством

$$k = \frac{\Delta P}{\Delta \lambda} = \frac{P}{\lambda} = \operatorname{tg} \alpha_0 \frac{m_P}{m_\lambda},$$

где  $m_P$  и  $m_\lambda$  — масштабы по соответствующим осям;  
 $\alpha_0$  — угол наклона прямой (характеристики).

При нелинейной характеристике для определения величины жесткости в некоторой произвольной точке кривой (характеристики) проводят касательную к этой кривой и затем используют выражение, приведенное выше.

В этом случае  $\alpha$  есть угол наклона касательной к кривой в избранной точке.

Размерности жесткости и чувствительности определяются размерностями нагрузки и деформации (кгс/мм, кгс·см/рад и т. д.). Часто пользуются понятиями жесткость по силе, жесткость по давлению и т. д.

Понятия жесткость и чувствительность равноправны.

Понятием «чувствительность» чаще пользуются применительно к измерительным пружинам. В этом случае можно выразить чувствительность  $s$  не только через нагрузки и деформации пружины, но также через предел отношения приращения выходной величины.  $\Delta A_{\text{вых}}$  к вызвавшему это изменение приращению входной величины  $\Delta A_{\text{вх}}$

$$s = \frac{dA_{\text{вых}}}{dA_{\text{вх}}}. \quad (203)$$

Иногда используют термин «относительная чувствительность»  $s_1$ , под которой понимают предел отношения относительного приращения выходной величины  $\frac{\Delta A_{\text{вых}}}{A_{\text{вых}}}$  к относительному приращению входной величины  $\frac{\Delta A_{\text{вх}}}{A_{\text{вх}}}$  (относительная чувствительность величина безразмерная).

$$s_1 = \frac{dA_{\text{вых}}}{dA_{\text{вх}}} \cdot \frac{A_{\text{вх}}}{A_{\text{вых}}}. \quad (204)$$

Понятие «чувствительность» не следует смешивать с понятием «порог чувствительности», под которым понимают наименьшее значение приращений входной величины  $\Delta A_{\text{вх}}$ , например, приращение давления на входе  $\Delta A_{\text{вх}} = \Delta p$ , на которую упругий элемент реагирует фиксируемым приращением выходной величины  $\Delta A_{\text{вых}}$  (например, изменение давления на входе на величину  $\Delta p$  приводит к деформации  $\Delta \lambda$ , которую должно фиксировать измерительное устройство).

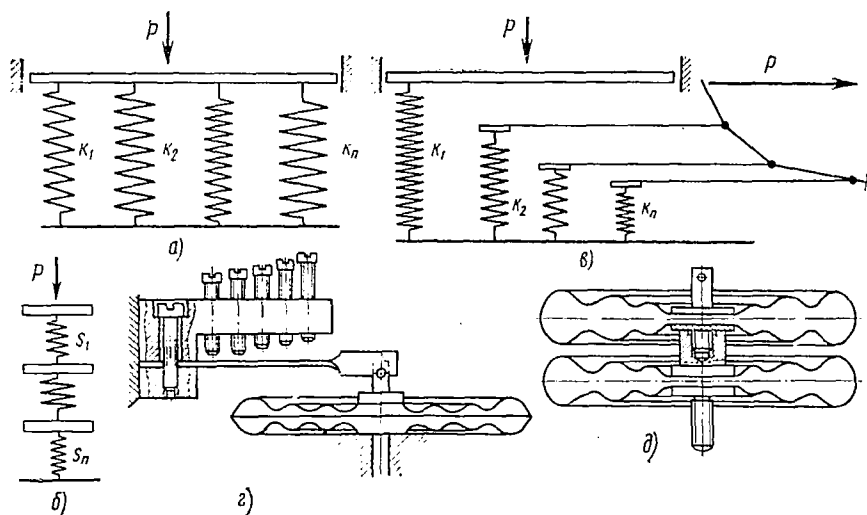


Рис. 112. Соединение упругих элементов:

*a, e* — параллельное соединение пружин; *б, д* — последовательное соединение пружин; *в* — изменение жесткости при одновременном включении параллельно соединенных пружин

Более распространенным, более принятым для расчетов является понятие «жесткость» — важнейшая техническая характеристика всякой пружины. При проведении расчетов ее обычно определяют первой, исходя из условий работы пружины в механизме.

Если в механизме применяют несколько совместно работающих пружин, их суммарная жесткость определяется в зависимости от того, как они расположены относительно друг друга и как соединены друг с другом и с другими элементами конструкции.

При параллельном соединении пружин жесткость системы равна сумме жесткостей входящих в нее упругих элементов, а при последовательном соединении чувствительность системы равна сумме чувствительностей, входящих в нее пружин (рис. 112).

При одновременном включении в работу параллельно соединенных пружин, каждая из которых имеет линейную характе-

ристику, можно получить систему пружин, обладающую переменной жесткостью (рис. 112, в).

Усилие, с которым упругий элемент воздействует на препятствия, ограничивающие его перемещение, называют тяговым усилием. Его величина зависит от нагрузки, вызывающей деформацию пружины, конструкции и размеров пружин, а также расположения препятствий, мешающих ее перемещению. Если пружины не входят в соприкосновение с такими препятствиями, то тяговое усилие не возникает.

## 62. МАТЕРИАЛЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ

При выборе материала для изготовления пружины необходимо знать, для абсолютных или относительных измерений они предназначены или будут работать как силовые.

Кроме того, должны быть уточнены: геометрическая форма и расположение упругих элементов в приборе, характер нагрузок, условия работы (наличие вибраций, магнитных полей, температурный режим и т. д.). Это необходимо учесть, чтобы правильно сформулировать требования, предъявляемые к материалам пружин, и установить наиболее важные из них и удовлетворить именно им, иногда даже в ущерб остальным требованиям.

Например, при проектировании термостойкой и электропроводящей пружины, нужно выяснить какое ее свойство важнее для проектируемой конструкции. Если этим свойством является термостойкость, то следует применять высоколегированные сплавы, а если — электропроводность, то лучше использовать слаболегированные сплавы или чистые металлы.

Вместе с тем можно назвать некоторые требования, которым должны удовлетворять материалы всех упругих элементов. К их числу отнести высокие упругие и механические свойства, антикоррозийность, технологичность и по возможности дешевизну и хороший внешний вид.

Прочностные свойства пружин оценивают через возникающие в них напряжения ( $\sigma$ ,  $\tau$ ), а упругие — через упругую характеристику (см. рис. 111).

Несовершенство упругих свойств материала может быть причиной упругих погрешностей (гистерезис, упругое и пластическое последствие, релаксация). Они проявляют себя в искажении упругой характеристики пружин (рис. 113) и в изменении их физико-механических свойств.

Искажение упругой характеристики может произойти также под влиянием температуры окружающей среды (рис. 114), что приводит к изменению модулей упругости. Оно сопровождается также ростом или убылью внутреннего трения, ползучести и коэффициента температурного гистерезиса  $\xi = \frac{1}{l} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta T}$ , по которому

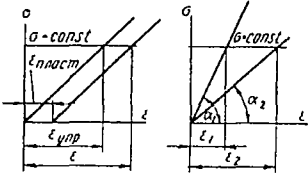
Схема упругого элемента и принятые обозначения	Основные зависимости, определяющие свойства материалов упругих элементов	Примечания
 <p> <math>\sigma</math> — напряжения в материале  <math>\epsilon</math> — относительная деформация  <math>\epsilon_{пл}</math> — пластическая деформация  <math>\epsilon_{упр}</math> — упругая деформация  <math>\alpha</math> — угол наклона кривой  <math>t</math> — время  <math>\dot{\epsilon}_{пл} = \frac{\sigma}{\eta}</math> — скорость пластической деформации  <math>E</math> — модуль упругости  <math>G</math> — модуль сдвига  <math>\eta</math> — коэффициент вязкости  <math>\tau</math> — время релаксации  <math>\epsilon_{отн}</math> — скорость относительной деформации  <math>T</math> — температура в К  <math>T_{плав}</math> — температура плавления в К  <math>P</math> — нагрузка         </p>	$\epsilon_1 = \frac{\sigma}{\lg \alpha_1}; \quad \epsilon_2 = \frac{\sigma}{\lg \alpha_2}$ $\epsilon = \epsilon_{упр} + \epsilon_{пл} = \frac{\sigma}{\lg \alpha} + \dot{\epsilon}_{пл} t$ $\dot{\epsilon}_{пл} = \frac{d\epsilon}{dt}$ <p>Температурно-временная зависимость механических свойств упруго-вязких тел описывается уравнением Максвелла</p> $\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{G} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} = \frac{1}{G} \left( \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\tau} \right)$ <p>При скорости деформации <math>v \gg \frac{\sigma}{\eta}</math> — тело ведет себя как упруго-хрупкое  при <math>v \ll \frac{\sigma}{\eta}</math> — тело ведет себя как вязкое  В диапазоне <math>T = (0 \div 100)^\circ \text{C}</math></p> $E_T = E_0 (1 + \alpha_{1ET} \Delta T - \alpha_{2ET} \Delta T^2)$ $G_T = G_0 (1 + \beta_{1GT} \Delta T - \beta_{2GT} \Delta T^2)$ <p>Модуль сдвига <math>G</math> при изменении давления определяется формулой</p> $G = G_0 (1 - \gamma_G p);$ $\gamma_G \approx 0,0454 \cdot 10^{-6} \text{ 1/МБ}$	<p>Непостоянство масштабного коэффициента связано с непостоянством <math>E</math> или <math>G</math>  Непостоянство нуля также связано с <math>E</math> или <math>G</math> и главным образом с непостоянством <math>\dot{\epsilon}_{пл}</math>, зависящей от предыстории пружины <math>t, T, P</math>  Эксперименты указывают на более сложный характер зависимости между <math>\epsilon</math> и <math>\sigma</math></p> <p>Пластическое течение может происходить при любых <math>\sigma</math> и <math>T</math></p> <p>Промежуточное положение между жидкими и кристаллическими занимают стеклообразные вещества</p>
$\alpha_{1ET}, \alpha_{2ET}$ — температурный коэффициент модуля упругости $\beta_{1GT}, \beta_{2GT}$ — температурный коэффициент модуля сдвига $p$ — давление $\gamma_G$ — коэффициент изменения $G$ с давлением $\mu$ — коэффициент Пуассона $V$ — объем $l$ — длина $\alpha_T$ — коэффициент линейного расширения $\xi$ — коэффициент температурного гистерезиса $v$ — скорость деформации	<p>Размеры определяются формулами</p> $V = V_0 (1 + 3\alpha_T \Delta T); \quad l = l_0 (1 + \alpha_T \Delta T)$ <p>Для монокристаллических упругих элементов</p> $G_T = G_0 \left( 1 - a \frac{T}{T_{плав}} \right).$ $G = \frac{E}{2} (1 + \mu)$	

Таблица 13

Основные материалы, применяемые для пружин

Материал	Модуль упругости в кгс/мм <sup>2</sup>	Модуль сдвига $G$ в кгс/мм <sup>2</sup>	Предел прочности на растяжение $\sigma_B$ в кгс/мм <sup>2</sup>	Предел текучести $\sigma_T$ в кгс/мм <sup>2</sup>	Коэффициент линейного расширения $\alpha \cdot 10^{-4} \text{ 1/}^\circ\text{C}$	Температурный коэффициент модуля упругости $\alpha_E \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$	Удельное сопротивление в ом·мм <sup>2</sup> /м	Теплопроводность в кал/см·с·°C
Оловяннофосфористая бронза . . .	10 000—12 000	4000	35—80	54	17—19	—4,8	0,091	0,18
Бериллиевая бронза . . . . .	11 700—14 100	5000	66—140	15—128	16,6	—3,5	0,08—0,1	0,2—0,25
Сталь . . . . .	18 000—22 000	8000—8690	50—190	120—170	11—16	—3,5	0,23	0,16—0,39
Нейзильбер . . . . .	12 600—14 000	5 100	55—135	27—110	16—19	—4,0	—	0,047—0,077
Элинвар . . . . .	17 000—22 000	—	120—155	80—130	12—16	—0,66	1	—
Латунь . . . . .	10 000—15 000	—	40—50	—	18—20	—4,8	—	—
Кварцевое стекло . . . . .	70 000	40 000	12	—	0,5	—	—	—
Фторопласт . . . . .	163	—	3—3,5	—	80—250	—	—	—

оценивают способность материала восстанавливать свои первоначальные размеры после температурного воздействия. Так, в интервале температур от 0 до 100° С, коэффициент температурного гистерезиса кварцевого стекла  $\xi$  меняется от  $-0,001 \cdot 10^{-6}$  до  $0,005 \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$  (в тех же условиях у инвара он составляет  $-0,1 \times 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ ).

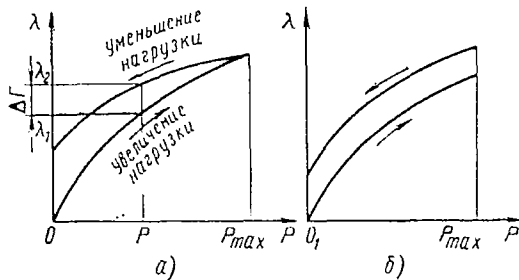


Рис. 113. Упругие погрешности пружин:

а — упругий гистерезис; б — упругое последствие

также и под влиянием нагрузки, технологии изготовления (термообработка, стабилизация) в зависимости от времени и от многих других причин. Эти изменения могут привести к погрешностям в работе той системы, где установлены пружины. В табл. 12 даны некоторые аналитические выражения для подсчета погрешностей в работе пружин, в табл. 13 указаны наиболее распространенные для их изготовления материалы и приведены некоторые физико-механические характеристики.

При использовании их следует помнить, что результаты исследований, проводимых различными авторами, не всегда совпадают. Так, например, при исследовании кварцевого стекла величины температурного коэффициента модуля упругости (Юнга)  $\alpha_{1ET}$ , полученные различными авторами, отличаются больше, чем в 3 раза (табл. 14), в то же время значения температурного коэффициента модуля сдвига  $\beta_{1GT}$  отличаются незначительно.

Так как обычно такие исследования производятся на нескольких образцах, взятых от одного куска, то разброс данных, полученных при исследовании разными авторами, может происходить как за счет неточности проведения эксперимента, так и за счет влияния технологии изготовления на качество материала, взятого с различных участков образца.

Сжимаемость кварцевого стекла характеризуется коэффициентом  $\xi = (0,0021 \div 0,0031) 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ . Она близка к сжимаемости обычного стекла. Изменение физических и механических характеристик материалов происходит

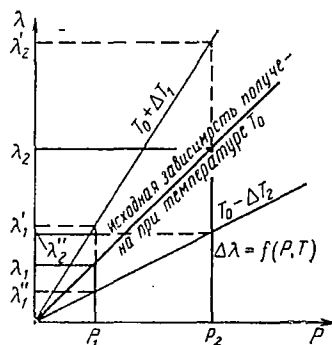


Рис. 114. Температурная погрешность пружин и ее изменение в зависимости от нагрузки  $P$  и температуры  $T$ :

при  $P = 0 \Delta\lambda_T = 0$ ; при  $P = P_1 \Delta\lambda_{T_1} = \lambda'_1 - \lambda_1$  и  $\Delta\lambda_{T_2} = \lambda''_1 - \lambda_1$ ; при  $P = P_2 \Delta\lambda_{T_2} = \lambda'_2 - \lambda_1$  и  $\Delta\lambda_{T_2} = \lambda''_2 - \lambda_1$

Результаты экспериментальных исследований температурных коэффициентов кварцевого стекла

Исследователь	Температурный коэффициент		Исследователь	Температурный коэффициент	
	модуля упругости	модуля сдвига		модуля упругости	модуля сдвига
Бойс	130	—	Гартон	—	123,5
Линс, Андерс,	300—600	—	Джайд	—	111
Шейв			С. А. Поддубный	—	113
Иде	180	—	Е. И. Попов	—	110,8—113,5
Трелфол	—	128			
Барнетт	—	115			

Видимо, впредь до получения более достоверных сведений о поведении температурного коэффициента модуля упругости  $\alpha_{1ET}$  кварцевого стекла и других материалов такого типа для измерительных пружин, выполненных из этих материалов и работающих в условиях значительного изменения температур, следует производить экспериментальное определение величины температурной погрешности.

Необходимо указать, что сравнение погрешностей, возникающих при работе металлических пружин (из бронзы, инвара, элинвара и т. д.) с погрешностями кварцевых пружин позволяет утверждать, что точность работы последних на 2—4 порядка выше, чем металлических [34].

Однако и кварцевые упругие элементы также обладают значительными погрешностями, особенно ощущаемыми при относительных измерениях, когда важны не столько исходные абсолютные значения самих физических и механических характеристик пружин, сколько отклонения от них под воздействием различных факторов (время, температура).

Практика применения как металлических, так и кварцевых пружин показывает, что им свойственно значительное изменение упругих свойств со временем, под влиянием изменения температуры, нагрузки и т. д. Это изменение, его иногда называют «неупругим поведением», наблюдается даже при работе пружин в условиях термо- и баростабилизации, когда исключается воздействие температуры и давления (например, при использовании их в качестве упругих опор гравиметров или акселерометров). Оно является следствием последствий и релаксации напряжений, которые, по мнению многих авторов, представляют собой физически тождественные явления [15], и возникает несмотря на то, что среднее напряжение в сечении пружины не достигло предела упругости и происходит за счет последо-

вательно протекающих в отдельных кристаллах сдвиговых деформаций.

Видимо релаксация напряжений и последствие связаны с различной способностью отдельных кристаллов поликристаллического материала к пластическим деформациям. Так как для развития пластической деформации требуется значительное время, то при длительной выдержке материала под напряжением, не превосходящим предела упругости, в отдельных кристаллах происходят местные сдвиги, выравнивающие местные напряжения.

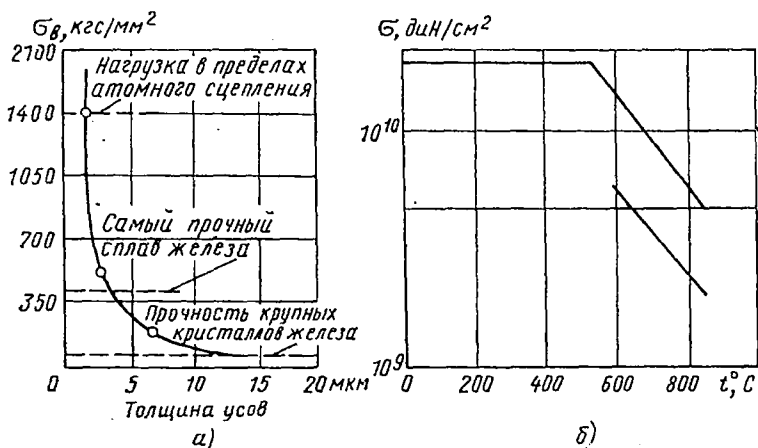


Рис. 115. Зависимость прочности монокристаллов от размеров и температуры:

а — прочность усов из чистого железа в зависимости от толщины; б — прочность кремниевых нитевидных кристаллов в зависимости от температуры

Релаксация напряжений есть результат сдвигово-дислокационных и диффузионных процессов, охватывающих весь объем поликристалла. Они возникают во всех поликристаллических и аморфных телах. Поэтому нет оснований предполагать, что среди поликристаллических или аморфных тел можно найти для изготовления пружин материал, обеспечивающий возможность выполнения высокоточных измерений.

Так как релаксация напряжений и последствие свойственны структурно-неоднородным телам и не возникают в структурно-однородных телах, таких, как совершенный монокристалл, то, по-видимому, существует возможность проектирования высокоточных упругих измерительных элементов из монокристаллов кварца, кремния, германия, сапфира, рубина и т. д. Эти материалы, уже получившие значительное распространение в качестве полупроводников, начинают все чаще применяться для изготовления упругих чувствительных элементов, таких как, упругие элементы тензометрических датчиков (п. 66), упругие подвесы высокочувствительных приборов и т. д.

Так, например, в МВТУ им. Н. Э. Баумана был изготовлен опытный образец морского гравиметра (см. рис. 109), испытания которого как в лабораторных, так и в эксплуатационных условиях дали положительные результаты.

Для изготовления пружин могут быть использованы нитевидные кристаллы [15, 27], тонкие ленты, иглы малого диаметра (порядка 25 мкм), пластинки и т. д., производство которых в настоящее время налажено в полупроводниковой промышленности. Кривые, характеризующие деформацию и прочность нитевидных кристаллов, приведены на рис. 115, а физико-механические характеристики в табл. 15.

Таблица 15

Физико-механические характеристики нитевидных монокристаллов

Тип волокон	Температура размягчения или плавления в °С	Плотность в г/см <sup>3</sup>	Экспериментальная прочность в кгс/мм <sup>2</sup>	Модуль упругости $E$ в кгс/мм <sup>2</sup>	Максимальная упругая деформация	Предел прочности на растяжение $\sigma_B$ в кгс/мм <sup>2</sup>
<b>Непрерывные волокна</b>						
Стекло . . . . .	840	2,5	350	7 000	—	—
Кварц . . . . .	1660	2,2	600	7 000	—	—
<b>Металлы</b>						
Вольфрам W . . . . .	3400	19	420	41 500	—	—
Молибден Mo . . . . .	2620	10,2	220	36 000	—	—
Бериллий Be . . . . .	1280	1,8	130	25 000	—	—
<b>Нитевидные кристаллы (усы)</b>						
Железо Fe . . . . .	1540	8,8	1300	29 000	0,05	1340
Медь Cu . . . . .	1083	8,9	300	10 000	0,03	300
Серебро Ag . . . . .				12 000	0,04	180
Кремний Si . . . . .	2700			16 000	0,02	390
Углерод C . . . . .	1890	7,2	900	10 000	0,02	2000
Сапфир Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> . . . . .	2040	4,0	2000	52 000	0,025	

Нитевидные кристаллы, размеры и формы сечения которых могут быть различными в зависимости от способа направления и скорости выращивания, представляют собой готовый упругий элемент.

Из монокристаллической пластинки, используя метод травления, можно получить произвольную форму упругого элемента с заданным кристаллографическим направлением. Соединение деталей из монокристаллов можно выполнять методом диффузионной сварки, не нарушающей их структуры.

Вероятно, упругие элементы из таких материалов могут найти применение не только в качестве упругих подвесов, но и в качестве измерительных пружин. В пользу этого говорит возможность регистрации перемещений монокристаллической пружины разнообразными способами (емкостным, резонансным, интерференционным и т. д.). Очень перспективной представляется возможность применения полупроводниковых тензодатчиков для

систем, упругий элемент которых изготовлен из кремния или германия.

**Изготовление упругих элементов.** Технология изготовления пружин разнообразна и специфична. Она выбирается в зависимости от материала, конструкции, размеров, условий эксплуатации пружин и т. д. Все же можно представить схему технологического процесса, типичную для всех видов металлических упругих элементов. Вид термообработки и методы упрочнения зави-

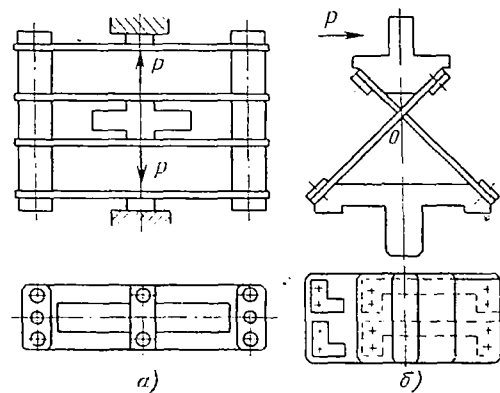


Рис. 116. Схемы чувствительных элементов датчиков линейных ускорений:

а — прямолинейное перемещение груза; б — угловое перемещение груза

сят от материала пружин. Изучение производства пружин на предприятиях показывает, что существующая технология изготовления пружин повышенной точности не отличается от изготовления пружин с менее точными характеристиками. Этим можно объяснить систематический отсев пружин, не укладывающихся в заданные допуски на технические характеристики.

Установление причины брака в производственных условиях требует длительных наблюдений и изучения, поэтому конструкцию и технологию изготовления упругих элементов обычно отработывают в процессе производства.

Отсутствуют простейшие системы допусков на характеристики упругих элементов. Допуски на характеристику, геометрические размеры и механические свойства материала, устанавливаемые в чертежах, в большинстве случаев не согласованы друг с другом, поэтому требуемая точность упругих элементов по основному функциональному параметру характеристики оказывается не гарантированной. Процесс сборки в таких случаях сопровождается трудоемкими регулировочными и доводочными работами. Например, допуски на упругую характеристику чувствительных элементов датчиков линейных ускорений (рис. 116) в пределах  $\pm 1,5\%$  обеспечивались за счет подгонки пружин, поступающих в сборку с рассеиванием характеристики до  $\pm 20\%$ .

В целях уменьшения или исключения остаточных деформаций упругих элементов при эксплуатации в технологическом процессе предусматривают стабилизацию. Стабилизация при напряжении выше предела текучести материала сопровождается существенными необратимыми остаточными деформациями и соответствующим изменением первоначальных размеров пружин. Опыт производства прецизионных упругих элементов с допустимым изменением характеристики менее 1—2% показывает, что существующие методы стабилизации не гарантируют такого постоянства упругих свойств.

При проектировании пружин необходимо учитывать факторы, приводящие к нестабильности пружин (п. 63).

Высокая циклическая прочность является одним из важных эксплуатационных показателей силовых упругих элементов, работающих при переменных импульсных или ударных нагрузках с большим ограниченным или неограниченным числом циклов нагружений. Применительно к измерительным упругим элементам этот показатель не столь типичен, так как последние работают при статической или плавно изменяющейся нагрузке со сравнительно небольшим общим количеством циклов нагружений.

Решение проблемы обеспечения необходимой циклической прочности связано с необходимостью повышения механических свойств материала, например, путем применения более совершенной термообработки, уменьшения шероховатости и т. д.

Температурные погрешности, в основном, связаны с изменением механических и физических свойств материала, конструктивной формы упругих элементов под влиянием температуры и условий эксплуатации. От технологии изготовления эти погрешности зависят мало (только выбор материала).

**Коэффициенты запаса и допускаемые напряжения** [4]. При работе пружин нельзя допустить:

1) проявления пластических деформаций, поэтому напряжения должны оставаться менее предела упругости  $\sigma_{упр}$ ;

2) потери устойчивости, т. е. напряжения должны оставаться меньше  $\sigma_{кр}$ ;

3) разрушений вследствие усталости материала, т. е. необходимо учитывать его усталостные характеристики и требования долговечности;

4) возникновения ползучести материала.

Обозначив через  $\sigma_{пр}$  предельное значение напряжений, при котором пружина достигает предельного, недопустимого для нормальной работы состояния, определяют величину наибольшего рабочего напряжения, пользуясь уравнением

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_{пр}}{n},$$

где  $n$  — коэффициент запаса, обусловленный основными требованиями на пружину (ответственность, надежность, ус-

ловня и продолжительность работы, вероятная точность расчета и т. д.). Кроме того, коэффициент запаса зависит от того, по какому из предельных напряжений он определяется, т. е. какое предельное напряжение взято  $\sigma_{упр}$ ,  $\sigma_T$  и т. д.

Таким образом

$$n = \frac{\sigma_{пр}}{\sigma_{max}}$$

Значения запаса прочности, взятого по отношению к пределу текучести  $\sigma_T$ , определяют как  $n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}}$  по пределу прочности,  $\sigma_B$  определяют как  $n_B = \frac{\sigma_B}{\sigma_{max}}$  и т. д.

### 63. ОСНОВЫ РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРУЖИН

Расчет и проектирование конкретных типов пружин производится с учетом специфики их работы, связанной с геометрической формой, назначением, технологией изготовления и другими особенностями, свойственными данному типу пружин.

Вместе с тем существуют положения, которыми руководствуются при проектировании и расчете пружин почти всех типов. Они приведены ниже.

1. **Задание исходных данных.** При проектировании и расчетах желательно знать: условия работы пружины; нагрузки (давление, сила, момент силы), которые должна развить или преодолевать пружина при работе; соответствующие этим нагрузкам линейные или угловые деформации  $\lambda$ , которые испытывает пружина; режимы работы пружин под нагрузкой; характер окружающих условий для нее в механизме; предполагаемое место в конструкции.

Не все условия задаются или формулируются достаточно четко и полно. Поэтому прежде чем приступить к расчету приходится их уточнять, дополнять, а иногда и изменять в процессе расчета и проектирования. Например, могут быть известны минимальные значения нагрузки  $P$  и соответствующей ей деформации  $\lambda$ , а о приращениях деформаций  $\Delta\lambda$  и соответствующих приращениях нагрузок  $\Delta P$  приходится делать предположения, или могут быть известны приращения нагрузок  $\Delta P$  и желаемые приращения деформации  $\Delta\lambda$ , а начальными силами или деформациями надо задаваться.

В таких случаях приходится дополнять задание недостающими сведениями, руководствуясь при этом, с одной стороны, конструктивными соображениями (опыт, накопленный проектирующими организациями), а с другой — теми результатами, которые получаются в процессе расчета. Например, деформациями  $\lambda$ , или их приращениями  $\Delta\lambda$  задаются так, чтобы они давали приемлемые конструктивные размеры для связанных с пружиной в механизме деталей и узлов, сама спроектированная пружина была бы приемлема по размерам и технологична, а величина деформации

допускала возможность измерений, передачи или преобразования. Обычно известны характер нагрузки (постоянная, пульсирующая и т. д.), и те условия, в которых будет работать пружина.

Режим работы, максимальные нагрузки и внешние условия являются основными факторами, с позиций которых производят выбор материалов пружин, назначают покрытия для них и обработку. Это обычно делают в начале проектирования.

Предлагаемое место под пружину в конструкции следует рассматривать только как желаемое. Подчинять расчет пружины условиям ограничения места для нее неправильно. Объясняется это тем, что прочностные свойства пружины и ее механические характеристики очень быстро и резко меняются при небольших изменениях размеров и легко приходят в противоречие с конструктивными требованиями. Поэтому такой расчет может не дать приемлемых ответов. Чаще всего приходится соглашаться с теми внешними размерами пружины, которые дает обычный установившийся расчет, и приспособлять место в конструкции под полученную из расчета пружину. Некоторые незначительные изменения размеров пружины, полученной из расчета, производить можно. Значительные их изменения сопряжены с заметными переменами в начальном задании и могут привести к существенному изменению упругой характеристики.

2. **Связь между нагрузками и деформациями.** Известно, что связь между приложенной к пружине нагрузкой и ее деформацией в большинстве случаев можно считать линейной, выраженной уравнениями типа

$$\left. \begin{aligned} P &= k_\lambda \lambda; \\ p &= k_\lambda \lambda; \\ M &= k_\varphi \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (205)$$

где  $k_\lambda$  и  $k_\varphi$  — коэффициенты пропорциональности. Они носят название жесткости по силе, моменту или давлению.

Исключение составляют случаи, когда пружины имеют большие деформации и когда используются упругие элементы в форме оболочек, сильфонов, трубчатых пружин и т. д.

Принимая во внимание задание на проектирование, можно видеть, что всякий расчет пружины начинается с определения жесткости, устанавливающей зависимость  $P = k\lambda$  и являющейся важнейшей технической характеристикой пружины.

Если известны приращения нагрузки  $\Delta P$  и деформации  $\Delta \lambda$ , а сама характеристика пружины линейна, то по формулам (205) имеем

$$\left. \begin{aligned} \Delta P &= k_\lambda (\lambda - \lambda_{\text{нач}}) = k_\lambda \Delta \lambda; \\ \Delta M &= k_\varphi (\varphi - \varphi_{\text{нач}}) = k_\varphi \Delta \varphi \end{aligned} \right\} \quad (206)$$

откуда

$$k_\lambda = \frac{\Delta P}{\Delta \lambda}, \quad k_\varphi = \frac{\Delta M}{\Delta \varphi}. \quad (207)$$

Через известное значение жесткости пружины можно определить ее размеры. Например, для винтов пружины (табл. 18) выражения

$$k_{\lambda} = \frac{Gd}{8c^3i}; \quad k_{\varphi} = \frac{EJ}{l}; \quad J = \frac{bh^3}{12} \quad (208)$$

дают возможность определить ее параметры.

3. **Схема и конструкция пружины.** Для обеспечения надлежащей точности работы пружины в механизме, необходимо выполнить ряд условий.

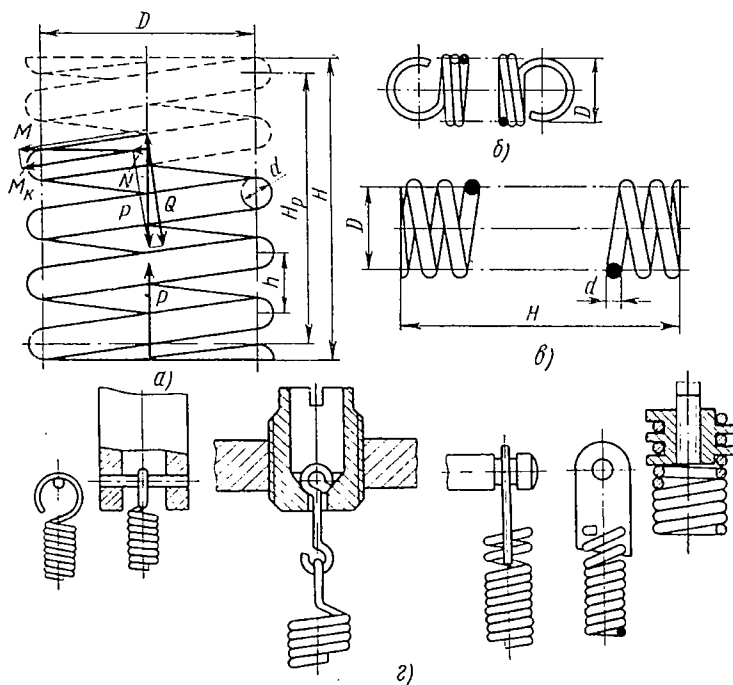


Рис. 117. Винтовые пружины:

*a* — расчетная схема; *б* — пружина растяжения; *в* — пружина сжатия; *г* — крепление концов пружин растяжения

Расчетная схема пружины должна достаточно точно соответствовать ее действительной работе в конструкции.

Рабочие чертежи на изготовление пружины должны быть точными и достаточно полными, с тем чтобы не приводить в изготовлении к ошибкам, которые явятся причиной заметных отклонений в ее работе от расчетной схемы.

Не следует без особой необходимости прибегать к сложным формам пружин, трудно поддающимся расчету и изготовлению.

Опыт показывает, что соблюдение этих условий при разработке чертежей приводит к хорошему совпадению ожидаемых по расчету и фактических параметров.

4. Основные факторы, влияющие на точность работы пружин. Как уже указывалось, все упругие элементы можно классифицировать по основному геометрическому признаку на стержневые и имеющие форму оболочек, а по назначению—на силовые и измерительные.

Геометрическая форма и конструкция пружины определяют ее упругую характеристику  $\lambda = F(p)$ . Исходя из назначения пружины, устанавливают необходимую точность исходной зависимости  $\lambda = F(p)$ , допущения, которые могут быть приняты при выводе этой зависимости, и допуски на изготовление пружины. Например, в соответствии с линейной теорией точные уравнения, связывающие нагрузку и деформацию винтовой пружины растяжения-сжатия (рис. 117), изготовленной из проволоки диаметром  $d$  со средним диаметром  $D$  и индексом  $C = \frac{D}{d}$  имеют вид

$$\lambda = \frac{\pi D_0^2 i_0}{4B \cos \alpha_0} \left[ PD_0 \left( \frac{B}{C} \cos^2 \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0 \right) + M_{\tau} \left( \frac{B}{C} - 1 \right) \sin 2\alpha_0 \right];$$

$$\theta = \frac{\pi D_0 i_0}{B \cos \alpha_0} \left[ \frac{PD_0}{4} \left( \frac{B}{C} - 1 \right) \sin 2\alpha_0 + M_{\tau} \left( \frac{B}{C} \sin^2 \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0 \right) \right], \quad (209)$$

где  $\lambda$  — взаимное перемещение торцов (осадка) пружины;  
 $\theta$  — угол поворота одного торца пружины относительно другого вокруг ее оси;

$i_0, \alpha_0, D_0$  — начальные значения числа рабочих витков, угла подъема винтовой линии и среднего диаметра пружины;

$P$  — действующая сила вдоль оси пружины;

$M_{\tau}$  — торцевой момент;

$B, C$  — жесткости проволоки на изгиб и на кручение

$$B = EJ_{\text{в}}; \quad C = GJ_{\text{к}};$$

здесь  $J_{\text{в}}$  — осевой момент инерции, при проволоке диаметром  $d$

$$\text{величина } J_{\text{в}} = \frac{\pi d^4}{64};$$

$J_{\text{к}}$  — геометрический параметр, определяющий жесткость сечения на кручение, при проволоке диаметром  $d$

$$\text{величина } J_{\text{к}} = \frac{\pi d^4}{32}.$$

При приближенном расчете пружины можно:

1) принять, что она имеет идеальное глухое крепление, т. е. считать  $\theta = 0$ ;

2) считать  $\alpha_0$  малым и не меняющимся при работе, т. е. положить  $\alpha_0 = 0$  (действительная средняя величина  $\alpha_0 < 10 \div 15^\circ$ ).

Тогда получим

$$\lambda = \lambda_0 = \frac{8PD_0^3j}{Gd^4}. \quad (210)$$

Когда величина  $\alpha$  меняется значительно, то для определения  $\lambda$  с учетом этого изменения можно пользоваться уравнением

$$\lambda = m\lambda_0.$$

Коэффициент  $m$  зависит от способа крепления концов (глухое, свободное) пружины и начального значения угла  $\alpha_0$ . При свободном креплении [4]

$$m_{св} = \cos \alpha_0 + \frac{C}{B} \cdot \frac{\sin^3 \alpha_0}{\cos \alpha_0}, \quad (211)$$

при глухом креплении

$$m_{гл} = \frac{1}{\cos^3 \alpha_0 + \frac{B}{C} \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0}.$$

При расчете измерительных винтовых пружин (например, подвесов маятников) именно несовершенство крепления концов подвесов является одним из источников погрешностей в работе прибора. Здесь уже нельзя считать крепление идеально глухим или идеально свободным и пренебрегать неточностями в работе подвеса, возникающими из-за несовершенства крепления.

В исходные зависимости для  $\lambda$  и  $\theta$  можно вносить упрощения только после тщательных просчетов погрешностей, вносимых этими упрощениями.

Для силовых пружин обычно принимают упругую характеристику линейной  $P = k\lambda$ , что практически оправдано, так как дает приемлемые результаты при расчетах и эксплуатации.

Влияние группы эксплуатационных факторов на точность пружин следует учитывать с той целью, чтобы разработанный технологический процесс обеспечил наиболее постоянную упругую характеристику во времени при испытании пружин в соответствии с техническими требованиями к изделию.

Технологические факторы оказывают наиболее сильное влияние на точность и стабильность работы пружин. Изменения упругой характеристики могут происходить из-за несовершенства упругих свойств материалов, меняющихся вследствие длительного хранения, транспортировки, под воздействием температуры, ударов, вибраций и т. д., а также из-за изменений начальных размеров, возникающих после термообработки, проводимой с целью уменьшения остаточных внутренних напряжений, появляющихся при изготовлении пружин. В этом случае точность и стабильность упругой характеристики пружин снижаются из-за изменения их геометрических размеров или физико-механических

параметров в процессе изготовления (например, при термообработке), хранения (например, из-за пластических деформаций), транспортировки (например, из-за ударов и вибраций). Практика показывает, что обычно искажения упругой характеристики под влиянием первичных погрешностей  $\Delta E$ ,  $\Delta G$ , а также изменение размеров и т. д. в несколько раз превосходит ее погрешности, связанные с неточностями расчета.

Так, для винтовой пружины влияние технологических операций на первичные погрешности геометрических размеров и физических свойств показано в табл. 16 [43].

Для таких пружин погрешность в упругой характеристике от изменения геометрических размеров в десятки раз превосходит погрешность упругой характеристики от неточности расчетов.

Значительной величины достигают первичные погрешности пружин, связанные с нестабильностью их характеристики и с изменением геометрических размеров вследствие термообработки.

**Нестабильность** проявляется в непостоянстве упругой характеристики, меняющейся со временем, под воздействием нагрузок, вибраций и т. д.

Если рабочие напряжения ниже предела упругости материала пружины, то нестабильность проявляется в пределах обратимых остаточных деформаций (упругое последствие и гистерезис). Например, для винтовых пружин из проволоки по ГОСТ 9389—60 величина упругого последствия не превышает 0,6%. При напряжении выше предела упругости материала (таких пружин в производстве более 50%) нестабильность связана не только с упругими, но также с остаточными необратимыми деформациями. Величины остаточных деформаций достигают 17%, а упругое последствие — 2% от общей упругой деформации, если при этом рабочие напряжения составляют до 55% от временного сопротивления проволоки.

Для уменьшения остаточных деформаций пружин, происходящих в условиях эксплуатации, в их технологический процесс вводят стабилизацию.

В процессе стабилизации в витках пружин создаются остаточные напряжения и упрочняется материал (за счет пластической деформации при перегрузке), что повышает его предел упругости. Таким образом обеспечивается (технологическим путем) определенный запас или гарантия стабильности пружин при эксплуатации. При этом стабильность гарантируется только в части предупреждения остаточных необратимых деформаций пружин. Величина упругого последствия пружин при стабилизации не уменьшается.

Для уменьшения упругого последствия до 0,2—0,5% рекомендуется не разгружать пружины после стабилизации, а хранить их в нагруженном состоянии до момента сборки с изделием. Этот технологический прием целесообразно применять только для той группы пружин, которые в эксплуатации не разгружаются

Распределение влияния различных факторов на погрешности основных параметров винтовых пружин

Факторы, влияющие на погрешности основных параметров пружин		Первичные погрешности								
		геометрические					физические			осевое усилие $\Delta P$
		диаметра	числа витков $\Delta l$	высоты пружины $\Delta H$	непараллельности торцов $\Delta T$	модуля упругости $\Delta G$	соотношение напряжений $\tau/\tau_y$	от начального натяжения $\Delta P_{нач}$		
прово-локи $\Delta d$	пружины $\Delta D$									
Группа	Наименование									
1. Конструктивные	Неточность расчета основных параметров пружин . . . Нелинейность упругой характеристики . . . . .	+	+	+	+	+	+	+	+	
				+					+	
2. Эксплуатационные	Нагружение постоянной нагрузкой при переменной температуре, вибрации, ударе . . . . . Циклическое нагружение при тех же условиях . . . . . Хранение в свободном состоянии при тех же условиях Работа в агрессивных средах . . . . .									
					+				+	
					+				+	
		+			+				+	
3. Технологические	Изготовление проволоки Правка проволоки . . . . . Навивка пружин . . . . . Отрезка концов проволоки Шлифование торцов проволоки . . . . . Термообработка . . . . . Стабилизация упругой характеристики . . . . . Защитное покрытие . . . . . Транспортировка и хранение пружин после изготовления до сборки . . . . .	+					+	+		
			+	+	+				+	
			+	+	+				+	
				+	+				+	
			+	+	+	+		+	+	
				+	+	+		+	+	
		+			+	+		+	+	
					+				+	

Примечание: Знак «+» показывает параметры, изменяющиеся под влиянием данного фактора.

до нуля. Пружины лучше всего хранить при той же предварительной нагрузке, при которой они работают в изделии.

Процесс хранения пружин в нагруженном состоянии может быть заменен повторной стабилизацией перед окончательной регулировкой, а также предварительным введением эксплуатационного режима в собранном узле или в изделии.

Чтобы уменьшить внутренние остаточные напряжения, возникающие в пружине при изготовлении, и в целях повышения предела упругости, прибегают к термообработке, которая может влиять на размеры пружин. Например, у винтовых пружин уменьшение внутренних остаточных напряжений и перераспределение их по сечению витка сопровождается изменением начальных размеров пружин. Это изменение может в несколько раз превысить допуск на изготовление.

Результаты исследований деформаций винтовых пружин при термообработке показывают, что после термообработки (отпуска) изменяются первоначальные размеры пружин (диаметр их уменьшается, а число витков увеличивается). В основном это объясняется изменением моментов внутренних сил в связи с пластической деформацией в наиболее напряженных участках сечения проволоки, а также с уменьшением остаточных напряжений в соответствии с понижением предела упругости проволоки при повышении температуры отпуска.

Количественные значения изменений диаметров пружин и числа витков после отпуска весьма существенны и имеют систематический характер. Поэтому необходимо навивать пружины с соответствующими припусками на эти параметры.

Изменение числа витков пружин определяется по формуле

$$\Delta i = - \frac{\Delta D}{D_0} i.$$

Изменение осевого усилия пружин после отпуска, т. е. изменение характеристики определяется как сумма частных относительных изменений размеров пружин.

Технологическим процессом предусматриваются соответствующие изменения диаметра и числа витков пружин, что повышает точность работы пружин по осевому усилию.

#### 64. ВЛИЯНИЕ ПЕРВИЧНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ НА УПРУГУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ ПРУЖИН

Принимая линейную зависимость между нагрузками и деформациями  $P = k\lambda$ , можно определить вероятную погрешность, а также максимальное рассеивание характеристики, связывающей нагрузки  $P$  и деформации. Рассмотрим несколько примеров.

Винтовые пружины (рис. 117) растяжения—сжатия. Их характеристику можно представить уравнением

$$P = \frac{Gd^4}{8D_0^3i_0} \lambda = k\lambda$$

или графиком. Относительные погрешности осевого усилия  $P$  пружин под влиянием первичных погрешностей выражаются условиями

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta P_d}{P} = \frac{4\Delta d}{d}; \quad \frac{\Delta P_{D_0}}{P} = \frac{3\Delta D}{D_0}; \\ \frac{\Delta P_i}{P} = \frac{\Delta i}{i}; \quad \frac{\Delta P_G}{P} = \frac{\Delta G}{G}; \\ \frac{\Delta P_H}{P} = \frac{\Delta H}{\lambda}. \end{aligned} \right\} \quad (212)$$

Погрешность упругой характеристики можно выразить через рассеивание осевого усилия. Максимальное рассеивание определяется суммой

$$\frac{\Delta P_{\Sigma 1}}{P} = \frac{4\Delta d}{d} + \frac{3\Delta D}{D_0} + \frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta G}{G} + \frac{\Delta H}{\lambda}. \quad (213)$$

Иногда в рабочих чертежах погрешность упругой характеристики удобнее выразить в виде допусков на перемещение  $\lambda \pm \Delta\lambda$ , а относительную суммарную погрешность подсчитывать не через осевое усилие  $\frac{\Delta P_{\Sigma}}{P}$ , а через деформацию  $\frac{\Delta\lambda_{\Sigma}}{\lambda}$  или  $\frac{\Delta H_{\Sigma}}{\lambda}$ .

Выражения (212), (213) позволяют определить максимальное суммарное рассеивание через частные первичные погрешности ( $\Delta d$ ,  $\Delta i$ ,  $\Delta D$ ). Вероятное суммарное рассеивание ищут методом квадратичного суммирования первичных погрешностей.

Изучение величины и характера первичных погрешностей винтовых пружин и степени влияния их на упругую характеристику [43] позволяют сделать следующие выводы.

Вероятное суммарное рассеивание осевого усилия различных пружин при изготовлении их в пределах экономически обоснованных допусков колеблется в пределах 27—109% от средних значений усилия, а максимальное рассеивание усилия—в пределах 42—146%. Такие величины рассеивания могут иметь место, если изготавливать пружины из наиболее точной проволоки по группе За, поставляемой металлургической промышленностью по особому требованию заказчика. Если пружины изготавливают из проволоки группы точности 4, то вероятное поле рассеивания усилия доходит до 140%, а максимальное—до 180%.

Требуемая точность изготовления пружин современных приборов колеблется в пределах 2—20%, она в 10—20 раз выше, чем вероятное поле рассеивания осевого усилия, если изготавливать пружины в пределах экономически обоснованных допусков на основные геометрические размеры.

Наибольшее влияние на рассеивание осевого усилия оказывают отклонения диаметра проволоки, поставляемой металлургической промышленностью. Следует отметить, что эти отклонения диаметра проволоки являются систематическими или постоянными для данного мотка, так как внутри одного мотка диаметр проволоки изменяется пренебрежимо мало.

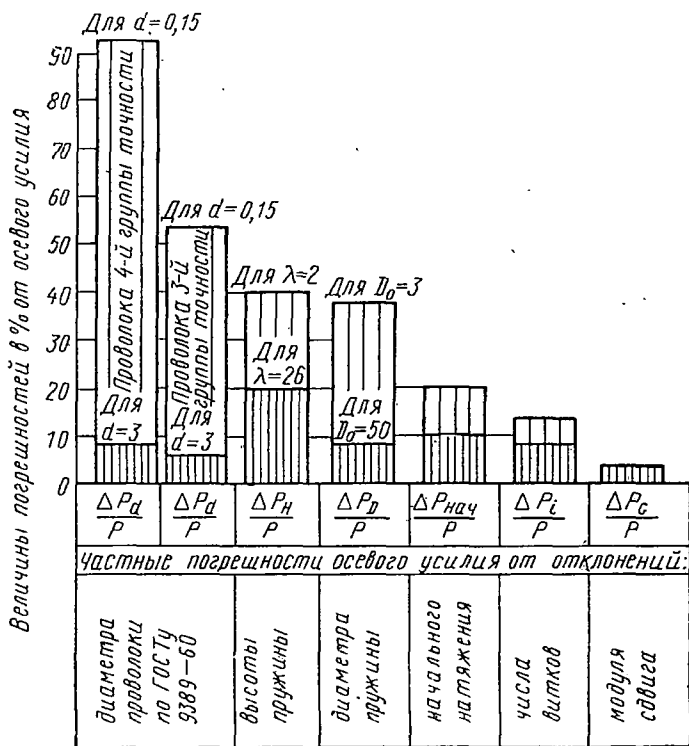


Рис. 118. Диаграмма сравнительного влияния первичных погрешностей на частные погрешности осевого усилия Р

Отклонения других размеров пружин в пределах экономически обоснованных допусков ( $\Delta D$ ;  $\Delta i$ ;  $\Delta H$ ) вызывают погрешности осевого усилия в 10—40%. Все эти погрешности являются случайными.

Колебание модуля сдвига проволоки оказывает наименьшее влияние на суммарное рассеивание осевого усилия пружин (рис. 118).

Повысить точность винтовых пружин по упругой характеристике при серийном их изготовлении возможно за счет:

- увеличения точности геометрических размеров;
- компенсации постоянных, систематических и случайных погрешностей;

## Классификация винтовых пружин по точности упругой характеристики

Наименование	Классы точности			
	1-й		2-й	3-й
	Вариант «а» без компенсации погрешностей	Вариант «б» с компенсацией погрешностей		
<p>Диаграммы осевых усилий и их погрешности</p>				
Граничные условия классификации	$\Delta P_3 < \Delta P'_\Sigma$	$\Delta P_3 < \Delta P'_\Sigma$	$\Delta P'_\Sigma \leq \Delta P_3 \leq \Delta P_\Sigma$	$\Delta P_3 \geq \Delta P_\Sigma$
Соотношение средних усилий	$P_{расч} = P_3 + \frac{\Delta P_\Sigma - \Delta P_3}{2}$	$P_{расч} = P_3 + \frac{\Delta P'_\Sigma - \Delta P_3}{2}$	$P_{расч} = P_3$	$P_{расч} = P_3$
Методы обеспечения заданной точности	$\Delta P_3$ — выполняется обеспечением допусков на размеры пружин и последующей калибровкой	$\Delta P_3$ — выполняется обеспечением допусков на размеры с использованием компенсации и последующей калибровкой	$\Delta P_3$ — выполняется обеспечением допусков на размеры с компенсацией систематической погрешности	$\Delta P_3$ — выполняется обеспечением допусков на размеры пружин

Обозначения:  $P_{расч}$  — среднее расчетное усилие;  $P_3$  — среднее заданное усилие;  $\Delta P_3$  — заданный допуск на усилие;  $\Delta P_\Sigma$  — суммарное вероятное рассеивание усилия;  $\Delta P'_\Sigma$  — суммарное вероятное рассеивание усилия от случайных погрешностей

в) комплексного метода, предусматривающего повышение точности геометрических размеров и компенсацию погрешностей.

При этом оказывается [43], что:

1) существенно повысить точность упругой характеристики за счет введения более узких пределов допусков не удастся. Это объясняется тем, что наибольшее влияние на упругую характеристику оказывают отклонения диаметра проволоки в пределах ГОСТ;

2) так как погрешность в диаметре проволоки данного мотка постоянна, то, видимо, экономически целесообразно прежде всего

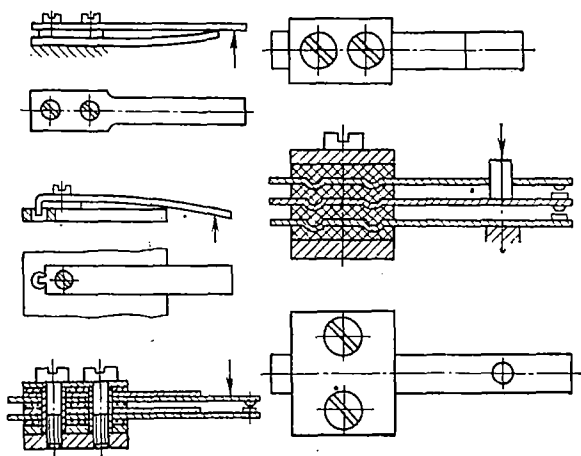


Рис. 119. Прямые плоские пружины

снижение погрешности методом компенсации основной постоянной ее части. Исследования показывают, что таким путем точность упругой характеристики повышается в 1,5 ÷ 2,5 раза;

3) если после компенсации погрешности диаметра проволоки допуск на изготовление остается меньше заданной точности характеристики, то проводят доводку (калибровку) пружин по упругой характеристике. В процессе доводки непосредственно проверяется сама упругая характеристика. При этом суммарное рассеивание осевого усилия может быть уменьшено с 27 ÷ 100 до 2%;

4) в результате разработки методов обеспечения заданной точности упругой характеристики в условиях серийного производства разработана классификация винтовых пружин по степени точности упругой характеристики (табл. 17) [43].

**Плоские пружины.** Упругая характеристика прямой плоской пружины (рис. 119) может быть представлена уравнением

$$P = \frac{C}{12} \cdot \frac{bh^3E}{l^3} f = kf \quad (214)$$

или графиком.

Частные относительные погрешности усилия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta P_h}{P} &= \frac{3\Delta h}{h}; \quad \frac{\Delta P_b}{P} = \frac{\Delta b}{b}; \\ \frac{\Delta P_l}{P} &= -\frac{3\Delta l}{l}; \quad \frac{\Delta P_E}{P} = \frac{\Delta E}{E}; \\ \frac{\Delta P_f}{P} &= \frac{\Delta f}{f}. \end{aligned} \right\} \quad (215)$$

Максимальное суммарное относительное рассеивание усилия (при  $f = \text{const}$ )

$$\frac{\Delta P_{\Sigma \max}}{P} = \frac{3\Delta h}{h} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{3\Delta l}{l} + \frac{\Delta E}{E} \quad (216)$$

или соответственно максимальное относительное рассеивание прогиба (при  $P = \text{const}$ ).

$$\frac{\Delta f_{\Sigma \max}}{f} = \frac{3\Delta h}{h} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{3\Delta l}{l} + \frac{\Delta E}{E}. \quad (217)$$

При проектировании технологического процесса нужно правильно оценить необходимую степень точности упругой характеристики, допуски на которую, как и в предыдущем случае, задаются в форме отклонения нагрузки  $\Delta P$  или деформации  $\Delta f$ , а также выбрать рациональный метод обеспечения заданной точности.

Степень точности оценивается сравнением заданного допуска на упругую характеристику с действительным полем ее рассеивания из-за влияния первичных погрешностей.

Анализ влияния первичных погрешностей на суммарное рассеивание упругой характеристики плоских пружин позволяет утверждать, что вероятное суммарное рассеивание упругой характеристики плоских пружин при серийном изготовлении их в пределах экономически обоснованных допусков на первичные параметры, так же как и при изготовлении винтовых пружин, во много раз превышает заданные допуски [43].

Уменьшить суммарное рассеивание характеристики пружин можно:

а) компенсацией систематической частной погрешности усилия от отклонений толщины материала, если серийная партия изготавливается из рулонной ленты; эта компенсация осуществляется изготовлением комплекта штампов с различной шириной вырубki пружин;

б) калибровкой пружин по характеристике, если в результате применения компенсации суммарное поле рассеивания больше заданного допуска;

в) селективной сборкой, когда чувствительный упругий элемент состоит из нескольких пружин. В этом случае компенсация

систематической погрешности и калибровка не требуется. Допуски на геометрические размеры выбираются экономически выгодными.

Реализация указанных методов повышения точности пружин осуществляется измерением их непосредственно по упругой характеристике в процессе какой-либо производственной операции или сортировкой их по жесткости при селективной сборке с помощью специально разработанных приборов.

**Мембраны и мембранные коробки.** Экспериментальные исследования мембран и мембранных коробок [43] показывают, что действительные рабочие напряжения в мембранах обычно значительно превышают предел упругости материала, истинное значение которого известно недостаточно точно из-за искажений, связанных со сваркой мембран в коробки.

Критерием оценки интервала расхождения между истинными рабочими напряжениями и пределом упругости служит отношение остаточной деформации при первом нагружении к общей упругой деформации.

Для обеспечения постоянства работы мембраны при их стабилизации стремятся уменьшить максимальные рабочие напряжения путем создания остаточных напряжений с обратным знаком (как у винтовых пружин).

При разработке процесса изготовления мембран важно предварительно оценить степень заданной точности их упругой характеристики по сравнению с максимальным ее рассеиванием, вызываемым отклонениями геометрических размеров и модуля упругости материала. Для этого необходимо произвести предварительный расчет величин частных погрешностей и суммарного рассеивания характеристики мембранных упругих элементов (как и для винтовых и плоских пружин).

Характеристика мембраны, нагруженной равномерно распределенной  $p$  или сосредоточенной нагрузкой  $Q$  может быть записана уравнениями [4]

$$\left. \begin{aligned} \frac{pR}{Eh^4} &= a \frac{\omega_0}{h} + b \frac{\omega_0^3}{h^3}; \\ \frac{QR^3}{Eh^4} &= a_1 \frac{\omega_0}{h} + b_1 \frac{\omega_0^3}{h^3}, \end{aligned} \right\} \quad (218)$$

- где  $\omega_0$  — прогиб центра мембраны в мм;  
 $p$  — давление в кгс/см<sup>2</sup>;  
 $Q$  — сосредоточенная нагрузка на центр мембраны в кгс;  
 $E$  — модуль упругости в кгс/см<sup>2</sup>;  
 $h$  — толщина материала мембраны в мм;  
 $R$  — рабочий радиус мембраны в мм.  
 $a, a_1, b, b_1$  — коэффициенты, зависящие от параметров мембран [4].

Частные (относительные) погрешности хода мембраны при переходе от отклонения к полю рассеивания

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta p_h}{p} &= \frac{\Delta w_0 h}{w_0} \approx \frac{3\Delta h}{h}; \\ \frac{\Delta p_R}{p} &= \frac{\Delta w_{0R}}{w_0} = \frac{4\Delta R}{R}; \\ \frac{\Delta p_E}{p} &= \frac{\Delta w_{0E}}{w_0} = \frac{\Delta E}{E}. \end{aligned} \right\} \quad (219)$$

Так как все первичные погрешности случайны, то вероятное суммарное рассеивание относительного прогиба

$$\frac{\Delta p_\Sigma}{p} = \frac{\Delta w_{0\Sigma}}{w_0} = \sqrt{\left(\frac{3\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{4\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2}. \quad (220)$$

Полученные приближенные выражения не учитывают геометрию мембраны (профиль, высота гофр и т. д.).

Количественная оценка частных погрешностей показывает, что погрешность хода мембраны за счет толщины (для  $h_{\min} = 0,03$  мм допуск составляет 0,003 мм):

$$\frac{\Delta w_0 h}{w_0} = \frac{3\Delta h}{h} = 0,3 \text{ или } 30\%.$$

Заготовки толщиной свыше 0,3 мм прокатываются с точностью  $\pm 0,05$  мм, тогда

$$\frac{\Delta w_0 h}{w_0} = 0,1 \text{ или } 10\%$$

Частная погрешность за счет  $R$  в зависимости от абсолютной величины  $R$  составляет от 4 до 20%.

Рассеивание модуля упругости  $E$  для цветных металлов составляет 15%, что дает погрешность в ходе мембран до 15%.

Предельная величина вероятного суммарного рассеивания вследствие первичных погрешностей, за счет отклонения основных параметров мембраны  $h$ ,  $R$ ,  $E$  для тонкостенных мембран ( $h = 0,03$  мм) составляет около 40%, а для толстостенных мембран ( $h = 0,3$  мм) — около 21%.

Сопоставление суммарного рассеивания прогиба  $\frac{\Delta w_{0\Sigma}}{w_0}$  с заданными по техническим требованиям допусками на изготовление показывает их несоответствие.

Заданные допуски на прогиб имеют величину обычно  $3 \div 20\%$ , они в  $2 \div 8$  раз меньше суммарного рассеивания модуля, составляющего (при учете только трех параметров  $h$ ,  $R$ ,  $E$ )  $20 \div 40\%$ .

При учете погрешностей геометрии профиля и других факторов существенно увеличивается суммарное рассеивание хода упругого элемента. Суммарное вероятное рассеивание упругой характеристики мембран при изготовлении их в пределах экономически обоснованных допусков на геометрические размеры с учетом колебания модуля упругости материала значительно превышает требуемую точность характеристики по техническим требованиям.

Существенное уменьшение суммарного рассеивания характеристики мембранных упругих элементов можно получить за счет калибровки мембран по упругой характеристике, путем уменьшения их толщины (электрополированием или травлением); селективной сборкой по характеристике, если чувствительные элементы состоят из двух мембран или более.

Особенность этих методов состоит в том, что измерение упругой характеристики при калибровке или сортировке мембран на группы осуществляется путем нагружения их сосредоточенной нагрузкой вместо обычного равномерного давления при соответствующем пересчете эквивалентной характеристики. Упругие элементы различных типов даны в табл. 18.

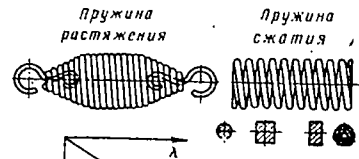
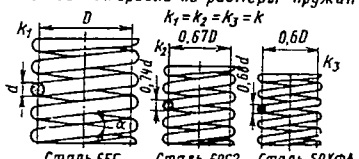
#### 65. НЕЛИНЕЙНОСТЬ И НЕТОЧНОСТЬ УПРУГОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРУЖИНЫ

Как уже указывалось, при проектировании пружины может быть рекомендован следующий порядок: 1) прежде всего выясняют общую схему устройства, в котором пружина должна работать, ее назначение, условия эксплуатации и требуемую точность работы; 2) после этого выбирают геометрическую форму пружины (стремясь взять ее возможно более простой, с тем чтобы обеспечить простоту расчета и изготовления); 3) составляют расчетную схему; 4) назначают материал; 5) намечают конструкцию пружины.

Расчет является одним из важнейших этапов проектирования, во многом определяющим качество работы проектируемой пружины. Его проводят с учетом специфических особенностей, свойственных пружинам данной конкретной формы, определенного назначения и заданной точности. Очень важно правильно выбрать основное уравнение, связывающее нагрузки и деформации  $\lambda = F(P)$ , и его допустимые упрощения (например, линеаризацию). Не менее, а иногда даже и более важно правильно оценить влияние различных факторов на точность пружины, с тем чтобы правильно разработать ее рабочие чертежи и назначить технологию изготовления, отвечающие условиям эксплуатации пружины. Это позволяет довести до возможного минимума отбраковку изготовленных образцов.

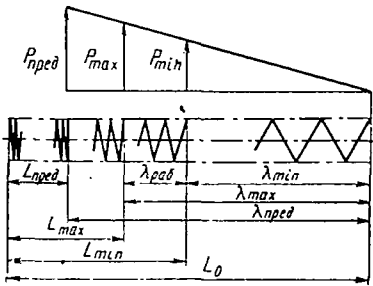
Влияние различных факторов на точность работы пружины рассматривалось в п. 64 настоящей главы,

Основные соотношения, используемые при расчете пружин с линейной харак

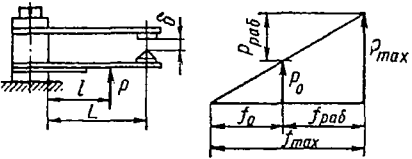
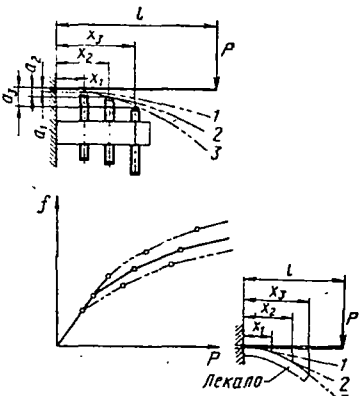
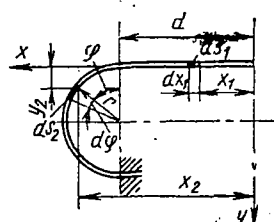
Эскиз упругого элемента и принятые обозначения	Формулы для расчета
<p><b>Винтовые пружины растяжения — сжатия</b></p>  <p>Влияние материала на размеры пружин</p>  <p><math>P</math> — осевая сила в кгс,  <math>M_T</math> — момент на торце  <math>\lambda</math> — осадка деформации в мм  <math>\Theta</math> — угол поворота торцов в рад  <math>i, \alpha</math> — число и угол наклона витков  <math>i_0, \alpha_0</math> — их начальные значения  <math>D, d, H, L, h_{пр}</math> — размеры пружины  <math>\frac{D}{2} = R</math> — радиус пружины  <math>E</math> — модуль упругости  <math>G</math> — модуль упругости при сдвиге  <math>J_B, J_K</math> — моменты инерции проволоки на изгиб и кручение  <math>B = EJ_B</math> — жесткость проволоки на изгиб  <math>C = GJ_K</math> — жесткость проволоки на кручение  <math>\frac{D}{d} = c</math> — индекс пружины  <math>t</math> — шаг пружины  <math>l_0</math> — длина проволоки</p>	$\lambda = \frac{\pi D_0^2 i_0}{4B \cos \alpha_0} \times$ $\times \left[ PD_0 \left( \frac{B}{C} \cos^2 \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0 \right) + M_T \left( \frac{B}{C} - 1 \right) \sin 2\alpha_0 \right]$ $\Theta = \frac{\pi D_0 i_0}{B \cos \alpha_0} \times$ $\times \left[ \frac{PD_0}{4} \left( \frac{B}{C} - 1 \right) \sin 2\alpha_0 + M_T \left( \frac{B}{C} \sin^2 \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0 \right) \right]$ <p>Идеально свободное крепление <math>M_T = 0</math>, идеально глухое крепление <math>\Theta = 0</math>.</p> <p>При малых <math>\alpha_0</math> допустимо пользоваться уравнением:</p> $\lambda = \lambda_0 = \frac{\pi PD_0^3 i_0}{4C}$ <p>Для проволоки диаметром <math>d</math></p> $\lambda_0 = \frac{8PD_0^3 i_0}{Gd^4}$ <p>При значительных изменениях <math>\alpha</math> пользуются соотношением: <math>\lambda = m\lambda_0</math></p> <p>Для глухого крепления</p> $m_{гл} = \frac{1}{\cos^3 \alpha_0 + \frac{B}{C} \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0}$ <p>Для свободного крепления</p> $m_{св} = \cos \alpha_0 + \frac{C}{B} \frac{\sin^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0}$ <p>Допускаемая максимальная нагрузка</p> $P_{max} = \frac{\pi d^3}{16KR} [\tau]_{кр};$ $R = \frac{D}{2}; K = \psi \left( \frac{D}{d} \right)$

теристикой (линейная теория)

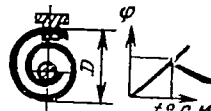
Нагрузка	Деформация	Допуски в %		Примечание
		на характеристику	на гистерезис	
Для пружин сжатия 0,005—100 кгс. Для пружин растяжения 0,001—50 кгс	Для пружин сжатия 0,5—0,75 мм. Для пружин растяжения 2÷150 мм	2÷20	0,2÷1,5	<p>Нелинейность характеристики определяют экспериментально или пользуются теорией больших перемещений Н. А. Чернышева.</p> <p>У тензометрических упругих элементов определяют коэффициент нелинейности <math>m</math></p> <p>При необходимости нелинейность компенсируется</p> <p>Изменение формы сечения проволоки сказывается на жесткости пружины</p> <p>Квадратная проволока</p> $\lambda = 5,567 \frac{PD_0^3 i}{Ga^4}$ <p>Прямоугольная проволока</p> $\lambda = \Delta \frac{PD_0^3 i}{GS^4}$ <p>Исходя из выражений для <math>P_{max}</math> и <math>\lambda</math>, задаваясь <math>c</math>, находят размер сечения проволоки, используя непосредственные подсчеты или номограммы</p>

Эскиз упругого элемента и принятые обозначения	Формулы для расчета
$K = \frac{Gd^4}{8D_0^3 i_0}$ жесткость пружины из проволоки диаметром $d$ $[\tau]_{кр}$ — напряжение кручения $H, H_0$ — высота рабочей части пружины при максимальной нагрузке и в ненагруженном состоянии	$K = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0,615}{c}$ Для проволок круглого сечения $d = 1,6 \sqrt{\frac{K P_{max} c}{[\tau]_{кр}}}$ Для пружин растяжения $H_0 = id + 2h_{пр}; \quad h_{пр} = (0,5 - 1) D;$ $H = H_0 + \lambda_{max}; \quad l_0 = \frac{\pi D_0 i_0}{\cos \alpha} + l_{пр}$
Пружины с предварительным натяжением 	$\frac{\lambda_{min}}{\lambda_{раб}} = \frac{P_{min}}{P_{max} - P_{min}};$ $\lambda_{min} = \lambda_{раб} \frac{P_{min}}{P_{max} - P_{min}}$
Пружины кручения  <p><math>a</math> — плечо силы  <math>D_i</math> — диаметр при <math>\Theta_{max}</math>  <math>L</math> — рабочая длина пружины  <math>M_{из}</math> — изгибающий момент</p> $K = \frac{Ed^4}{64D_0^3 i_0}$ жесткость пружины $[\sigma]_{из}$ — напряжение изгиба	$M_{из} = \frac{EJ}{L} \varphi \quad (\varphi \text{ — угол закрутки})$ $\frac{M_{max}}{M_{min}} = \frac{\Theta_{раб} - \Theta_{min}}{\Theta_{min}};$ $M_{max} = P_{max} a;$ $d = \sqrt[3]{\frac{32M_{max}}{\pi [\sigma]_{из}}}; \quad 2D_0 = (8 \div 10) d;$ $D_1 = \frac{L}{\pi \left( i_0 + \frac{\Theta_{max}}{2\pi} \right)};$ $\Theta = \frac{64MD_0 i_0}{Ed^4}$ $\sigma_{max} = K \frac{M_{из}}{W}$

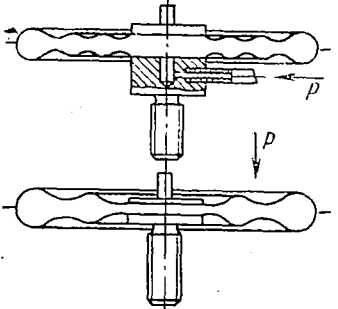
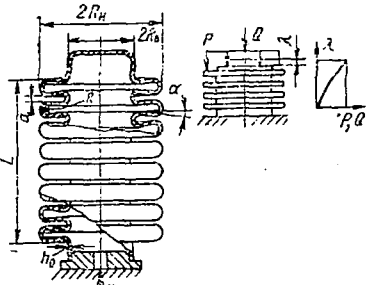
Нагрузка	Деформация	Допуски в %		Примечание
		на характеристику	на гистерезис	
		2 ÷ 20	0,2 ÷ 1,5	Для пружин сжатия $i_0 = i + (1,5 \div 2);$ $H = (i_0 - 0,5) d;$ $H_0 = H + i (i - d)$ В ненагруженном состоянии $t = d + \frac{(1,1 \div 1,2) \lambda_{max}}{i};$ Обычно $t = (0,3 \div 0,5) D$ При действии больших быстро повторяющихся нагрузок применяют составные пружины. Индекс пружины $c = \sqrt{\frac{k \lambda G}{\pi H [\tau]_{кр}}}$
				Изготавливаются только из термообработанной проволоки Наибольшее остаточное напряжение зависит от индекса пружины, оно не превышает $(0,4 \div 0,5) \tau_T$ , где $\tau_T$ — предел текучести проволоки Наибольшее касательное напряжение определяется по формуле: $\tau_{max} = K \frac{8PD}{\pi d^3},$ где $K$ — коэффициент, зависящий от индекса пружины
				Начальное натяжение предусматривают чертежом. Оно составляет $(20 \div 50) \tau_y \%$ $0,1 P_{max} \leq P_{min} \leq 0,5 P_{max}$
				Коэффициент $K$ подсчитывают по выражению $K \approx \frac{4c-1}{4c-4}$ или берут по графику. Начальный центральный угол $\varphi_0$ пружины определяют по формуле $\varphi_0 = 2\pi i_0$ Средний диаметр пружины $D$ после нагружения $D = \frac{D_0}{1 + \frac{\varphi}{2\pi i_0}}$

Эскиз упругого элемента и принятые обозначения	Формулы для расчета	Допуски в %		Примечание		
		на характеристику	на гистерезис			
<p>Прямые плоские пружины сечением <math>b \times h</math></p>  <p><math>f</math> — прогиб конца  <math>L</math> — длина пружины  <math>\delta</math> — расстояние между контактами  <math>l</math> — расстояние до точки приложения сил</p>	$f = \frac{Pl^3}{3EJ} = \frac{4Pl^3}{Ebh^3} = \frac{2}{3} \frac{l^2 [\sigma]_{из}}{hE};$ $\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{w} = \frac{6Pl}{bh^2}$ $P = \frac{bh^2}{6l} [\sigma]_{из}$ <p>с предварительным натяжением</p> $f_0 = f_{раб} \frac{P_0}{P - P_0}; \quad f = f_0 + f_{раб}$	От 0,001 до 5 кгс	(0,1 ÷ 10) мм	2 ÷ 30	—	<p>Для круглого сечения диаметром</p> $f = \frac{64Pl^3}{3E\pi d^4} =$ $= \frac{2}{3} \cdot \frac{l^2}{Ed} [\sigma]_{из}$ $\sigma_{max} = \frac{32Pl}{\pi d^3}$ $P = \frac{\pi d^3}{32l} [\sigma]_{из}$
<p>Пружины переменной жесткости</p>  <p><math>f_1, f_2, f_3</math> — прогиб пружины в положениях 1, 2, 3.</p>	$f_1 = \frac{Pa^3}{3EJ}; \quad k_1 = \frac{3EJ}{a^3}$ $f_2 = \frac{Pa_1^3}{3EJ}; \quad k_2 = \frac{3EJ}{a_1^3}$ $f_3 = \frac{Pa_2^3}{3EJ}; \quad k_3 = \frac{3EJ}{a_2^3}$ <p>размеры пружин определяют по <math>k_{min}</math>          Положение упоров</p> $x_1 = a - \sqrt[3]{\frac{3EJ}{k_1}};$ $x_2 = a - \sqrt[3]{\frac{3EJ}{k_2}};$ <p><math>c_1, c_2</math> подбирают при регулировке</p>	То же	То же	То же	—	<p>Нелинейность может возникнуть из-за изменения плеча силы <math>P</math> при прогибе пружины.</p> <p>При работе таких элементов, как упругие опоры высокоточных приборов или упругие элементы тензодатчиков ее учитывают.</p> <p>Увеличивая число опорных винтов и меняя их расположение, можно получить заданную характеристику пружины.</p> <p>Соединив мембранную коробку, характеристика которой нелинейна с прямой пружиной переменной жесткости, можно получить измерительный упругий элемент с линейной характеристикой</p>
<p>Изогнутые пружины</p> 	<p><math>f_y, f_x</math> — прогибы в направлении осей <math>x</math> и <math>y</math></p> $f_y = \frac{P}{EJ} \int_0^d x_1^2 ds_1 + \frac{P}{EJ} \int_0^\pi x_2^2 ds_2$ <p><math>x_1 y_1</math> — координаты произвольно взятого элемента <math>ds_1</math></p>	То же	—	—	—	<p>Изогнутые пружины применяют в тех случаях, когда из-за габаритов или неудобства монтажа нельзя использовать прямую плоскую пружину.</p> <p>Геометрическую форму изогнутой пружины стараются брать по возможности простой</p>

Нагрузка	Деформация	Допуски в %		Примечание
		на характеристику	на гистерезис	
От 0,001 до 5 кгс	(0,1 ÷ 10) мм	2 ÷ 30	—	Для круглого сечения диаметром
То же	То же	То же	—	Нелинейность может возникнуть из-за изменения плеча силы $P$ при прогибе пружины.
То же	—	—	—	Изогнутые пружины применяют в тех случаях, когда из-за габаритов или неудобства монтажа нельзя использовать прямую плоскую пружину.

Эскиз упругого элемента и принятые обозначения	Формулы для расчета
	$f_x = -\frac{P}{EJ} \int_0^d x_1 y_1 ds_1 + \frac{P}{EJ} \int_0^\pi x_2 y_2 ds_2$ <p><math>x_2 y_2</math> — координаты произвольно взятого элемента <math>ds_2</math></p> $f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$
<p>Спиральные пружины</p>  <p><math>M_{\min}, M_{\max}</math> — минимальный и максимальный моменты, развиваемые пружиной  <math>n</math> — число оборотов  <math>i</math> — число витков  <math>n, i</math> — изменяются от тугозаведенного состояния (<math>n_T, i_T</math>) до свободного (<math>n_{св}, i_{св}</math>)  <math>r_0</math> — радиус внутреннего витка  <math>h</math> — толщина ленты  <math>r_T</math> — радиус тугозаведенной пружины  <math>R</math> — радиус барабана  <math>n'</math> — перегрузка  <math>M_T</math> — приведенный момент трения (к оси волоска)  <math>\eta</math> — коэффициент пропорциональности <math>m = 2 \div 3</math></p>	<p>Заводная пружина</p> $\Phi = \frac{Ml}{EJ}; \quad \sigma_{\text{из}} = \frac{6M}{bh^2}$ $M_{\max} = \frac{EJ}{l} 2\pi (i_T - i_{св});$ $M_{\min} = \frac{EJ}{l} 2\pi (i_T - i_{св} - n_{\text{раб}})$ <p>Коэффициент качества <math>k_k = \frac{M_{св}}{M}</math>  зависит от конструкции опоры</p> $i_T = \frac{r_T - r_0}{h}; \quad i_{св} = \frac{R - r_T}{h}$ <p><math>n = i_T - i_{св}</math> — (соотношения для нормальной пружины)</p> $r_T = \sqrt{\frac{R^2 + r_0^2}{2}};$ $l = \frac{\pi}{2h} (R^2 - r_0^2);$ $n = \frac{1}{h} \left[ \sqrt{2(R^2 + r_0^2)} - (R + r_0) \right]$ <p>Волосок прибора</p> $M_{в \min} = mM_{\text{прив}};$ $M_{\text{прив}} = M_T + M_B \eta;$ $M_{в \min} = \frac{mM_T}{1 - m\eta}$ <p>при наличии неуровненности <math>M_{\text{неур}}</math></p> $M_{в \min} = \frac{mn'M_T}{1 - m\eta} \pm n'M_{\text{неур}};$ $M_{в \max} = M_{в \min} \frac{\Phi_{\max}}{\Phi_{\min}}$

Нагрузка	Деформация	Допуски в %		Примечание
		на характеристику	на гистерезис	
То же	То же	—	—	
(0,002 ÷ 10) кгс·см	(0,1 ÷ 4)	2 ÷ 30	0,05 ÷ 1,5	Используют главным образом в качестве волоска или как заводные пружины. Работа пружин в значительной степени зависит от способов крепления концов. Размеры волоска подсчитывают, исходя из соображений прочности, или берут по нормам по $M_{\min}$

Эскиз упругого элемента и принятые обозначения	Формулы для расчета
<p>Мембраны и мембранные коробки</p>  <p><math>w_0</math> — перемещение плоского центра  <math>F_{эф}</math> — эффективная площадь мембраны  <math>R, r</math> — радиус мембраны и ее жесткого центра  <math>Q</math> — тяговое усилие  <math>k</math> — жесткость мембраны</p>	$p = A\omega_0 + C\omega_0^2 + B\omega_0^3$ <p>исключив член, характеризующий разницу между прямым и обратным ходом, получим</p> $\frac{pR^4}{Eh^4} = a \frac{\omega_0}{h} + b \frac{\omega_0^3}{h^3};$ $F_{эф} = \frac{dQ}{dp}; \quad Q = pF_{эф};$ $F_{эф} \approx \frac{\pi}{3} (R^2 + r^2 + Rr);$ $k = \frac{p}{\omega_0}$
<p>Сильфоны</p>  <p><math>\lambda</math> — ход сильфона  <math>Q = pF_{эф}</math> — осевая сила  <math>F_{эф}</math> — эффективная площадь  <math>n</math> — число полных рабочих гофров  <math>\mu</math> — коэффициент Пуассона  <math>h_0</math> — толщина стенки  <math>R_n, R_b</math> — наружный и внутренний радиусы</p>	$\lambda = pF_{эф} \frac{1 - \mu^2}{Eh_0} \times$ $\times \frac{A_0 - aA_1 + a^2A_2 + B_0 \frac{h_0^2}{R_b^2}}{n};$ $Q = pF_{эф}; \quad F_{эф} \approx \pi R_{ср}^2;$ $k = \frac{R_n}{R_b}; \quad m = \frac{R}{R_b};$ $\Delta V = \omega F_{эф}; \quad k_c = \frac{Q}{\omega}.$ <p>Для комбинированного упругого элемента сильфон-пружина</p> $\lambda = \frac{pF_{эф}}{k_c + k_{пр}}$

Нагрузка	Деформация	Допуски в %		Примечание
		на характеристику	на гистерезис	
(0,005 ÷ 150) кгс/см <sup>2</sup>	(0,2 ÷ 10) мм	3 ÷ 20	0,5 ÷ 1,5	Исходя из этого уравнения, пользуясь номограммами, либо по заданной характеристике определяют параметры мембран, либо, имея параметры мембраны, строят характеристику [4]
$p_b$ в кгс/см <sup>2</sup> 0,5—500 $Q$ в кгс 0,1—30	$\lambda_b$ в мм 1—20	5—50	0,3—2,0	Сильфон рассчитывают, пользуясь номограммами [4], которые позволяют определить $A_0, A_1, A_2, B_0$ и зависимость $\lambda = \varphi(p)$

$\lambda = 2nA \frac{pR_n^4}{Eh^3};$

$\lambda_Q = 2nA_Q \frac{QR_n^2}{Eh^3}$

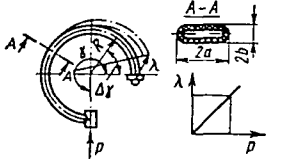
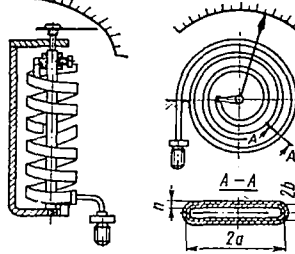
$\lambda_s$  — упругое перемещение от равномерно распределенного давления  $P$

$\lambda_Q$  — то же от сосредоточенной нагрузки  $Q$ ;

$A, A_Q$  — коэффициенты, зависящие от параметров сильфона

Эскиз упругого элемента и принятые обозначения	Формулы для расчета																
<p><math>R</math> — радиус закрепления гофра</p> $R_{\text{ср}} = \frac{R_{\text{H}} + R_{\text{B}}}{2}$ <p><math>V</math> — объем сильфона</p> <p><math>k_{\text{C}}</math> — жесткость сильфона</p> <p><math>A_0, A_1, A_2, B_0</math> — коэффициенты, зависящие от <math>\frac{R_{\text{H}}}{R_{\text{B}}}</math> и <math>\frac{R}{R_{\text{B}}}</math></p>	<p>Наибольшее допускаемое для данного сильфона давление</p> $p_{\text{max}} = a_1 \frac{h_0^2}{[(R_{\text{H}} - R_{\text{B}}) - r_{\text{H}} - r_{\text{B}}]^2} \times m [\sigma]$ <p><math>k = \frac{R_{\text{H}}}{R_{\text{B}}}</math> берут по таблице:</p> <table border="1"> <tr> <td><math>k</math></td> <td>1,2</td> <td>1,3</td> <td>1,4</td> <td>1,5</td> <td>1,6</td> <td>1,7</td> <td>1,8</td> </tr> <tr> <td><math>a_1</math></td> <td>192</td> <td>188</td> <td>186</td> <td>182</td> <td>180</td> <td>176</td> <td>174</td> </tr> </table> <p><math>r_{\text{H}}, r_{\text{B}}</math> — радиусы закругленных участков;</p> <p><math>[\sigma]</math> — допускаемое напряжение;</p> <p><math>m</math> — число слоев</p>	$k$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	$a_1$	192	188	186	182	180	176	174
$k$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8										
$a_1$	192	188	186	182	180	176	174										

Нагрузка	Деформация	Допуски в %		Примечание
		на характеристику	на гистерезис	
То же	То же	То же	То же	<p>Сварные сильфоны чувствительнее бесшовных и имеют меньший разброс, однако, коррозионная стойкость их также меньше.</p> <p>Для повышения упругих свойств сильфонов их комбинируют с калиброванными винтовыми пружинами (рис. 108). Жесткость такой системы определяется (в основном) винтовой пружины.</p>

Трубчатые пружины	Формулы для расчета
<p>Трубка бурдона</p>  <p>Винтовая</p>  <p><math>\lambda</math> — линейный прогиб от давления <math>p</math>;</p> <p><math>h</math> — толщина стенки трубки;</p> <p><math>\mu</math> — коэффициент Пуассона;</p> <p><math>\alpha, \beta, A_1, A_2, A_3</math> [4] — коэффициенты;</p> <p><math>R</math> — начальный радиус кривизны;</p> <p><math>\gamma</math> — центральный угол;</p> <p><math>\kappa</math> — главный параметр трубки</p>	$\lambda = p \frac{1 - \mu^2}{E} \cdot \frac{R^3}{bh} \times \left(1 - \frac{b^3}{a^3}\right) \frac{\Gamma \alpha}{\beta + \kappa^3};$ $\Gamma = \sqrt{(1 - \cos \gamma)^2 + (\gamma - \sin \gamma)^2};$ $\kappa = \frac{Rh}{a^2}; \quad \alpha = \frac{6A_2}{A_3};$ $\beta = \frac{12}{n} \left( A_1 - \frac{A_2^2}{A_3} \right)$

<p><math>p</math> в кгс/см<sup>2</sup> 0,1—2000</p> <p>для винтовых <math>p</math> в кгс/см<sup>2</sup> 10—700</p>	<p><math>\lambda</math> в мм 0,5—10</p> <p><math>\Phi</math> 3—30</p>	<p>5—40</p> <p>5—30</p>	<p>0,05—1,8</p> <p>0,2—1,5</p>	<p>В определенном диапазоне давлений характеристика трубчатой пружины может быть линейной.</p> <p>С увеличением угла <math>\gamma</math> направление перемещения конца трубки приближается к касательному.</p> <p>Выражение, дающее <math>\lambda</math>, написано применительно к тонкостенным трубкам.</p> <p>Координаты мгновенного центра вращения конца пружины</p> $x = -R \frac{1 - \cos \gamma}{\gamma}$ $y = R \left( 1 - \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right)$ <p>При деформации они несколько смещаются</p>
--	---	-------------------------	--------------------------------	--

Несмотря на то, что в большинстве случаев погрешности пружин, связанные с неточностью расчета и нелинейностью упругой характеристики, имеют значительно меньшую величину нежели погрешности, вызванные эксплуатационными и технологическими факторами (см. рис. 118), все же для измерительных пружин, которые часто работают в значительном диапазоне деформаций (а также тензометрических пружин), необходимо выбор основной зависимости  $\lambda = F(P)$  производить с учетом возможных неточностей.

Для измерительных пружин часто возникает необходимость иметь характеристику, линейную по измеряемому параметру, при

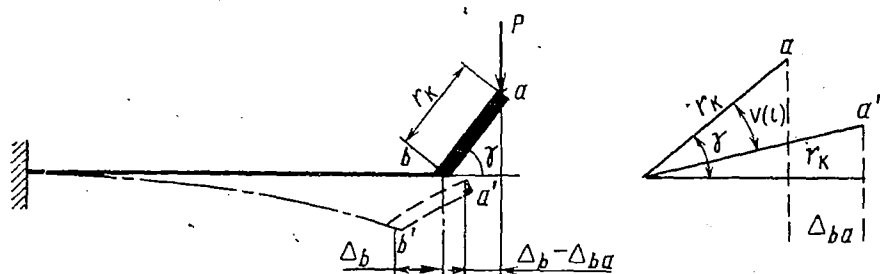


Рис. 120. Схема компенсации нелинейности упругого элемента консольного типа:

$r_k$  — компенсирующее звено;  $\gamma$  — угол между компенсирующим звеном и прямой пружиной;  $\Delta_b$  — горизонтальное смещение точки  $b$  при изгибе консоли;  $\Delta_{ba}$  — горизонтальное смещение точки  $a$  в результате ее поворота относительно точки  $b$  (рис. 120, а);  $v(l)$  — угол поворота компенсирующего звена;  $l$  — длина пружины  
а — перемещение компенсирующего рычага

этом характеристика по нагрузке на пружину может оказаться нелинейной или линейной только на ограниченном участке (например, в случае измерения скорости движения самолета или судна с помощью мембранных приборов и т. д.). Но даже в этом случае, когда упругая характеристика пружины по нагрузке в соответствии с ее назначением должна быть линейной (например, случай измерения силы или давления) предположение о ее линейности является допущением, а сама зависимость — приближенной.

Степень приближения зависит от:

- 1) принятых при выводе уравнения допущений;
- 2) наличия в этом уравнении множителей, искажающих линейность выбранной зависимости и обусловленных геометрической формой, деформацией пружины во время работы, характером ее крепления и т. д.;
- 3) материала, конструкции, технологии изготовления, предыстории пружины;
- 4) условий и продолжительности эксплуатации пружины (обычно при проектировании они известны).

В случае нелинейной зависимости между измеряемой величиной и нагрузкой на пружину, находят не отклонения упругой

характеристики от линейной, а отклонения фактической характеристики от предполагаемой. Если нелинейность или неточность упругой характеристики окажется недопустимо велика, придется искать пути для компенсации указанной погрешности.

В некоторых упругих элементах нелинейность и неточность характеристики могут быть скомпенсированы конструктивным путем.

Например, чтобы получить характеристику манометрической коробки, линейной по скорости, применяют комбинированный упругий элемент, состоящий из последовательно соединенных мембран, к которым присоединяется (параллельно) прямая плоская пружина переменной жесткости (см. рис. 112, з). Для компенсации нелинейности прямой плоской консольно закрепленной пружины можно использовать схему, изображенную на рис. 120 [27], [39].

Горизонтальное смещение точки  $a$  в результате ее поворота относительно точки  $b$ :

$$\begin{aligned} \Delta_{ba} &= r_k \cos [\gamma - v(l)] - r_k \cos \gamma = \\ &= r_k [\cos \gamma \cdot \cos v(l) + \sin \gamma \sin v(l) - \cos \gamma] \end{aligned} \quad (221)$$

После упрощения

$$\Delta_{ba} = v(l) r_k \sin \gamma - \frac{[v(l)]^2}{2} r_k \cos \gamma. \quad (222)$$

и

$$\Delta_b = \frac{1}{2} \int_0^l [v(l)]^2 dx.$$

Общее горизонтальное перемещение точки  $a$

$$\Delta = \Delta_b - \Delta_{ba}.$$

Чтобы плечо силы  $P$  менялось минимально нужно, чтобы  $\Delta$  приближалась к 0, это условие удается выдержать в интервале

$$\lambda P_m < P < P_m,$$

где  $\lambda P_m$  — наименьшее значение нагрузки;

$P_m$  — предельное значение нагрузки.

Величина  $r_k$  может быть найдена по уравнению [22]

$$\pm r_k^3 + \frac{4}{3} r_k^2 l \pm \frac{2}{3} r_k l^2 + \frac{2}{15} l^3 = 0. \quad (223)$$

Обозначив  $r_k = \rho_k l$  получаем  $\rho_k \approx 0,578l$ .

Дальнейшее исследование этого выражения показывает, что при любой длине пружины  $l$  в интервале  $0,3l < r_k < 0,578l$  значение коэффициента нелинейности не превышает  $m = 0,0002$ .

## 66. УПРУГИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ

Качество тензометрических упругих элементов как и измерительных пружин в основном оценивается с позиций их метрологических и точностных свойств. Независимо от своей конструктивной формы, они всегда предназначаются для восприятия определенным образом направленных нагрузок (рис. 121), вызывающих в теле упругого элемента напряжения, обеспечивающие сигнал, воспринимаемый вторичными приборами.

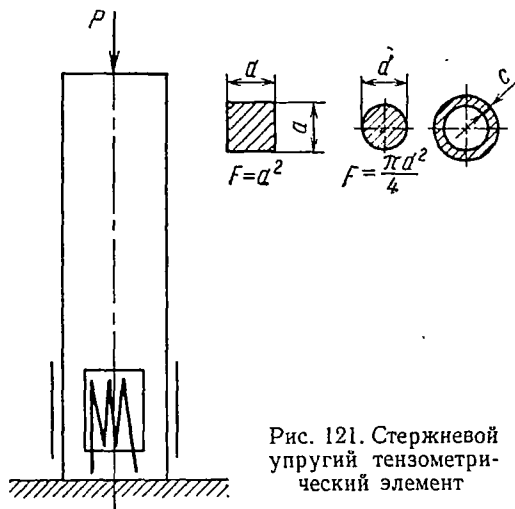


Рис. 121. Стержневой упругий тензометрический элемент

Вследствие несовершенства конструкции кроме нагрузок, подлежащих измерению, возникают «паразитные» нагрузки, вызывающие дополнительные напряжения, искажающие показания прибора.

Такие паразитные поперечные нагрузки возникают, например, вследствие нецентральности приложения измеряемого усилия  $P$  из-за несовершенства конструкции упругого элемента.

Вредное влияние поперечных нагрузок и связанных с ними напряжений компенсируется выбором формы сечения упругого элемента (например, применением полого цилиндра с той же площадью поперечного сечения, что и у сплошного стержня, но с большим  $\psi$ ), введением специальных компенсирующих приспособлений, расположением тензодатчиков и т. д. Компенсация погрешности от поперечных нагрузок достигается путем конструктивной доработки упругого элемента.

В результате такой доработки появились конструкции упругих элементов, рекомендуемые для применения в разных условиях эксплуатации. Схемы, конструкция и описание таких тензометрических упругих элементов рассмотрены многими авторами [9, 43 и т. д.].

Тензометрические упругие элементы должны соответствовать следующим требованиям:

1) напряжения, возникающие в упругом элементе в результате воздействия измеряемой нагрузки, должны обеспечивать сигнал, допускающий передачу, преобразование и снятие его вторичным устройством;

2) упругий элемент должен быть достаточно жестким для получения малых деформаций, с тем, чтобы нелинейность,

вызываемая изменением формы, не превышала допускаемой величины;

3) напряжения, возникающие в сечениях упругого элемента, не должны превосходить предела текучести (обеспечение необходимого запаса прочности);

4) упругий элемент должен быть сконструирован таким образом, чтобы, обладая максимальной чувствительностью относительно измеряемой нагрузки, он был нечувствителен к поперечным нагрузкам;

5) материал упругого элемента должен возможно меньше менять свои физические и механические свойства под влиянием внешних условий (температура, время, вибрации и т. д.);

6) упругий элемент должен быть компактным и технологичным;

7) конструкция его должна обеспечивать независимость напряжений от способа приложения сил в зонах расположения тензодатчиков, а также предусматривать возможность компенсации напряжений, возникающих от действия поперечных сил и моментов, а при необходимости и компенсацию нелинейности.

Это требование говорит о том, что при проектировании тензометрических упругих элементов, особое внимание следует уделять наряду с расчетами на жесткость, прочностным и точностным расчетам, относящимся к случаю измерения как больших, так и самых минимальных нагрузок. Как и всякую пружину (независимо от величины нагрузок) тензометрический элемент обязательно проверяют на прочность не только в сечении, где происходят измерения, но и по всем сечениям.

Жесткость, прочность и независимость работы от вредных влияний условий эксплуатации и предыстории упругого элемента являются основными параметрами, определяющими качество упругого тензометрического элемента. Применительно к таким элементам, кроме общепринятых характеристик жесткости  $k$ , чувствительности  $s$ , прочности  $\sigma$ ,  $\tau$  используются следующие связанные с их работой термины.

Чувствительность упругого тензометрического элемента оценивают через отношение входного  $dP$  и выходного  $di$  сигналов (по существу это не чувствительность упругого элемента, а чувствительность измерительной системы).

Отношение перемещения  $\delta$  в направлении действующей силы  $P$  к самой силе  $P$  называют податливостью  $\Delta$

$$\Delta = \frac{\delta}{P}. \quad (224)$$

Податливость или, в соответствии с общепринятой терминологией, чувствительность — это перемещение упругого элемента от единичной силы, совпадающей по направлению с измеряемой силой  $P$ .

В литературных источниках по упругим тензометрическим элементам эти термины используются часто [9], [27].

Порядок проектирования упругих тензометрических элементов совпадает с тем, которого придерживаются при проектировании всех упругих элементов.

После выяснения условий эксплуатации, характера и величины измеряемых нагрузок ориентировочно намечают схему упругого элемента и материалы, необходимые для его изготовления (п. 62). Затем подсчитывают жесткость (чувствительность) упругого элемента, напряжения, возникающие в нем, и ориентировочно оценивают чувствительность всей измерительной системы  $\left(\frac{di}{dp}\right)$ .

Наконец в случае необходимости намечают схему действия компенсационного устройства, оценивают эффект его применения определяют величины воспринимаемых им поперечных нагрузок и величины воспринимаемой им измеряемой нагрузки. Это позволяет установить:

а) значение поперечных нагрузок, которые при наличии компенсационного устройства приходится на долю упругих тензометрических элементов;

б) снижение чувствительности упругого тензометрического элемента.

В заключение оценивают влияние неточности расчета упругой характеристики (линеаризации) технологических и эксплуатационных факторов (материалы, допуски на изготовление и сборку, время, температура, вибрации и т. д.) на точность упругой характеристики и уточняют значение чувствительности упругого элемента и всей измерительной системы.

Известные трудности возникают при проектировании систем, предназначенных для измерения малых нагрузок. Для обеспечения надлежащей чувствительности либо приходится их выполнять настолько миниатюрными, что размещение тензодатчиков становится затруднительным, либо при допустимых для эксплуатации размерах, они имеют настолько значительные деформации, что появляется существенная нелинейность (в последнем случае возникает необходимость в компенсации возможной нелинейности).

Наибольшее распространение имеют упругие тензометрические элементы, приведенные в табл. 19.

В качестве примера рассмотрим упругий элемент стержневого типа, предназначенный для измерения больших нагрузок, и упругий элемент консольного типа, применяемый для измерения малых нагрузок.

**Стержневой упругий элемент постоянного сечения с двумя мембранами** нагруженный, кроме измеряемого усилия  $P$ , поперечными нагрузками  $P_v$ ,  $M_v$ , показан на рис. 122.

Эквивалентная схема упругого элемента и компенсирующего устройства приведены на рис. 122, а, б, схема нагружения компенсирующего устройства и его упрощенная схема показаны на рис. 122, в, г.

Под действием поперечной силы  $P_B$  деформируются обе мембраны и рубашки за исключением участка  $qs$  (рис. 122).

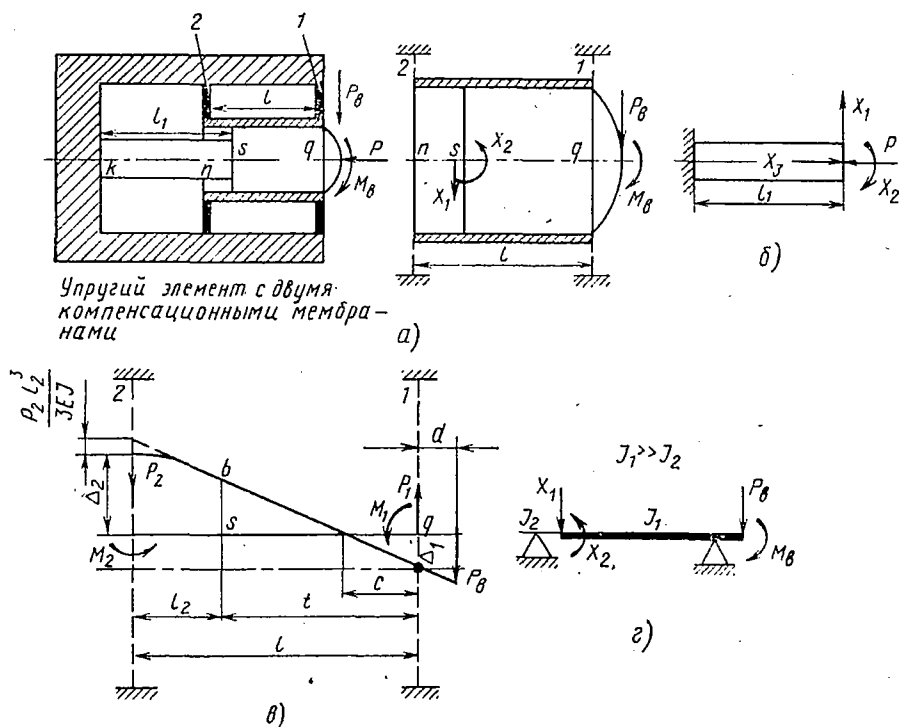


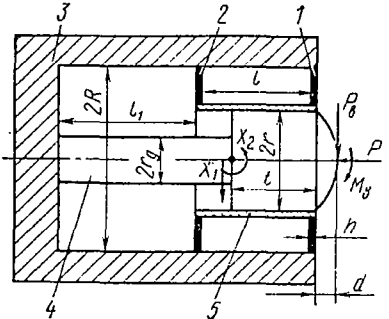
Рис. 122. Стержневой упругий элемент с двумя компенсационными мембранами: а — эквивалентная схема компенсирующего устройства; б — эквивалентная схема упругого элемента; в — схема нагружения компенсационного устройства; г — упрощенная схема компенсационного устройства

Углы поворота мембран  $\Theta_1$  и  $\Theta_2$  и моменты, действующие в опоре мембран  $M_1$  и  $M_2$ , можно определить из выражений

$$\left. \begin{aligned} \Theta_1 &= \frac{\Delta_1}{c} = M_1 \vartheta_1; \\ \Theta_1 &= \frac{\Delta_1}{c} - \frac{P_2 l_2^2}{2EJ_b} = M_2 \vartheta_2; \end{aligned} \right\} \quad (225)$$

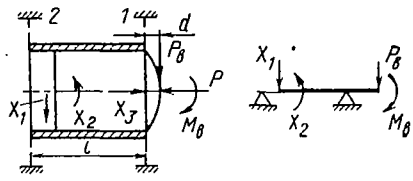
$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{\Delta_1}{c \vartheta_1}; \\ M_2 &= \frac{\Delta_1}{c} - \frac{P_2 l_2^2}{2EJ_b}, \end{aligned} \right\} \quad (226)$$

где  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  — вертикальные перемещения мембран 1 и 2;  
 $c$  — координата точки, относительно которой происходит поворот мембран при их деформации;

Схема упругого элемента и принятые обозначения	Формулы для расчета	Примечание
<p>Упругий элемент стержневого типа с двумя компенсационными мембранами</p>  <p>1, 2 — мембраны компенсационного устройства (в некоторых конструкциях применяют одну мембрану);  3 — корпус упругого элемента;  4 — стержневой упругий элемент, может быть постоянного и переменного сечения. Форма сечения — квадрат со стороной <math>a</math>, окружность радиуса <math>r</math>, <math>g</math> или кольцо шириной <math>u</math>;  5 — рубашка упругого элемента.  <math>F_0</math> — площадь сечения стержня в недеформированном состоянии  <math>F</math> — площадь сечения стержня после деформации</p>	<p>Напряжения в сечении стержня</p> $\sigma_0 = \frac{P}{F_0}$ <p>если не учитывать его деформацию, т. е. принимая линейную теорию</p> $\sigma_z = \frac{P}{F_z}$ <p>— действительное напряжение при одном оном напряженном состоянии, т. е. при учете нелинейности</p> $F_z = a^2 (1 - \mu^2 \epsilon_z)^2 \approx a^2 \left( 1 - 2\mu \frac{\sigma_z}{E} \right);$ $\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}; \quad \epsilon_x = \epsilon_y = -\frac{\mu \sigma_z}{E} = -\lambda \epsilon_z$ $P = \sigma_z a^2 \left( 1 - 2\mu \frac{\sigma_z}{E} \right); \quad \sigma_0 = \frac{P}{a^2}$ <p>условное максимальное напряжение</p> $\sigma_z = \frac{E}{4\mu} \pm \sqrt{\frac{E^2}{16\mu^2} - \frac{E}{2\mu} \sigma_0} \approx \sigma_0 + \frac{2\mu}{E} \sigma_0 = \frac{1}{a^2} P + \frac{2\mu}{a^4 E} P^2$ <p>Относительная погрешность</p> $\psi(P) = \left( \frac{1}{a^2 c} - 1 \right) + \frac{2\mu}{a^4 c E} P$ <p>Здесь кривая нагрузки <math>\sigma_z</math> аппроксимирована прямой <math>\sigma_z = cP</math>  Коэффициент нелинейности <math>m</math> в интервале нагрузки <math>\lambda P_m</math> — минимальное значение нагрузки;  <math>\lambda P_m &lt; P &lt; P_m</math></p>	<p>Такие упругие элементы применяют для измерения больших нагрузок от 5000 кгс и выше.</p> <p>Напряжения написаны для случая растяжения бруса квадратного сечения со стороной квадрата <math>a</math>.</p>

- $P$  — измеряемая нагрузка
- $P_B; M_B$  — поперечные нагрузки
- $E, \mu$  — модуль упругости и коэффициент Пуассона,
- $\Delta$  — податливость упругой системы,
- $\delta$  — перемещение мембраны,
- $\delta_1, \delta_2$  — перемещение мембран от действия одиночной силы,
- $\omega, \Theta$  — перемещение и угол поворота мембран около точки  $s$ ,
- $X_1, X_2$  — нагрузки в точке  $s$ ,
- $\varphi_1, \varphi_2$  — угловые перемещения мембран,
- $M_1, M_2$  — моменты в опорах мембран,
- $P_1, P_2$  — реактивные силы в опорах мембран;
- $\Delta_1, \Delta_2$  — вертикальные перемещения мембран,
- $M_x$  — изгибающий момент упругого элемента в месте наклейки тензодатчика  $M_x = 0$
- $X_3$  — часть внешнего усилия  $P$ , воспринимаемая мембранами
- $t$  — недеформируемый участок
- $EJ$  — жесткость на изгиб

Эквивалентная схема тензометрического упругого элемента и его упрощенная схема



$P_m$  — максимальное значение нагрузки;

$$m = \frac{\mu}{E} (1 - \lambda) \sigma_0 \max$$

$\sigma_0 \max$  — условное максимальное напряжение в этом интервале

Задаваясь величиной  $[m]$ , можно определить  $\sigma_0 \max$  и предельную нагрузку  $P_m$

$$\sigma_0 \max = [m] \frac{E}{\mu (1 - \lambda)}; \quad P_m = [m] \frac{E}{\mu a^2 (1 - \lambda)}$$

Нагрузки и деформации компенсационных мембран

$$M_1 = \frac{\Delta_1}{c \delta_1}; \quad M_2 = \frac{P_2 l_2^2}{2EJ}; \quad l_2 = l - t$$

$$c = \frac{\Delta_1 l}{\Delta_1 + \Delta_2 + \frac{P_2 l_2^3}{3EJ}}; \quad \Delta_1 = P_1 \delta_1; \quad \Delta_2 = P_2 \delta_2$$

$$P = -P_2 = -M_B \frac{1}{l}; \quad P_1 = X_1 \frac{l_2}{l};$$

$$P_2 = X_2 \frac{1}{l}; \quad M_x = X_2 - X_1 x$$

$x$  отсчитывают от свободного конца упругого элемента

При  $M_B = 0$  внешний момент от поперечных сил равен  $P_B d$

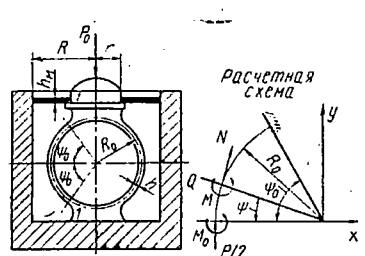
Доля внешнего момента  $P_B d$ , воспринимается упругим измерительным элементом тензодатчика

Следует стремиться к минимальному значению  $\frac{M_x \max}{P_B d}$

Часть внешнего усилия  $P$ , приходящегося на мембраны  $X_3$ , находят из схемы нагрузок. Следует стремиться к минимальному значению  $X_3$

Для изготовления упругих тензометрических элементов надо брать материалы с минимальным изменением физических и механических свойств.

Для изготовления всех упругих тензометрических элементов можно рекомендовать монокристаллические материалы

Схема упругого элемента и принятые обозначения	Формулы для расчета	Примечание
<p>Упругий элемент кольцевого типа с компенсационной мембраной и жестким участком на вертикальной оси</p>  <p><math>M</math> — изгибающий момент в произвольной точке <math>A</math>  <math>M_0</math> — изгибающий момент в сечении  <math>J</math> — момент инерции сечения кольца  <math>\frac{d\psi}{ds}</math> — кривизна упругой линии  <math>v</math> — деформация горизонтального диаметра кольцевого упругого элемента  <math>\Delta_A</math> — деформация кольца в направлении действующей силы  <math>\Delta_B</math> — изменение горизонтального диаметра кольца  <math>P_0</math> — нагрузка, распределяемая между мембраной <math>P_m</math> и кольцом <math>P</math>  <math>k_0</math> — безразмерный коэффициент</p>	$c = \Theta_1 + \frac{\Theta_2}{2} P_m (1 + \lambda);$ $m = \frac{1}{2} \frac{\Theta_2 P_m (1 - \lambda)}{\Theta_1 + \frac{\Theta_2}{2} P_m (1 + \lambda)},$ <p>где через <math>\Theta_1</math> и <math>\Theta_2</math> обозначены величины</p> $\Theta_1 = \frac{R_0 h}{4J} \left( 1 - \frac{\sin \psi_0}{\psi_0} \right);$ $\Theta_2 = \frac{R_0^3 h}{8EJ} \left[ \frac{\sin \psi_0}{\psi_0} + \frac{3 \sin^2 \psi_0}{8\psi_0} \right]$ <p>Относительная погрешность <math>\varphi(P)</math></p> $\varphi(P) = 1 - \frac{\Theta_1 + \Theta_2 P}{c}$ $\sigma = \frac{M}{w}; \quad w = \frac{2J}{h} \text{ — для упругих элементов постоянного сечения}$ $M = M_0 - \frac{P}{2} \int_0^s \sin \psi ds$ <p>Нелинейность уменьшается при</p> $R_0 \rightarrow 0; \quad \frac{R_0}{h} \rightarrow 0; \quad \psi_0 \rightarrow 0; \quad J \rightarrow \infty$ <p>При малой нелинейности можно пользоваться выражением</p> $m = \frac{1}{2} \frac{\Theta_2}{\Theta_1} P_m (1 - \lambda);$	<p>Применяют для измерения нагрузок от 50 до 500 кгс. Увеличение нагрузки дает существенную нелинейность, уменьшение ее приводит к чрезмерно миниатюрным размерам</p>

$c$  — коэффициент пропорциональности  $\sigma = f(P)$   
 Уравнение шкалы прибора  $\sigma_{\min} = cP$   
 $m$  — коэффициент максимальной нелинейности  
 $P_m$  — предельное значение нагрузки  
 $\lambda P_m$  — наименьшее значение нагрузки, допускающее измерение  
 $R, r$  — размеры мембраны  
 $D$  — ее жесткость

При отсутствии жесткого участка

$$v = \frac{PR_0^3}{EJ} \left( \frac{2}{\pi} - \frac{1}{2} \right) + \frac{P^2 R_0^5}{2(EJ)^2} \left( \frac{12}{\pi^2} - \frac{3}{\pi} - \frac{1}{4} \right) = \Delta_A$$

$$\Delta_A = \frac{PR_0^3}{EJ} \left( \frac{1}{2} \psi_0 + \frac{1}{4} \sin 2\psi_0 - \frac{\sin^2 \psi_0}{\psi_0} \right)$$

при  $\psi_0 = \frac{\pi}{2}$

$$\Delta_A = -0,149 \frac{PR_0^3}{EJ}; \quad \Delta_B = 0,137 \frac{PR_0^3}{EJ}$$

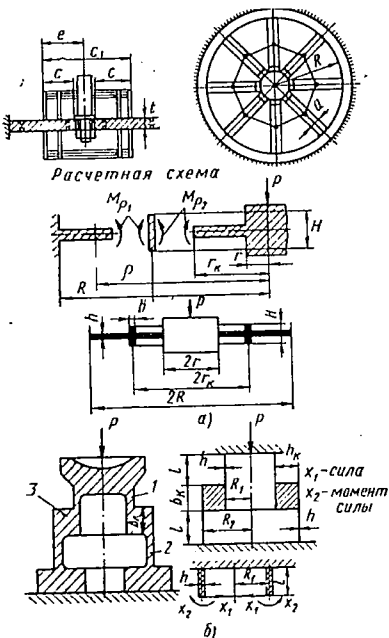
При учете жесткого упругого участка кольца напряжения следует рассматривать в месте перехода к жестким участкам.

$$P_m = P_0 \left( \frac{k_0}{1 + k_0} \right)$$

$$k_0 = \frac{16\pi DR_0^3 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \left( \frac{1}{2} \psi_0 + \frac{1}{4} \sin \psi_0 - \frac{\sin^2 \psi_0}{\psi_0} \right)}{EJR^2 \left[ 1 + \left( \frac{r}{R} \right)^4 - 2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 - 4 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \left( \ln \frac{R}{r} \right)^2 \right]}$$

Потеря чувствительности определяется отношением  $\frac{P_m}{P_0}$

Первая часть выражения дает линейную зависимость для кольца, вторая — малое нелинейное отклонение

Схема упругого элемента и принятые обозначения	Формулы для расчета	Примечание
<p>Упругий элемент в форме круглой пластинки с концентрическими ребрами</p>  <p><math>\Theta</math> — угол поворота сечения пластинки в произвольной точке  <math>Q</math> — поперечная сила в сечении <math>\rho</math></p>	$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{из}}}{w} = \frac{6kR(M_{\rho_2} - M_{\rho_1})}{6H^2};$ $Q = -\frac{P}{2\pi\rho}; \quad M_{\rho} = D \left( \frac{d\Theta}{d\rho} + \mu \frac{\Theta}{\rho} \right);$ $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ <p>цилиндрическая жесткость пластинки</p> $M_{\rho_2} - M_{\rho_1} = \frac{EJ_x}{(kR^2)} \Theta; \quad r_k = kR$ <p>Относительное удлинение</p> $\epsilon_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{E};$ $\Theta = \frac{(kR)^2 (M_{\rho_2} - M_{\rho_1})}{EJ_x};$ $M_t = D \frac{\Theta}{\rho} + \mu \frac{d\Theta}{d\rho}$ <p><math>M_{\rho} \gg M_t</math>, поэтому расчет ведут по этому моменту, принимая <math>\rho = R</math>, тогда</p> $\sigma_{\max} = \frac{6M_{\rho \max}}{h^2}$ <p>Относительная деформация кольца</p> $\Delta r_k = \frac{6(kR)^2 (M_{\rho_2} - M_{\rho_1})}{EbH^2};$ <p><math>H</math> ширина кольца</p> $\Delta r_k = \epsilon_{\max} kR$ <p>Для ориентировочной оценки <math>\sigma_{\max}</math> и <math>v_{\max}</math> можно</p>	<p>Применяют для измерения нагрузок от 500 до 5000 кгс (а) для больших нагрузок до десятков тонн применяют упругий элемент в форме тела вращения (б), где две цилиндрические оболочки 1 и 2 связаны жестким кольцом 3.</p> <p>Для измерения малых нагрузок применяют балочную конструкцию, работающую на изгиб (в).</p> <p>Проволочные тензодатчики не наклеивают, а наматывают по спирали на цилиндр с диаметром <math>2r_k</math> (с целью устранения сдвигов между датчиком и упругим элементом при деформации).</p> <p>Ребро считают брусом малой кривизны, так как <math>\frac{b}{R} \ll 1</math></p>

$M_{\rho}$  — изгибающий момент в заделке пластинки в радиальном направлении  
 $M_t$  — изгибающий момент в тангенциальном направлении  
 $v$  — перемещения упругого элемента;  
 $v_1, v_2$  — перемещения 1-й и 2-й оболочек;  
 $h$  — толщина стенки оболочки;  
 $h_k$  — толщина стенки кольца.  
 $t$  — нелинейность

брать уравнения

$$v_{\max} = \frac{PR^2}{16D\pi \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)} \left[ 1 + \left(\frac{r}{R}\right)^4 - 2\left(\frac{r}{R}\right)^2 - 4\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left(\ln \frac{R_0}{r}\right)^2 \right]$$

$$M_{\rho \max} = \frac{P}{4\pi \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)} \times \left[ 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 2 \ln \frac{R}{r} \right]$$

Для упругого элемента в форме тела вращения

$$\frac{d^4 v}{dx^4} + 4a_1^4 v = 0; \quad a_1 = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R_1^2 h^2}};$$

$$\frac{d^4 v}{d\xi^4} + 4v = 0,$$

где  $x$  — координата,  
 $\xi = a - x$  — безразмерная координата.

Для длинного цилиндра  $l \geq 2,5 \sqrt{R_1 h}$   
( $l$  — ширина цилиндрической оболочки)

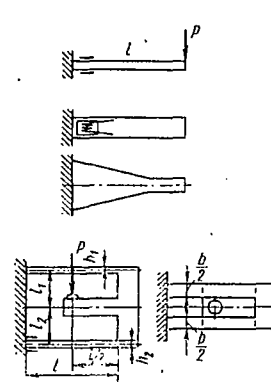
$$v_1 = \frac{X_2}{2Da_1^2} - \frac{X_1}{2Da_1^3} \left. \vphantom{v_1} \right\} D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)};$$

$$v_2 = \frac{X_3}{2Da_2^2} - \frac{X_4}{2Da_2^2} \left. \vphantom{v_2} \right\} a_2 = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R_2^2 h^2}}$$

$X_1, X_2, X_3, X_4$  — нагрузки на оболочки

$$v_1 \approx 0,5 \frac{X_2}{Da_1^2}; \quad \sigma_{\max} = \frac{M_{\text{из}}}{w};$$

$$\text{при } h = 0; \quad M_{\text{из}} = M_0 = \frac{Ph_k}{2\pi}$$

Схема упругого элемента и принятые обозначения	Формулы для расчета	Примечание
<p>Балочные и рамочные упругие элементы</p>  <p><math>l_D</math> — координата тензодатчика  <math>l, b, h</math> — размеры балки</p> $\beta = \frac{l_D}{l}$ <p><math>l</math> — длина балки</p>	<p>Напряжения в балочном упругом элементе</p> $\sigma = \frac{6P(l - l_D)}{bh^2}$ <p>Перемещения концов балок рамочного упругого элемента</p> $v_1 = \frac{P_1 l^3}{12EJ_1}; \quad v_2 = \frac{P_2 l^3}{12EJ_2};$ $J_1 = \frac{bh_1^3}{12}; \quad J_2 = \frac{bh_2^3}{12}$ <p>Усилия в 1-й и 2-й балке <math>P_1, P_2</math></p> $P_1 = \frac{P}{1 + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3}; \quad P_2 = \frac{P}{\left(1 + \frac{h_1}{h_2}\right)^3};$ <p>при <math>h \rightarrow 0; P_1 \rightarrow 0; P_2 \rightarrow P</math></p> <p>Максимальные напряжения во 2-й балке</p> $\sigma_{\max} = \frac{3P_2 l}{bh_2^2}$	<p>Применяют при нагрузках 20 ÷ 500 кгс. Могут иметь форму плоской или пространственной рамы.</p> <p>Нелинейность появляется из-за</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) приближенного значения кривизны</li> </ol> $\frac{1}{\rho} \approx \frac{d^2 v}{dx^2},$ <ol style="list-style-type: none"> <li>2) смещения точки приложения силы.</li> </ol> <p>Интервал нагрузок</p> $\lambda P_m < P < P_m$

$$\Theta_1 = l(1 - \beta)$$

$$\Theta_2 = \frac{l^5}{2(EJ)^2} \left( \frac{2}{15} - \frac{\beta^3}{3} + \frac{\beta^4}{4} - \frac{\beta^5}{20} \right)$$

$b_0$  — ширина балки в месте заделки

Прогиб балки при учете нелинейности

$$v_B = \frac{Pl^3}{3EJ} - \frac{4P^3 l^7}{105(EJ)^3}$$

Относительная погрешность

$$\eta = \frac{\eta_B - \eta_0}{\eta_0} 100\%$$

$$\eta_B = \frac{v_B}{l}; \quad \eta_0 = \frac{v_0}{l}; \quad v_0 = \frac{Pl^3}{3EJ}$$

Коэффициент пропорциональности

$$c = \frac{2\Theta_1 - \Theta_2(1 + \lambda^2)P_m^2}{2}$$

Коэффициент нелинейности

$$m \approx \frac{P_m^2}{2} \frac{\Theta_2}{\Theta_1} (1 + \lambda^2)$$

Оценивая  $m$  через максимальные напряжения в заделке, получим

$$m = \frac{3}{10} \left( \frac{v_0 \max}{l} \right)^2 (1 + \lambda^2)$$

Для увеличения сигнала и устранения влияния неточности расположения тензодатчика применяют консольные балки равного сопротивления, для них

$$\sigma = \frac{6Pl}{b_0 h^2}$$

$\vartheta_1, \vartheta_2$  — угловые перемещения мембран

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= P_1 \delta_1; \\ \Delta_2 &= P_2 \delta_2, \end{aligned} \right\} \quad (227)$$

здесь  $\delta_1$  и  $\delta_2$  — податливость мембран 1 и 2.

Величины  $M_1$  и  $M_2$  могут быть также подсчитаны по формулам [22]

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{l\vartheta_1} \left( P\delta_1 + P_2\delta + \frac{P_2 l_2^3}{3EJ_b} \right); \\ M_2 &= \frac{1}{l\vartheta_2} \left( P\delta_1 + P_2\delta_2 + \frac{P_2 l_2^3}{3EJ_b} - \frac{P_2 a^2 l}{2EJ_b} \right). \end{aligned} \right\} \quad (228)$$

Из этих уравнений, пренебрегая малыми членами, можно получить реактивные силы,  $P_1$  и  $P_2$  (рис. 122, в)

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= P_B \frac{l + d + \frac{1}{l\vartheta_1} \left( \delta_2 + \frac{l_2^3}{3EJ} \right) + \frac{1}{l\vartheta_2} \left( \delta_2 + \frac{l_2^3}{3EJ_b} - \frac{l_2^2 l}{2EJ_b} \right)}{l + \frac{1}{l\vartheta_1} \left( \delta_1 + \delta_2 + \frac{l_2^3}{3EJ_b} \right) + \frac{1}{l\vartheta_2} \left( \delta_1 + \delta_2 + \frac{l_2^3}{3EJ_b} - \frac{l_2^2 l}{2EJ_b} \right)}; \\ P_2 &= P_B \frac{d - \frac{\delta_1}{l\vartheta_1} - \frac{\delta_2}{l\vartheta_2}}{l + \frac{1}{l\vartheta_1} \left( \delta_1 + \delta_2 + \frac{l_2^3}{3EJ_b} \right) + \frac{1}{l\vartheta_2} \left( \delta_1 + \delta_2 + \frac{l_2^3}{3EJ_b} - \frac{l_2^2 l}{3EJ_b} \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (229)$$

Перемещение  $v$  и угол поворота  $\Theta$  в точке  $S$  упругого элемента (рис. 122, в) определяются выражениями

$$\left. \begin{aligned} v &= -X_1 \frac{l_1^3}{3EJ_b} + X_2 \frac{l_1^2}{2EJ_b}; \\ \Theta &= X_1 \frac{l_1^2}{2EJ_b} - X_2 \frac{l_1}{EJ_b}. \end{aligned} \right\} \quad (230)$$

Из условия совместимости перемещений рубашки и упругого элемента, находят нагрузки  $x_1, x_2$ , которые при отсутствии внешнего момента  $M_b$  определяются сравнительно простыми выражениями [22], в которых  $t = l - l_2$

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= P_B \frac{12EJ_b}{l_1^3 (t + l_2)^2} \left\{ \left( t + \frac{l_1}{2} \right) \left[ (t + l_2 + d) \delta_1 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + d\delta_2 + \frac{d l_2^3}{3EJ_b} \right] - (t + l_2) (t + l_2 + d) \delta_1 \right\}; \\ X_2 &= P_B \frac{12EJ}{l_1^2 (t + l_2)^2} \left\{ \left( \frac{t}{2} + \frac{l_1}{2} \right) \left[ (t + l_2 + d) \delta_1 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + d\delta_2 + \frac{d l_2^2}{3EJ_b} \right] - \frac{(t + l_2) (t + l_2 + d) \delta_1}{2} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (231)$$

Эффект от применения компенсационного устройства иллюстрирует следующий пример:

Пусть (рис. 122)

$$l_2 = 4 \text{ см}; \quad d = 2 \text{ см}; \quad l = 9 \text{ см};$$

$$l_1 = 6 \text{ см} \quad EJ = 121 \cdot 10^6 \text{ кгс. см}^2 \quad EJ_B = 4 \cdot 10^6 \text{ кгс. см}^2$$

Перемещения мембран  $\delta_1$  и  $\delta_2$  от действия единичной силы  $\delta_1 = 0,72 \cdot 10^{-6}$  см/кгс;  $\delta_2 = 0,944 \cdot 10^{-6}$  см/кгс;  $P_B = 3000$  кгс;  $M_B = 0$ .

Доля внешнего момента  $P_B d$ , приходящаяся на упругий элемент

$$M_x = X_2 - X_1 x.$$

Из уравнений (231) подсчитываем  $X_1$  и  $X_2$ .  $X_1 = 82,3$  кгс;  $X_2 = 499$  кгс.см

$$\frac{M_{x \max}}{P_B d} = \frac{499}{300 \cdot 2} \approx 0,83.$$

Длину рубашки  $l_2$  подбираем оптимальной.

Напряжение в мембране подсчитывают по выражению

$$\sigma_{\text{экр}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_\rho - \sigma_\psi)^2 + \sigma_\rho^2 + \sigma_\psi^2]}, \quad (232)$$

где

$$\sigma_\rho = \sigma_{\rho_1} + \sigma_{\rho_2};$$

$$\sigma_\psi = \sigma_{\psi_1} + \sigma_{\psi_2};$$

здесь  $\rho$ ,  $\psi$  полярные координаты. Величина  $\sigma_{\text{экр}}$  имеет максимальное значение при  $\rho = r$ ;  $\psi = 0$ . Влияние компенсирующего устройства на чувствительность упругого элемента оценивается через  $X_3$  долю усилия  $P$ , приходящуюся на мембрану. Величину  $X_3$  подсчитывают по выражению

$$X_3 = \frac{Pl_1}{l_1 + \frac{EFR^2 \left[ 1 + \left(\frac{r}{R}\right)^4 - 2\left(\frac{r}{R}\right)^2 - 4\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left(\ln \frac{R}{r}\right)^2 \right]}{16\pi D \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)}, \quad (233)$$

где

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}, \quad F - \text{площадь сечения.}$$

Потерю чувствительности в процентах определяют через соотношение  $X_3$  к  $P$ :

$$\frac{X_3}{P} \cdot 100\%.$$

Упругий элемент в форме плоской рамки (рис. 123). Напряжения в месте наклейки тензодатчика определяются выражением:

$$\sigma = \frac{6P(l - l_d)}{bh^2}, \quad (234)$$

где  $l_d$  — координаты тензодатчика,  $l$ ,  $b$ ,  $h$  — длина, ширина и высота поперечного сечения балки.

Для балки в форме бруса равного сопротивления

$$\sigma = \frac{6Pl_i}{b_0h}, \quad (235)$$

где  $b_0$  — ширина балки в месте заделки.

Продольные нагрузки, возникающие при измерении силы  $P$ , равномерно растягивают и сжимают упругие балки 1 и 2 (рис. 123, б), не нарушая равновесия в цепи измерительного моста.

$$P_1 + P_2 = P. \quad (236)$$

Перемещения концов балок  $v_1$  и  $v_2$  определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{P_1 l^3}{12EJ_1}; \\ v_2 &= \frac{P_2 l^3}{12EJ_2}, \end{aligned} \right\}$$

где

$$J_1 = \frac{bh_1^3}{12}; \quad J_2 = \frac{bh_2^3}{12}.$$

Рис. 123. Балочные и рамные упругие элементы:

а — простейший балочный упругий элемент; б — упругий элемент в форме плоской рамки; в — пространственная рамка

Из условия совместности перемещения балок  $v_1 = v_2$  имеем

$$\frac{P_1}{h_1^3} = \frac{P_2}{h_2^3}. \quad (237)$$

Следовательно,

$$P_1 = \frac{P}{1 + \frac{h_2^3}{h_1^3}}; \quad P_2 = \frac{P}{1 + \frac{h_1^3}{h_2^3}}. \quad (238)$$

При

$$h \rightarrow 0, \quad P_1 \rightarrow 0; \quad P_2 \rightarrow P.$$

При  $\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{3}$  упругая балка 1 воспринимает около 8% от силы  $P$ .

Максимальные напряжения возникают в балке 2.

$$\sigma_{\max} = \frac{3P_2 l}{bh_2^2}. \quad (239)$$

При одинаковых габаритных размерах и равных напряжениях рамочный упругий элемент примерно на 40% жестче консольного.

Еще более жестким является упругий элемент в форме симметричной пространственной рамы переменного сечения (рис. 123, в).

Такие упругие элементы видимо могут быть рекомендованы в качестве упругих опор различных измерительных приборов.

## 67. КЛАССИФИКАЦИЯ И ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ОПОРАМ

Устройства, обеспечивающие возможность относительного движения подвижных звеньев кинематических пар, называют опорами или направляющими. Это движение должно осуществляться по заданной траектории и с требуемой точностью, чаще всего оно происходит в форме вращения или углового перемещения, например, вокруг осей  $x-x$ ,  $y-y$ ,  $z-z$  (рис. 124), оно также может иметь форму прямолинейного движения или перемещения. В некоторых случаях закон движения может быть и более сложным. В зависимости от числа условий связи [6] и характера воспроизводимого движения кинематические пары называют

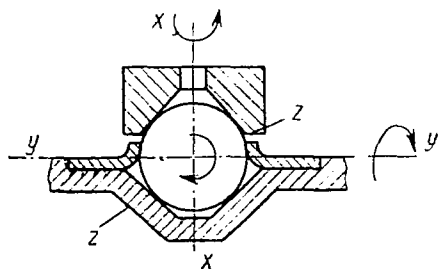


Рис. 124. Трехподвижная сферическая кинематическая пара, применяемая в качестве опоры

одноподвижными, двухподвижными и т. д., поступательными или вращательными парами.

Соответственно характеру движения называют и опорный узел. При вращательном движении принято называть его опорой. При поступательном — направляющей.

В настоящей работе рассматриваются только некоторые вопросы работы опор. Направляющие в ней не затрагиваются. Опоры направляют движение (перемещение) подвижных элементов конструкции, поддерживают их, воспринимают нагрузки, возникающие на разных этапах работы (рис. 125).

Во всякой опоре можно выделить направляющий и направляемый элементы (рис. 126).

Направляемый элемент всегда подвижен — именно он перемещается по заданной траектории. Его выполняют в форме вала, оси, втулки и т. д.

Направляющая часть чаще всего неподвижна. Исключение составляют те случаи, когда ее делают подвижной из конструктивных соображений или из-за необходимости уменьшения мо-

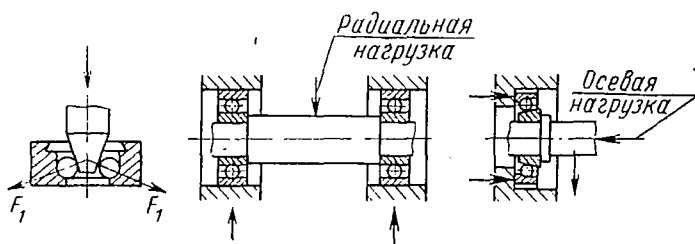


Рис. 125. Распределение нагрузки в шарикоподшипниках

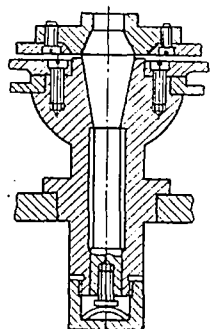
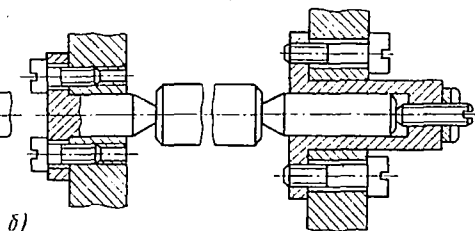
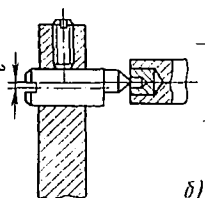
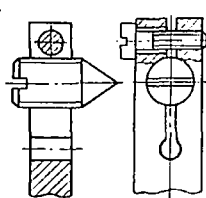
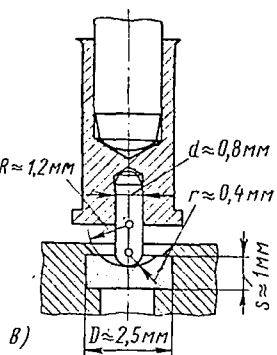
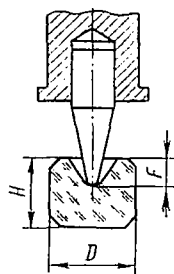
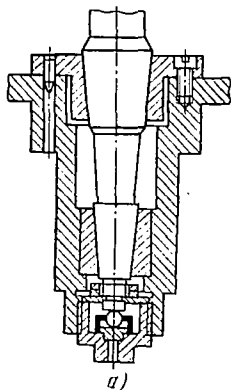


Рис. 126. Конструкция опор скольжения:

*a* — конические опоры с саморазгружающим устройством; *b* — опоры на центрах (*e* — эксцентриситет центра, позволяющий изменять положение валика); *в* — опоры на шпиле



ментов сопротивления опоры (рис. 127). Она также может выполняться в виде втулки, оси, кольца и т. п. При проектировании опор необходимо учитывать условия, в которых они работают и требования, которые к ним предъявляют.

Так, например, большинство опор, работающих в условиях значительных нагрузок и скоростей должны быть высокопрочными и износостойкими. В конструкции их должен быть предусмотрен отвод тепла. Опоры, работающие при малых нагрузках и скоростях, должны в первую очередь обеспечивать высокую точность работы и минимальное значение момента сопротивления.

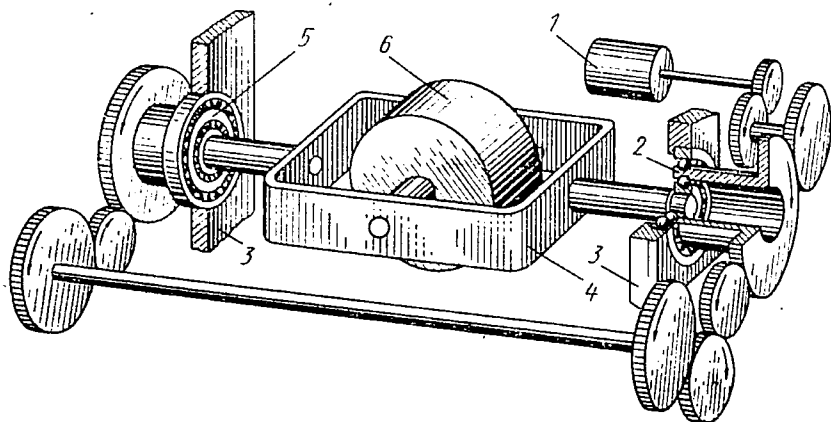


Рис. 127. Шарикоподшипник с разновращающимися кольцами:

1 — электродвигатель; 2 и 5 — наружные кольца подшипников; 3 — наружная рамка; 4 — внутренняя рамка; 6 — ротор

Большое влияние на работу опор оказывают: геометрическая форма сопрягаемых элементов кинематических пар, точность ее выполнения, чистота, качество и состояние рабочих поверхностей.

В зависимости от трения, возникающего в опорах, их классифицируют так:

- 1) опоры с трением скольжения;
- 2) опоры с трением качения;
- 3) упругие опоры (их также называют опорами с трением упругости);
- 4) опоры на жидкостных или воздушных подушках;
- 5) опоры на магнитных подвесках.

Кроме того, опоры классифицируют в зависимости от размеров (миниатюрные, средние и т. д.), формы рабочих тел (конические, сферические и т. д.), воспринимаемой нагрузки (осевые, радиальные), точности работы и т. д.

Важнейшими характеристиками, исходя из которых, выбирают тип проектируемой опоры, являются: величина момента сопро-

тивления трения, точность направления оси, надежность работы и долговечность, чувствительность к воздействиям температуры, среды (коррозия), вибрации и толчкам, величина допустимой нагрузки, стойкость к износу рабочих поверхностей, вибростойкость, теплостойкость, сложность и стоимость изготовления, компактность конструкции и т. д.

Исходя из технических условий на разрабатываемое устройство, можно установить требования к применяемым в нем опорам, которые должны быть выполнены в первую очередь.

Установив основные требования, которым должна отвечать проектируемая опора, выбирают ее тип и намечают конструкцию.

Для приборных опор чаще всего это требование минимального момента трения (из-за малости движущих сил, увеличение трения в лучшем случае приводит к снижению чувствительности, а в худшем — к отказу в работе), надежности и точности направления оси (при выбранном типе опоры в значительной мере обеспечивается минимальными и постоянными в продолжении срока службы опоры зазорами, материалами и т. д.).

В табл. 20, 21 приведены схемы различных опор скольжения, указаны их основные характеристики, даны рекомендации по применению, а также соотношения, по которым производят расчет опор.

В проектирование опоры входит: выбор ее типа, геометрии, материалов (для тяжелонагруженных опор размеры устанавливают, исходя из условий прочности, а у малонагруженных опор их берут из конструктивных соображений), назначение посадок, характера и технологии изготовления, а также момента сопротивления (с учетом наличия смазки, влияющей на характер трения, возникающего в опорах, материалов, классов точности, посадок, типа покрытия и термообработки рабочих поверхностей). Работа завершается изготовлением рабочих чертежей.

Несмотря на то, что проектированием опор занимаются давно и их работе посвящено много исследований, в формулах, определяющих момент сопротивления даже таких простых опор, как цилиндрические опоры скольжения, существуют неточности [5]. Одни из них могут быть исправлены сравнительно просто. Для исправления других неточностей еще не накопилось достаточно материала.

## 68. ОПОРЫ СКОЛЬЖЕНИЯ<sup>1</sup>

Опорами скольжения называют такие, работа которых происходит в условиях скольжения поверхностей направляемого и направляющего элементов (например, цапфы и втулки).

Исторически опоры скольжения появились раньше, чем опоры качения. Несмотря на возрастающее распространение опор каче-

<sup>1</sup> Материал параграфа подготовлен инж. Веселовой Е. В. и публикуется под редакцией инж. Виляевской Т. И.

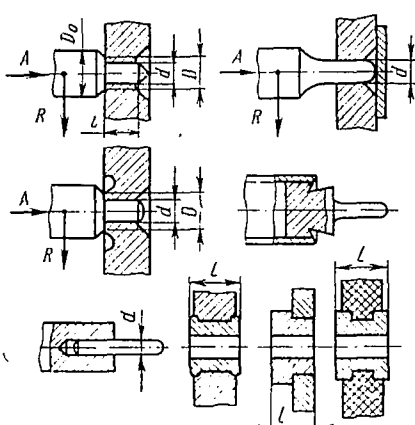
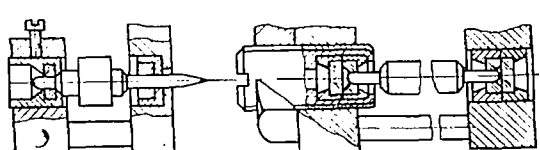
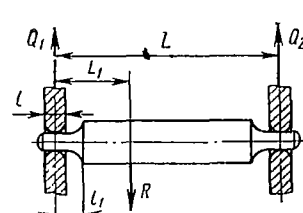
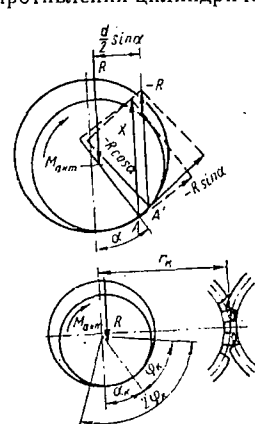
Схема опоры и принятые обозначения	Формулы для расчета	Рекомендации по выбору материала	Примечание
<p><b>Цилиндрические опоры скольжения</b> Конструкция цапф и втулок</p>  <p>Опоры на камнях</p> 	<p>Размеры опоры, работающей при незначительных скоростях, определяются по критериям <math>[p]</math> и <math>[\sigma_{из}]</math> из соотношений</p> $\rho = \frac{R}{\lambda d^2} \leq [p];$ $d = \sqrt{\frac{R}{\lambda [p]}};$ $R\lambda = \frac{\pi d^2}{16} [\sigma_{из}];$ $\lambda = \frac{l}{d} = 0,3 \div 2,5$ <p>При значительных скоростях опор <math>v</math> вместо допустимого давления <math>[p]</math> используют критерий <math>[\rho v]</math></p> $d = \sqrt{\frac{Rv}{\lambda [\rho v]}}$ <p>Для опор, диаметр <math>d</math> которых меньше 5 мм рекомендуется соотношение</p> $d = \sqrt[3]{\frac{10Rl_1}{[\sigma_{из}]}}$ <p>Для опор, работающих в условиях вибраций</p>	<p>Для цапф рекомендуется применять стали У8А, У10А, 35, 45, 50, 60, кобальтвольфрамовые сплавы, нержавеющие стали и т. д. Для обеспечения требуемой твердости (<math>HRC</math> 50—55) применяют термообработку.</p> <p>Втулки делают из латуни, бронзы, нейзильбера</p> <p>Для снижения трения используют опоры, материалом для которых служат синтетические камни: рубин, агат, корунд и т. д.</p> <p>Сопряжение цапфы и втулки обычно выполняют по ходовой посадке (2—3-ий класс точности)</p>	<p>По габаритным размерам опоры делают на миниатюрные <math>d = 0,5 \div 1,5</math> мм длина оси <math>L = 5 \div 10</math> мм; малые <math>d</math> до 6 мм, <math>L = (50 \div 70)</math> мм; средние <math>d = (6 \div 50)</math> мм, <math>L</math> до 500 мм; большие <math>d &gt; 60</math> мм, <math>L &gt; 500</math> мм.</p> <p>В большинстве случаев опоры выполняют с вращающейся цапфой. Опоры непригодны для восприятия осевых усилий. В случае их возникновения в конструкцию вводят специальные упоры. Опоры просты в изготовлении, вибростойки, износостойки</p>
<p>Опора, работающая в условиях вибраций</p> 	$d = 3,82 \frac{v_{max}}{[\sigma_{из}]} \sqrt{\frac{RE}{gl_1}}$ $v_{max} = \frac{8,8f'x + \sqrt{2\delta\rho g}}{1 - \alpha}$		<p>Недостатки: невысокая точность направления и центрирования, уменьшающаяся с износом. При проектировании опор отношение <math>\frac{l}{d} = \lambda</math> рекомендуют брать <math>0,3 \div 2</math>, наиболее желательное соотношение <math>\lambda = 0,5 \div 1,5</math></p>
<p>Момент сопротивления цилиндрической опоры</p>  <p><math>d</math> — диаметр цапфы,</p>	$M_{сопр} = M_0 + M_{кач} + M_{вск} + M_{ск}$ <p>где <math>M_0</math> — собственный момент трения ненагруженной опоры</p> <p><math>M_{кач} = kR</math> — момент трения качения</p> <p><math>M_{вск} \leq R \frac{d}{2} f</math> — момент вскатывания, достигающий максимального значения к началу проскальзывания</p> $M_{ск} \approx k(\varphi_k) R \cos \alpha f d \times \left[ 1 + k(\varphi_k) f \frac{d}{r_k} \right]$ <p>или <math>M_{ск} = k(\varphi_k) R \cos \alpha f d</math> момент трения скольжения</p>	<p>Материалы цапф и втулки подбирают так, чтобы обеспечить минимальный момент трения (коэффициент трения <math>f</math>) и износ (<math>[p]</math> или <math>[\rho v]</math>)</p> <p>Значения коэффициентов трения скольжения <math>f</math> для различных сочетаний материалов даны в табл. 21. Там же приведены значения <math>[p]</math> и <math>[\rho v]</math></p>	<p>Экспериментальные исследования опор показывают, что величина <math>M_{сопр}</math> может существенно отличаться от <math>M_{ск}</math></p> <p>Отсутствие достоверных данных о зависимостях, определяющих <math>M_0</math>, <math>M_{кач}</math>, <math>M_{вск}</math> заставляет ограничиваться подсчетом только величины <math>M_{ск}</math></p> <p>Для цилиндрических опор скольжения его чаще всего принимают соответствующим выражению</p> $M_{ск} = \frac{1}{2} Afd = M_{тр}$

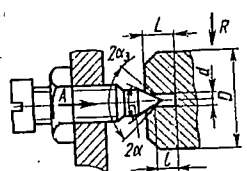
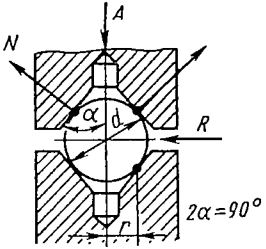
Схема опоры и принятые обозначения	Формулы для расчета	Рекомендации по выбору материала	Примечание																				
<p> <math>l</math> — длина цапфы,  <math>l_1</math> — расстояние от средней точки соприкосновения цапфы и втулки до опасного сечения цапфы  <math>R, A</math> — радиальная и осевая сила  <math>p = \frac{R}{dl}</math> — среднее удельное давление  <math>v</math> — окружная скорость цапфы  <math>\sigma_{из}</math> — напряжение на изгиб,  <math>\sigma_{к}</math> — контактное напряжение,  <math>v_{max}</math> — максимальная скорость соударения цапфы с втулкой  <math>f'</math> — частота вибраций в Гц,  <math>\delta_p</math> — радиальный зазор в мм,  <math>x</math> — амплитуда вибраций,  <math>\alpha</math> — коэффициент восстановления, зависящий от материалов опоры (для опор агат или корунд-сталь <math>\alpha \approx 0,6</math>),  <math>E</math> — модуль упругости,  <math>f</math> — коэффициент трения скольжения         </p>	<p>           При наличии осевой силы <math>A</math>, которая может возникнуть от неточности изготовления, например, от перекоса или является следствием работы механизма (например, на валу смонтирована косозубая шестерня), момент определяют по формуле         </p> $M_{ск} = k(\varphi_k) R \cos \alpha f d \times \left[ 1 + k(\varphi_k) f \frac{d}{r_k} \right] + \frac{1}{3} A f_1 \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$ <p>           Здесь осевая нагрузка воспринимается кольцевой поверхностью торца с диаметрами <math>D</math> и <math>d</math>, при коэффициенте трения на торце <math>f_1</math>            При восприятии ее плоской опорной поверхностью последнее слабое определяют уравнением <math>M_A = N A f_1 d</math>            Величина <math>N</math> для новой опоры составляет <math>\frac{1}{3}</math>, для приработанной — <math>\frac{1}{4}</math>            При оформлении одной         </p>	<p>То же</p>	<p>           Для плоской цилиндрической пяты момент сопротивления трения подсчитывают по соотношению <math>M_{тр} = \frac{1}{3} f d A</math> (для новой пяты) и <math>M_{тр} = \frac{1}{4} A f d</math> (для приработанной пяты)         </p>																				
<p>из опорных поверхностей в виде сферы с радиусом <math>r_{сф}</math></p> $M_A = \frac{3}{16} \pi A f r_{сф}$ <p>здесь</p> $r_{сф} = 0,881 \times \sqrt[3]{\left(\frac{1}{E_{ц}} + \frac{1}{E_{в}}\right) A r_{сф}}$ <p>           При перекосе опоры момент трения скольжения определяют по формуле         </p> $M_{ск} = \frac{3}{16} N_1 f d_{min} + \frac{1}{2} N_2 f d_{max} + \frac{1}{2} N_3 f d_{min}$	<p>           Размеры опоры устанавливают из конструктивных соображений. При подсчете момента сопротивления трения величины <math>M_{кач}</math> и <math>M_{вск}</math> оказываются меньшими нежели у цилиндрических опор            Момент трения скольжения определяют по уравнениям         </p> $M_{ск} = N f \frac{d}{2};$	<p>           Рекомендуемые соотношения размеров опоры в мм         </p> <table border="1" data-bbox="957 1744 1228 1883"> <thead> <tr> <th><math>D</math></th> <th><math>d</math></th> <th><math>L</math></th> <th><math>l</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1—2,5</td> <td>0,5</td> <td>1,5</td> <td>0,8</td> </tr> <tr> <td>2,5—5</td> <td>0,75</td> <td>2,5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>5—10</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>1,2</td> </tr> <tr> <td>10—20</td> <td>1,5</td> <td>4,5</td> <td>1,8</td> </tr> </tbody> </table>	$D$	$d$	$L$	$l$	1—2,5	0,5	1,5	0,8	2,5—5	0,75	2,5	1	5—10	1	3	1,2	10—20	1,5	4,5	1,8	<p>           Применяют в тех случаях, когда нужна высокая точность центрирования при малых нагрузках и скоростях вращения            Осевые и радиальные зазоры регулируют за счет перемещения втулки            Геометрическое положение оси регулируют за счет эксцентричной посадки центра во втулке         </p>
$D$	$d$	$L$	$l$																				
1—2,5	0,5	1,5	0,8																				
2,5—5	0,75	2,5	1																				
5—10	1	3	1,2																				
10—20	1,5	4,5	1,8																				
<p> <b>Конические опоры</b>            Опора на центрах         </p>  <p> <math>M_{сопр. цен}</math> — момент сопротивления опоры на центрах,  <math>f</math> — коэффициент трения скольжения  <math>d</math> — диаметр конуса в месте соприкосновения с отверстием втулки,         </p>	<p>           Размеры опоры устанавливают из конструктивных соображений. При подсчете момента сопротивления трения величины <math>M_{кач}</math> и <math>M_{вск}</math> оказываются меньшими нежели у цилиндрических опор            Момент трения скольжения определяют по уравнениям         </p> $M_{ск} = N f \frac{d}{2};$	<p>           Рекомендуемые соотношения размеров опоры в мм         </p> <table border="1" data-bbox="957 1744 1228 1883"> <thead> <tr> <th><math>D</math></th> <th><math>d</math></th> <th><math>L</math></th> <th><math>l</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1—2,5</td> <td>0,5</td> <td>1,5</td> <td>0,8</td> </tr> <tr> <td>2,5—5</td> <td>0,75</td> <td>2,5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>5—10</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>1,2</td> </tr> <tr> <td>10—20</td> <td>1,5</td> <td>4,5</td> <td>1,8</td> </tr> </tbody> </table>	$D$	$d$	$L$	$l$	1—2,5	0,5	1,5	0,8	2,5—5	0,75	2,5	1	5—10	1	3	1,2	10—20	1,5	4,5	1,8	<p>           Применяют в тех случаях, когда нужна высокая точность центрирования при малых нагрузках и скоростях вращения            Осевые и радиальные зазоры регулируют за счет перемещения втулки            Геометрическое положение оси регулируют за счет эксцентричной посадки центра во втулке         </p>
$D$	$d$	$L$	$l$																				
1—2,5	0,5	1,5	0,8																				
2,5—5	0,75	2,5	1																				
5—10	1	3	1,2																				
10—20	1,5	4,5	1,8																				

Схема опоры и принятые обозначения	Формулы для расчета	Рекомендации по выбору материала	Примечание
<p><math>N</math> — нормальная сила давления,  <math>R, A</math> — радиальная и осевая нагрузки,  <math>\alpha</math> — угол конусности конической цапфы            Угол зенковки отверстия втулки <math>\alpha_3 &gt; \alpha</math></p>	$N = N_R + N_A;$ $N_A = \frac{A}{\sin \alpha};$ $N_R = \frac{R}{\cos \alpha}$ <p>Для расчетов можно рекомендовать соотношение</p> $M_{\text{сопр. цен}} = \frac{2}{\pi} \times$ $\times \left( \frac{R}{\cos \alpha} + \frac{A}{\sin \alpha} \right) f \times$ $\times [d + 2r(1 - \cos \alpha)]$ <p>Для расчетов используют те же выражения, что и для опор на центрах, но вместо угла конуса цапфы берут угол конуса втулки <math>\alpha = \alpha_3</math></p> $M_{\text{сопр. с}} = \left( \frac{2}{\pi} R + \right.$ $\left. + \frac{1}{2} \frac{A}{\operatorname{tg} \alpha} \right) f d$	То же	

Сферические опоры Опора со сферической цапфой	Размеры устанавливаются из конструктивных соображений. Проводят проверку величины максимальных напряжений, возникающих на площадке контакта		Цапфа может быть сменной или изготавливается вместе с осью Цапфа с втулкой соприкасаются по узкому сферическому поясу Регулировка осуществляется также как у опор на центрах Точность центрирования обеспечивается коническим отверстием втулки Несущая способность несколько выше, чем у опор на центрах
 <p><math>R, A</math> — радиальная и осевая силы,  <math>r</math> — радиус сферической части втулки,  <math>M_{\text{сопр. с}}</math> — момент сопротивления опоры на сферических цапфах</p>			

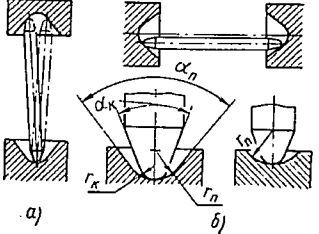
Опора на шпиле	Размеры устанавливаются из конструктивных соображений. Правильность подбора материала и конструктивной разработки проверяют через максимальное напряжение, возникающее на площадке контакта ядра и подпятника (рис. а, б), их подсчитывают по следующим соотношениям	Материалы ядра и подпятника должны быть очень твердыми и износоустойчивыми из-за соприкосновения Ядро изготавливают из закаленной до твердости HRC 60 стали У10А, У12А, кобальт-вольфрамовых малоокисляющихся сплавов и т. д.	Опора обеспечивает наименьшую величину момента трения сравнительно с другими опорами скольжения Применяют только при малых нагрузках и скоростях перемещения Не обеспечивает точного центрирования оси При вертикальном расположении оси возникает «опрокидывание» опоры (рис. а). При горизонтальной оси подушка смещена относительно оси ядра (рис. б)
 <p><math>r_k, r_n</math> — радиусы сферических поверхностей ядра и подпятника,  <math>E_k, E_n</math> — модули упругости материалов и подпятника,</p>			

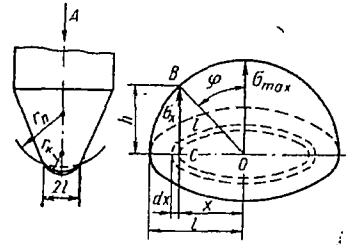
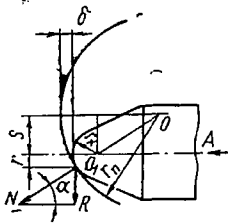
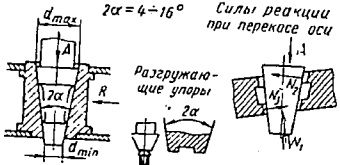
Схема опоры и принятые обозначения	Формулы для расчета	Рекомендации по выбору материала	Примечание
 <p>где <math>A_1 = \frac{Av_{\max}^2}{2g}</math> — живая сила удара, здесь <math>v_{\max}</math> — максимальная скорость соударения (см. расчёт цилиндрических опор, работающих в условиях вибрации)</p> 	<p>Для вертикально расположенной опоры</p> <p>а) при статических условиях работы</p> $\sigma_{\max} = 0,617 \times \sqrt[3]{\frac{A \left(\frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_n}\right)^2}{\left(\frac{1}{E_n} + \frac{1}{E_k}\right)^2}}$ $\frac{r_n}{r_k} = k$ <p>б) при работе в условиях вибраций</p> $\sigma_{\max} = 0,779 \times \sqrt[5]{\frac{A_1 \left(\frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_n}\right)^3}{\left(\frac{1}{E_n} + \frac{1}{E_k}\right)^4}}$ <p>Для горизонтально расположенного керна</p> <p>а) при статических условиях работы</p> $\sigma_{\max} = 0,617 \times \sqrt[3]{\frac{R \left(\frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_n}\right)^2}{\left[\frac{1}{E_n} + \frac{1}{E_k}\right]^2}}$	<p>Подпятники (подушки) чаще всего делают из синтетических камней — агата, рубина, корунда. В грубых приборах можно для подпятников применять бронзы, латуни и т. д. Рабочие поверхности обрабатывают по 9—10-му классу чистоты</p> <p><math>r_k = 0,025 \div 0,2</math> мм <math>k = 3 \div 10</math></p> <p>При работе в условиях вибраций <math>r_k</math> увеличивают</p>	<p>Наблюдается заметное вскатывание опоры</p> <p>Осевой зазор у вертикально расположенного керна не должен превышать 0,02—0,03 мм, у горизонтальной опоры доходить до 0,1 мм</p> <p>Угол при вершине конуса шпилья обычно равен 60°, при вершине конуса подпятника его берут 90°</p>
<p><math>A_1</math> — кинетическая энергия <math>v_{\max}</math> — максимальная скорость соударения <math>g</math> — ускорение силы тяжести</p> <p>2*</p>	<p><math>\sin \alpha = \frac{\sqrt{\delta [2r_k(k-1) - \delta]}}{r_k(k-1)}</math></p> <p>где <math>\delta</math> — осевой зазор</p> <p>б) при работе в условиях вибраций</p> $\sigma_{\max} = 0,779 \times \sqrt[5]{\frac{A_1 \left(\frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_n}\right)^3}{1 + f \operatorname{ctg} \alpha \left(\frac{1}{E_n} + \frac{1}{E_k}\right)^4}}$ $A_1 = \frac{Rv_{\max}^2}{2g \sin \alpha}$ <p>Момент сопротивления трения</p> $M_{\text{сопр}} = M_0 + M_{\text{кач}} + M_{\text{вск}} + M_{\text{ск}}$ <p>Предельное значение угла вскатывания определяется соотношением</p> $\alpha_{\text{вск. пред}} = \operatorname{arctg} \frac{f}{\sin \alpha}$ <p>при этом угол поворота керна <math>\varphi_{\text{пред}}</math> определяется так <math>\varphi_{\text{пред}} = \frac{r_k}{r_n} \alpha_{\text{вск. пред}}</math></p> <p>Момент сопротивления трения скольжения при буксовании</p> $M_{\text{ск. бук}} = Rf r_k \cos \alpha_{\text{вск}}$		<p>Для предохранения опоры от повреждений при ударах и тряске применяют пружины, смягчающие действие удара на опору</p>

Схема опоры и принятые обозначения	Формулы для расчета	Рекомендации по выбору материала	Примечание
	$M_{ск} = \frac{R}{\sin \alpha} fr = Rfr_{к}$ <p>от радиальной силы <math>R</math>,</p> $M_{ск} = 0,407 \frac{f}{\sqrt{\sigma_{\max}}} A^{\frac{3}{2}}$ <p>от осевой силы <math>A</math></p>		
<p style="text-align: center;"><b>Конические опоры</b></p> <p>Одинарная коническая пята</p>  <p><math>d_B, d_C</math> — диаметр втулки и цапфы,  <math>\alpha_B, \alpha_C</math> — температурные коэффициенты материалов втулки и цапфы</p>	<p>Расчет на прочность аналогичен расчету цилиндрических опор. Он дает величину <math>d_{ср}</math>;</p> $d_{ср} = \frac{d_{\min} + d_{\max}}{2}$ <p>Величина минимального зазора <math>\delta</math>, исключаящего защемление при изменении температуры на <math>\Delta t</math>, определяется соотношением</p> $\delta = d_B (1 \pm \alpha_B \Delta t) - d_C (1 \pm \alpha_C \Delta t)$ <p>Моменты сопротивления трения определяются по среднему диаметру <math>d_{ср}</math> по соотношениям, принятым для цилиндрических опор</p> $M_{сопр} = M_{0\text{ кон}} + M_{\text{кач}} + M_{\text{вск}} + M_{ск}$ $M_{сопр} \approx M_{0\text{ кон}} + \frac{2}{\pi} \times \left[ \frac{R}{\cos \alpha} + \frac{A}{\sin \alpha} \right] fd_{ср}$	<p>Материалы применяются те же, что и для цилиндрических опор.</p> <p>Рабочие поверхности обрабатываются до 9—10-го класса чистоты</p>	<p>При нагрузках и размерах, одинаковых с цилиндрическими опорами, момент трения больше</p> <p>Опора приспособлена для восприятия осевых <math>A</math> и радиальных <math>R</math> нагрузок</p> <p>Обеспечивает точное центрирование и герметичность</p> <p>При износе допускает регулировку</p> <p>Очень чувствительна к изменению температуры</p>

ния, опоры скольжения все еще широко используются и в машиностроении, и в приборостроении.

Преимущества опор скольжения проявляются: 1) при работе особо быстроходных валов (из-за долговечности опор); 2) при необходимости обеспечения особо точного направления осей (за счет индивидуального изготовления); 3) при работе особо тяжело нагруженных валов, а также валов, работающих в условиях тряски или вибрации; 4) при необходимости обеспечения малых габаритов, а также возможности разъема опор; 5) при работе в воде или агрессивных средах, при загрязненных смазках, когда опоры качения не работоспособны; 6) в особо легких малонагруженных измерительных устройствах, при необходимости иметь наименьшие моменты трения в условиях незначительных скоростей вращения осей; 7) в простых малонагруженных и медленно вращающихся неотвественных валах и осях машин и приборов, где использование опор качения не оправдано.

Опоры скольжения обеспечивают: достаточную точность, надежность и долговечность работы механизма; плавность вращения и бесшумность; простоту и компактность конструкции, минимальную стоимость и простоту изготовления.

При стационарных режимах и обеспечении жидкостного трения опоры скольжения лучше нежели опоры качения работают при динамических нагрузках и допускают почти неограниченные скорости вращения (число оборотов опор качения ограничено). Если исключена возможность обеспечения чисто жидкостного трения, то основным недостатком опор скольжения являются относительно большие потери на трение и износ.

В зависимости от геометрической формы рабочих поверхностей и их расположения опоры скольжения классифицируются так: 1) цилиндрические, 2) торцовые, 3) конические, 4) сферические.

Расчет опор скольжения производят с учетом их геометрии (цилиндрические, конические и т. д.), характера трения (полусухое, граничное и т. д.), условий работы (скорость вращения  $v$ , температура  $t$ , вибрации и т. д.) и т. п. Размеры и моменты сопротивления трения опор, работающих в условиях полусухого, граничного и полужидкостного трения, определяют, исходя из критериев прочности  $[\sigma]_{из}$ ,  $[\sigma]_{к}$ , или  $[p]$   $[pv]$  (табл. 21). Расчет опор по критериям  $[p]$  или  $[pv]$  называют условным расчетом подшипников. При проектировании опор с жидкостным трением различают гидростатические подшипники и опоры, работающие в условиях гидродинамического трения (последние рассчитывают по гидродинамической теории Петрова Н. П.) Опоры такого типа в работе не рассматриваются. Размеры малонагруженных опор, работающих в условиях полусухого, граничного, полужидкостного трения выбирают из конструктивных соображений. В последнем случае основное внимание обращают на определение момента сопротивления трения.

Значения  $[p]$  и  $[p\sigma]$ 

Сочетания материалов	Коэффициент трения скольжения	$[p]$ в кгс/см <sup>2</sup>	$[p\sigma]$ в кгс·м/см <sup>2</sup> ·с
Сталь—закаленная сталь . . . . .	0,16—0,18	150	—
Сталь—бронза оловянистая . . . . .	0,16—0,15	50—150	100—200
Сталь—латунь . . . . .	0,14—0,19	50—100	—
Сталь—алюминий . . . . .	0,07—0,18	—	—
Сталь—дюралюминий . . . . .	0,17—0,19	—	—
Сталь—агат, рубин, корунд . . . . .	0,13—0,15	150	—
Сталь—текстолит . . . . .	0,22—0,27	200—250	—
Сталь—гетинакс . . . . .	0,20—0,25	—	—

**Момент сопротивления цилиндрических опор.** В современной литературе для определения момента трения  $M_{тр}$  цилиндрической опоры, нагруженной радиальной силой, рекомендуется равенство

$$M_{тр} = k(\varphi_k) Rfd, \quad (240)$$

где  $k(\varphi_k)$  — коэффициент, определяющий зависимость  $M_{тр}$  от угла охвата ( $2\varphi_k$ ) цапфы втулкой (рис. 128, 129), при  $2\varphi_k = 0$   $k(\varphi_k) = 1/2$ , при  $2\varphi_k = \pi$   $k(\varphi_k) = 2/\pi$ ;

$R$  — радиальная нагрузка;

$f$  — коэффициент трения скольжения материалов опоры;

$d$  — диаметр цапфы.

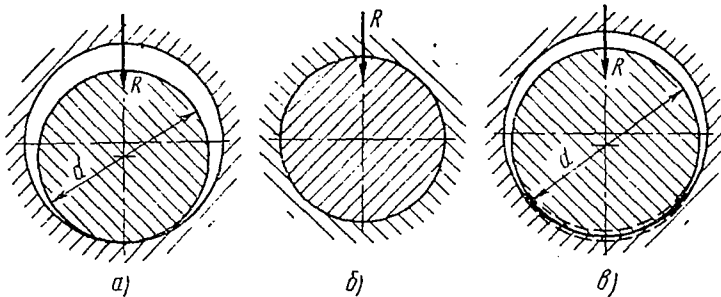


Рис. 128. Цилиндрическая опора, нагруженная радиальной силой:

$a$  — опора из абсолютно твердых материалов,  $b$  — опора, выполненная без зазоров,  $v$  — материалы втулки и цапфы деформировались, зазор изменился

Выражение (240) позволяет подсчитать только величину момента трения скольжения в цилиндрической опоре. Но этот момент не полностью определяет величину момента сопротивления, возникающего в цилиндрической опоре. Действительный момент сопротивления [17], [25] на 30—40% превышает рассчитанный по формуле (240). Он зависит от следующих составляющих:

момента трения скольжения, собственного момента сопротивления опоры и момента трения качения.

Собственный момент сопротивления  $M_0$  опоры вызван сцеплением твердых частиц поверхностей опоры, разрывом пленок на рабочих поверхностях и отрывом этих пленок от поверхностей. Этот момент возникает при трогании, затем после выхода цапфы из состояния покоя величина  $M_0$  резко уменьшается, достигая

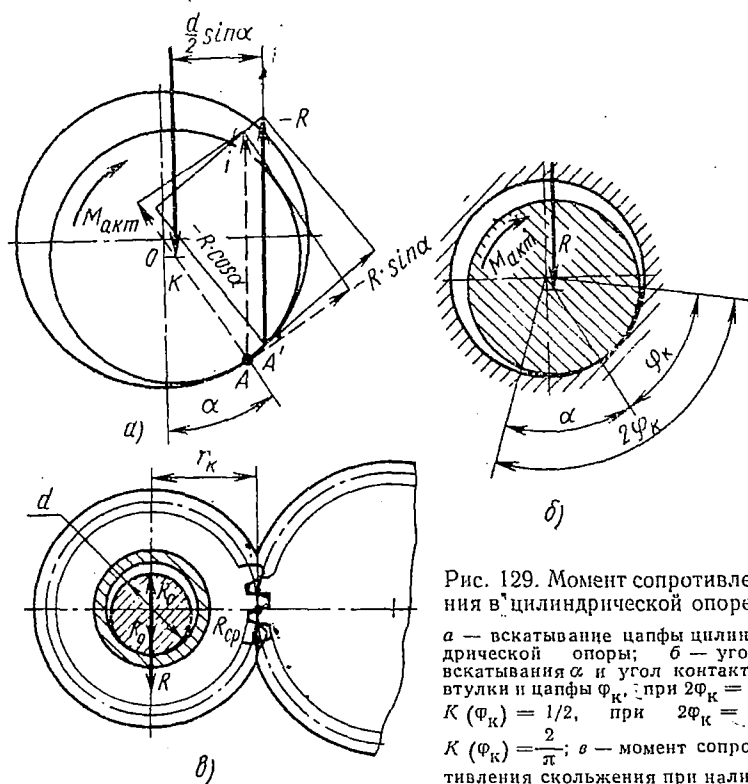


Рис. 129. Момент сопротивления в цилиндрической опоре:

$a$  — вскатывание цапфы цилиндрической опоры;  $b$  — угол вскатывания  $\alpha$  и угол контакта втулки и цапфы  $\varphi_k$ ; при  $2\varphi_k = 0$

$K(\varphi_k) = 1/2$ , при  $2\varphi_k = \pi$

$K(\varphi_k) = \frac{2}{\pi}$ ;  $s$  — момент сопротивления

скольжения при наличии компенсирующего внешнего момента, плечо которого  $r_k$

некоторого определенного для данной опоры и данных условий ее работы значения. При установившемся скольжении величина  $M_0$  изменяется незначительно.

В настоящее время отсутствуют экспериментальные данные для определения величины  $M_0$ . Можно только предположить, что  $M_0$  изменяется прямо пропорционально изменению величины радиальной нагрузки и геометрическим размерам рабочей поверхности опоры. Величина  $M_0$  зависит также от состояния рабочей поверхности, наличия и свойств смазки. При малых нагрузках, когда момент трения скольжения мал, величины  $M_{ск}$  и  $M_0$  сравнимы. В этом случае неучет  $M_0$  при определении момента сопротивления ведет к большим ошибкам расчета.

При вскатывании цапфы по втулке (рис. 129) возникает момент трения качения  $M_k$ , величина которого может быть определена по формуле

$$M_k = R \cos \alpha k, \quad (241)$$

где  $R$  — радиальная нагрузка;  
 $\alpha$  — угол вскатывания цапфы по втулке;  
 $k$  — коэффициент трения качения.

Так как угол вскатывания невелик, то можно считать, что

$$M_k \approx kR.$$

При работе опор чистое скольжение или чистое качение не возникает. В опорах качения имеет место проскальзывание, в опорах скольжения — качение.

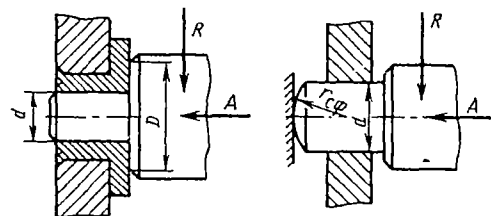


Рис. 130. Схема сил, возникающих при работе в цилиндрической опоре

На определенных этапах работы опоры отдельные составляющие момента сопротивления могут принимать существенное значение или стремиться к нулю, как например, момент трения скольжения при вскатывании опоры, когда угол вскатывания приближается к предельному значению.

Поэтому, видимо, можно рекомендовать величину момента сопротивления цилиндрической опоры  $M_{сопр}$ , учитывая возможность изменения и даже полного исчезновения отдельных его составляющих, подсчитывать по формуле

$$M_{сопр} = M_0 + kR + k(\varphi_k) R f d. \quad (242)$$

Момент трения в опоре, нагруженной радиальной  $R$  и осевой силой  $A$  (рис. 130), определяется выражением

$$M_{сопр} = k_1(\varphi_k) R f d + \frac{1}{3} f_1 A \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2} + \frac{3}{16} \pi f A r_{сф}, \quad (243)$$

где  $f$  — коэффициент трения скольжения на торце с диаметрами кольца  $D$  и  $d$ ;

$r_{сф}$  — радиус закругления, опорной поверхности цапфы (рис. 130).

**Момент сопротивления конических опор  $M_{сопр.кон}$ .** Момент трения скольжения одинарной конической опоры (рис. 131) следует определять по формуле

$$M_{сопр.кон} = \frac{2}{\pi} \left( \frac{R}{\cos \alpha} + \frac{A}{\sin \alpha} \right) f d_{ср}, \quad (244)$$

где  $R$  — радиальная нагрузка;  
 $A$  — осевая нагрузка;

$f$  — коэффициент трения скольжения;  
 $\alpha$  — половина угла при вершине конуса;  
 $d_{\text{ср}}$  — средний диаметр цапфы

$$d_{\text{ср}} = \frac{d_1 + d_2}{2}.$$

При определении момента сопротивления одинарной конической опоры нужно также учитывать собственный момент сопротивления, величина которого зависит от нагрузки, геометрических размеров поверхности соприкосновения и ее состояния. По сравнению с цилиндрическими опорами одинарные конические опоры имеют большую поверхность соприкосновения. Собственный момент сопротивления конической опоры больше, чем цилиндрической, т. е. при одинаковых габаритных размерах

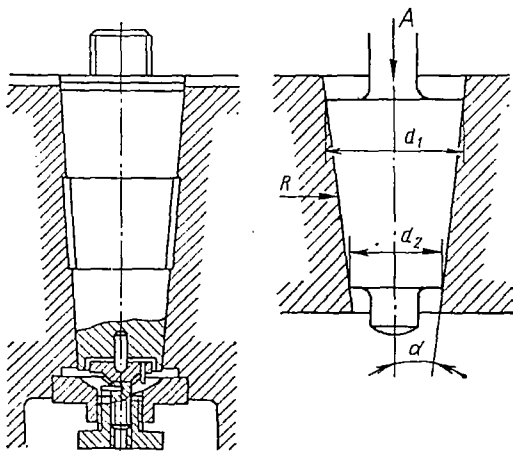


Рис. 131. Одинарная коническая опора

$$M_{\text{кон}} > M_{\text{цил.}}$$

Для подсчета момента сопротивления конических опор можно рекомендовать выражение

$$M_{\text{сопр.кон}} = M_{\text{кон}} + \frac{2}{\pi} \left( \frac{2}{\cos \alpha} + \frac{A}{\sin \alpha} \right) f d_{\text{ср}}. \quad (245)$$

**Момент сопротивления опор на центрах  $M_{\text{сопр.цен}}$ .** В отличие от цилиндрических и одинарных конических опор опоры на центрах (рис. 132) имеют очень малую поверхность соприкосновения цапфы со втулкой. Поэтому при определении момента сопротивления опоры на центрах можно не учитывать величину собственного момента сопротивления.

Момент трения скольжения опоры на центрах при одновременном действии на нее осевой  $A$  и радиальной  $R$  нагрузок можно определить по формуле

$$M_{\text{сопр.цен}} = \frac{2}{\pi} \left( \frac{R}{\cos \alpha} + \frac{A}{\sin \alpha} \right) f [d + 2r(1 - \cos \alpha)], \quad (246)$$

где  $d$  — диаметр цилиндрической части втулки;  
 $r$  — радиус сферической части втулки;  
 $\alpha$  — половина угла при вершине конуса цапфы.

Момент сопротивления опоры на центрах значительно меньше, чем моменты сопротивления цилиндрической или одинарной конической опоры.

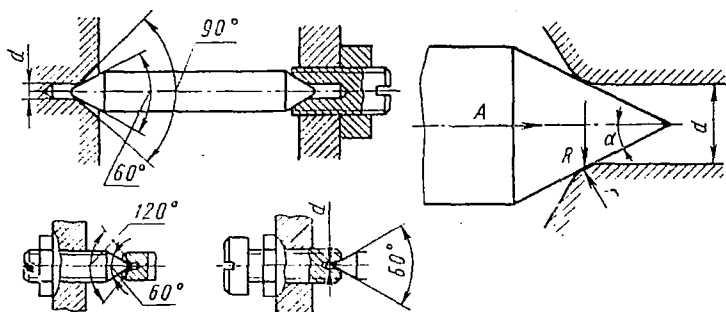


Рис. 132. Опора на центрах

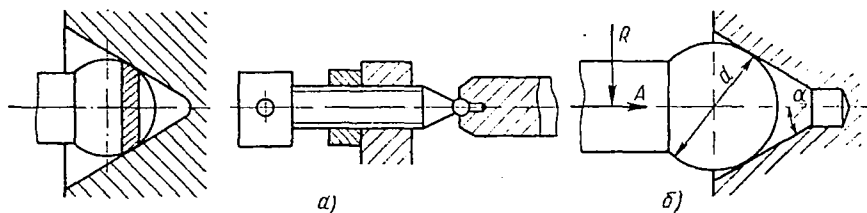


Рис. 133. Опора на сферических цапфах

Момент сопротивления опоры на сферических цапфах  $M_{\text{сопр.с}}$ . Так же как опоры на центрах, опоры на шарах имеют малые поверхности соприкосновения цапфы со втулкой (рис. 133), поэтому здесь также можно не учитывать величину собственного момента сопротивления.

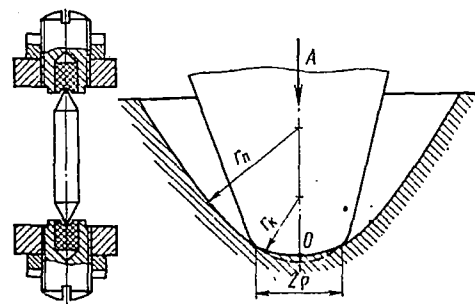


Рис. 134. Опора на кернах

Величину момента трения скольжения  $M_{\text{сопр.с}}$  опоры на шарах при одновременном действии осевой  $A$  и радиальной  $R$  нагрузок можно подсчитать по формуле

$$M_{\text{сопр.с}} = \left( \frac{2}{\pi} R + \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{\text{tg } \alpha} \right) f d, \quad (247)$$

где  $d$  — диаметр сферической части цапфы;

$\alpha$  — половина угла при вершине конуса втулки.

Момент сопротивления опоры на кернах  $M_{\text{сопр.кер}}$ . При вертикальном расположении оси (рис. 134) момент сопротивления

опоры на кернах

$$M_{\text{сопр. кер}} = \frac{3}{16} \pi f A \rho = 0,407 f \cdot \frac{A^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\sigma_{\text{к}}}}, \quad (248)$$

где  $\rho$  — радиус площадки соприкосновения керна с подпятником;

$$\rho = 0,881 \sqrt[3]{A \frac{\left(\frac{1}{E_{\text{п}}} + \frac{1}{E_{\text{к}}}\right)}{\frac{1}{r_{\text{к}}} - \frac{1}{r_{\text{п}}}}},$$

здесь  $E_{\text{к}}$  и  $E_{\text{п}}$  — модули упругости материалов керна и подпятника;

$r_{\text{к}}$  и  $r_{\text{п}}$  — радиусы керна и подпятника;

$$\sigma_{\text{кmax}} = 0,617 \sqrt[3]{A \frac{\left(\frac{1}{r_{\text{к}}} - \frac{1}{r_{\text{п}}}\right)^2}{\left(\frac{1}{E_{\text{к}}} + \frac{1}{E_{\text{п}}}\right)^2}} \text{ — максимальные}$$

контактные напряжения на площадке соприкосновения керна с подпятником.

Работа опоры на керне (рис. 135) при горизонтальном расположении оси была исследована Разумовским Н. Н. [33]. Он показал, что под действием радиальной нагрузки кери окружностью радиуса  $r_{\text{к}} \sin \alpha$  вскатывается по окружности радиуса  $r_{\text{п}} \sin \alpha$ .

При этом

$$R \sin \psi < fN,$$

где  $N$  — нормальная составляющая реакции опоры.

Как только угол  $\psi$  станет равным  $\psi_0$ , т. е.  $R \sin \psi_0 = fN$ , вскатывание прекращается.

При вскатывании момент сопротивления

$$M_{\text{вск}} = R r_{\text{к}} \sin \alpha \frac{\beta}{c-1}, \quad (249)$$

где  $\alpha$  — угол, образованный горизонтальной осью и линией, соединяющей точку касания с центром сферы подпятника (рис. 135);

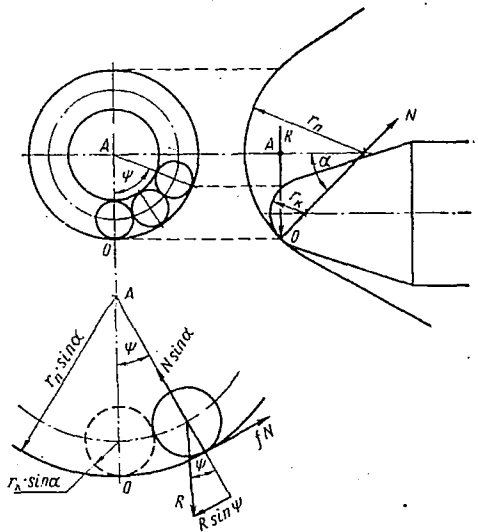


Рис. 135. Опора на кернах при горизонтальном расположении оси.

$\beta$  — угол поворота подвижной части;  
 $c$  — отношение радиусов подпятника и керна.

При проскальзывании

$$M_{ск} = \frac{\pi}{4} f \frac{\sigma_{max} \rho^3}{\operatorname{tg} \alpha} \sin \alpha, \quad (250)$$

где  $\sigma_{max} = \sqrt[3]{0,235N \frac{\left(\frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_n}\right)^2}{\left(\frac{1}{E_k} + \frac{1}{E_n}\right)^2}}$  — напряжение в центре сферы,

$$\rho = 0,881 \sqrt[3]{N \frac{\frac{1}{E_k} + \frac{1}{E_n}}{\left(\frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_n}\right)}}.$$

Полный момент сопротивления опоры на кернах при горизонтальном расположении оси равен сумме составляющих моментов

$$M_{сопр} = R r_k \sin \alpha \sin \frac{\beta}{c-1} + \frac{\pi}{4} f \frac{\sigma_{max} \rho^3}{\operatorname{tg} \alpha} \sin \alpha. \quad (251)$$

При выборе типа опоры скольжения следует помнить, что наибольший момент сопротивления имеют цилиндрические и односторонние конические опоры, однако эти опоры могут воспринимать большие нагрузки.

Опоры на центрах и шаровые опоры используются в малонагруженных устройствах, где нужно иметь минимальные моменты сопротивления.

Следует помнить, что момент сопротивления опоры скольжения  $M_{сопр}$  изменяется во времени. Это объясняется непостоянством коэффициента трения  $f$ , изменяющегося под влиянием внешних условий (температура, влажность и т. д.), из-за состояния трущихся поверхностей (загрязнения, окисления и т. д.), режима работы (величины скорости, теплоотвод и т. д.).

Таким образом, коэффициент трения  $f$  нужно рассматривать как функцию времени  $t$ , для которой можно указать средние значения и интервал, где происходят случайные изменения этих значений.

Основные отношения, которые могут быть рекомендованы для проектирования опор скольжения, приведены в табл. 20, 21.

### 69. ОПОРЫ С ТРЕНИЕМ КАЧЕНИЯ

Основные характеристики ножевых опор и соотношения, рекомендуемые для их расчета, известны и имеются в литературе.

Шарикоподшипники в большинстве случаев не рассчитывают. Их подбирают, исходя из условий долговечности, в соответствии с ГОСТ, используя соотношение

$$Q_y (nh)^{0,3} = C k_{ск},$$

где  $n$  — число оборотов в минуту;

$h$  — время работы подшипника в ч;

$C$  — коэффициент работоспособности, для каждого типа подшипника приводится в каталоге;

$k_{ск}$  — скоростной коэффициент.

Значение коэффициента  $C$  зависит от размеров и конструкции подшипника (рис. 136).

Скоростной коэффициент  $k_{ск}$  вводят в расчет при  $n > 10\,000$  об/мин, его зависимость от скорости вращения указана на рис. 137.

Условную нагрузку  $Q_y$  подсчитывают по уравнению

$$Q_y = (R + mA) k_k \cdot k_b \cdot k_T, \quad (252)$$

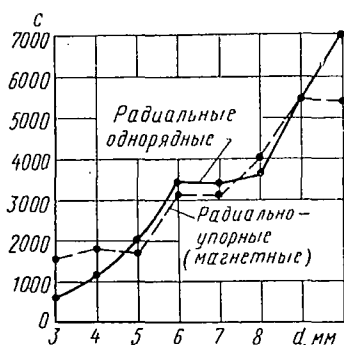


Рис. 136. Зависимость коэффициента  $C$  от внутреннего диаметра подшипника

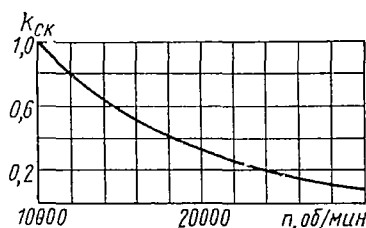


Рис. 137. Зависимость скоростного коэффициента от скорости вращения подшипника

где  $R$  и  $A$  — радиальная и осевая нагрузки в кгс;

$m$  — коэффициент приведения нагрузки, для радиальных подшипников  $m = 1,5$ , для радиально-упорных  $m = 0,7$ ;

$k_k, k_b, k_T$  — коэффициенты, учитывающие вращающееся кольцо подшипника ( $k_k$ ); характер нагрузки ( $k_b$ ); температуру ( $k_T$ ) и режимы работы.

Момент сопротивления трения, возникающий при работе шарикоподшипников (рис. 138), определяют, используя выражение

$$M_T = M_0 + (1,5A + 1,25R) k \frac{D_0}{d_{ш}}, \quad (253)$$

где  $M_0$  — момент трения ненагруженного подшипника;

$A, R$  — осевая и радиальная нагрузки в гс;

$k$  — коэффициент трения качения в см;

$D_0$  — диаметр окружности центров шариков в см;

$d_{ш}$  — диаметр шарика в см;

$M_0$  — момент трения ненагруженного подшипника в гс.см.

Зависимость  $M_0$  от диаметра шарика  $d_{ш}$  для подшипников разных классов точности приведена на рис. 139.

Его можно также подсчитать, пользуясь эмпирическим соотношением [33]

$$M_0 = \frac{1}{2} C d_{ш},$$

коэффициент  $C$  зависит от типа шарикоподшипника.

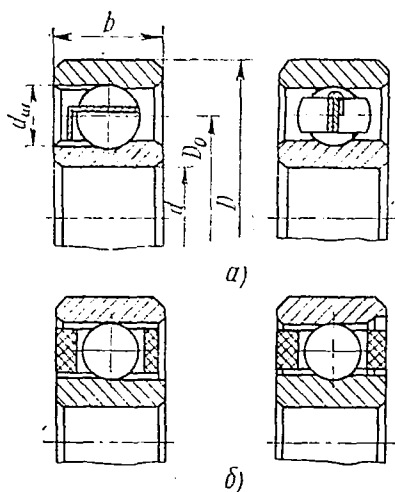


Рис. 138. Шарикоподшипники:

*a* — радиальные; *б* — радиально-ударные

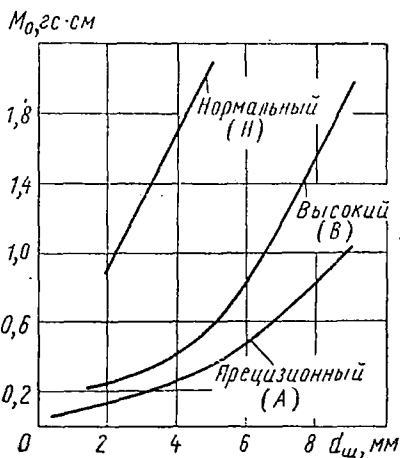


Рис. 139. Зависимость момента трения ненагруженного подшипника от диаметра шарика  $d_{ш}$

Иногда применяют более простые зависимости, включая  $M_0$  и заменяя условную нагрузку  $(1,5 A + 1,25 R)$  радиальными или

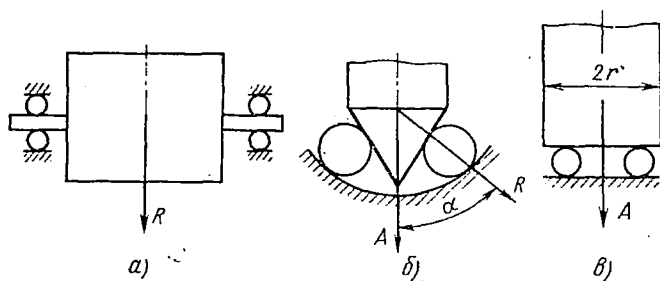


Рис. 140. Схема действия сил, возникающих в шарикоподшипниках:

*a* — радиальный подшипник; *б* — радиально-упорный подшипник; *в* — упорный подшипник

осевыми силами в соответствии со схемами (рис. 140), тогда

$$M = kR \frac{D_0}{d_{ш}}$$

или

$$M = k \frac{A}{\cos \alpha} \cdot \frac{D_0}{d_{ш}}. \quad (254)$$

Величина  $M_0$  может быть соизмеримой с сопротивлением трения от нагрузок  $R$  и  $A$ , даже превосходит ее (например, в прецизионных подшипниках), поэтому пренебрегать ею не рекомендуется.

При работе шарикоподшипников возникают явления не только чистого качения, но также проскальзывания (шарики о сепаратор,

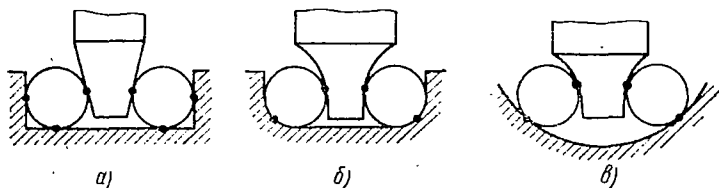


Рис. 141. Насыпные шарикоподшипники

шарики о кольцо и т. д.) и сопротивление движению смазки, особенно ошутимое при низких температурах. Проскальзывание зависит от формы рабочих тел шарикоподшипников, определяющих размер и форму площадки их контакта (начальный контакт в точке или по линии).

Например, в насыпных подшипниках [42] проскальзывание тем сильнее, чем больше поверхности соприкосновения шарика с цапфой и чем хуже фиксация шарика (рис. 141, а, б, в).

Для уменьшения трения можно рекомендовать схему, изображенную на рис. 141, а. Для такого прямоугольного (по форме корпуса) подшипника момент трения будет минимальным, если ось вала  $A-A$  (прямая, соединяющая точки соприкосновения шарика

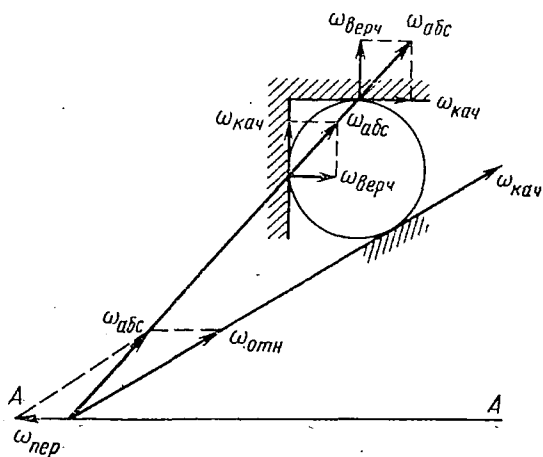


Рис. 142. Кинематика прямоугольного шарикоподшипника:

$\omega$  — угловые скорости

с подшипником) и образующая поверхности вала (касательная к шарикау) пересекаются в одной точке (рис. 142). Несоблюдение этого правила приводит к значительному увеличению момента трения, не учитываемого выражением (253). У стандартных подшипников такое увеличение момента стараются предотвратить выбором оптимальных форм рабочих тел и их взаимном расположением.

Зависимости, позволяющие подсчитать моменты трения, возникающие вследствие проскальзывания, под влиянием смазки и т. д., пока не установлены.

## 70. УПРУГИЕ ОПОРЫ

Упругие опоры выполняют из тонких пружин разной формы сечений (рис. 143 и 104), соединяющих подвижную часть с неподвижной. Сами пружины могут быть как металлическими (сталь, бронза, нейзильбер и т. д.), так и неметаллическими (кварц,

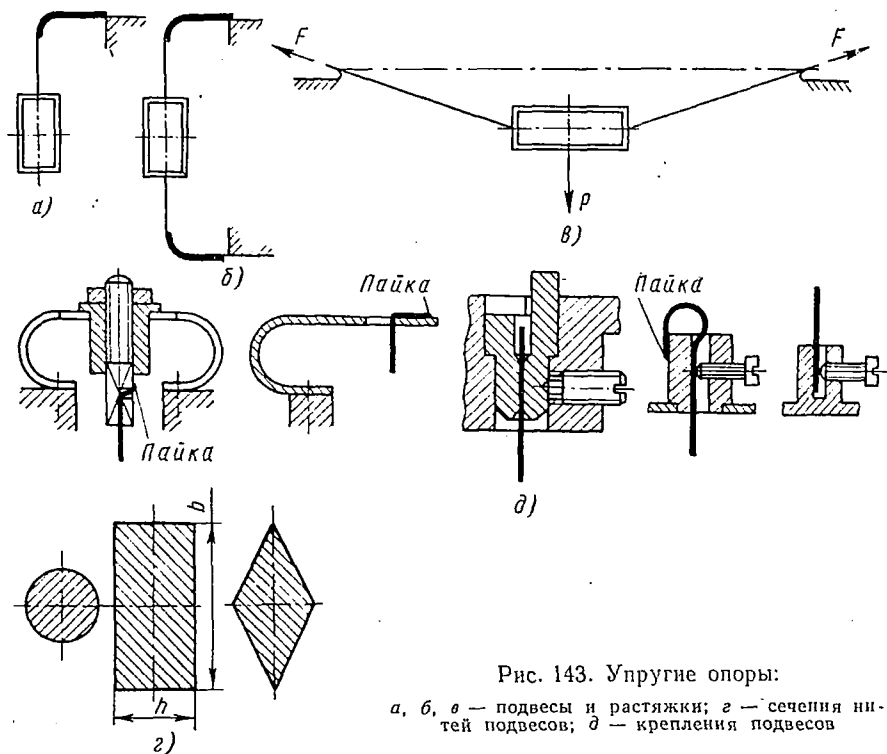


Рис. 143. Упругие опоры:

а, б, в — подвесы и растяжки; г — сечения нитей подвесов; д — крепления подвесов

германий, кремний и т. д.). Для изготовления металлических опор преимущественно используют стандартные металлические ленты или проволоку.

Все большее распространение, например, в силоизмерительных устройствах, в высокочувствительных малонагруженных приборах и т. д. приобретают неметаллические материалы (см. п. 62).

Взаимное относительное перемещение деталей, соединенных упругой опорой, обеспечивается упругими деформациями пружин, работающих на изгиб или кручение (см. рис. 104).

Такие опоры допускают значительные нагрузки. Их применяют в приборах как с малым, так и большим вращающим момен-

том. Они удовлетворительно работают при вибрациях. Упругие опоры используются главным образом в подвижных системах, совершающих колебательное движение при необходимости обеспечения минимального трения в опоре (чувствительность). Практически в этих опорах отсутствуют трение (величина трения упругости очень мала) и зазоры. Они не боятся загрязнений, надежны в работе.

Недостатками опор являются ограниченная величина перемещения и невысокая точность направления.

При работе упругих опор возникают значительные неустранимые погрешности, в основном связанные с непостоянством упругих свойств материалов (п. 62). Изменение жесткости пружины при постоянном значении измеряемого параметра, вызванное гистерезисом, последствием или температурной погрешностью приводит к изменению перемещения всей упругой опоры, т. е. к изменению сигнала, снимаемого с выхода системы. При этом происходит изменение масштаба преобразования измеряемого параметра в выходной сигнал.

Это изменение принято называть изменением масштабного коэффициента.

Погрешность, вызванную этим изменением, называют погрешностью от непостоянства масштабного коэффициента. Гистерезис и последствие (особенно пластические) приводят также к тому, что при начальном (чаще всего нулевом) значении измеряемого параметра меняется исходное положение упругого подвеса. Измерительная система фиксирует это в форме смещения начала отсчета. Появляющаяся в результате погрешность получила название «непостоянство нуля». Она возникает в начале отсчета и проявляется во всех показаниях прибора.

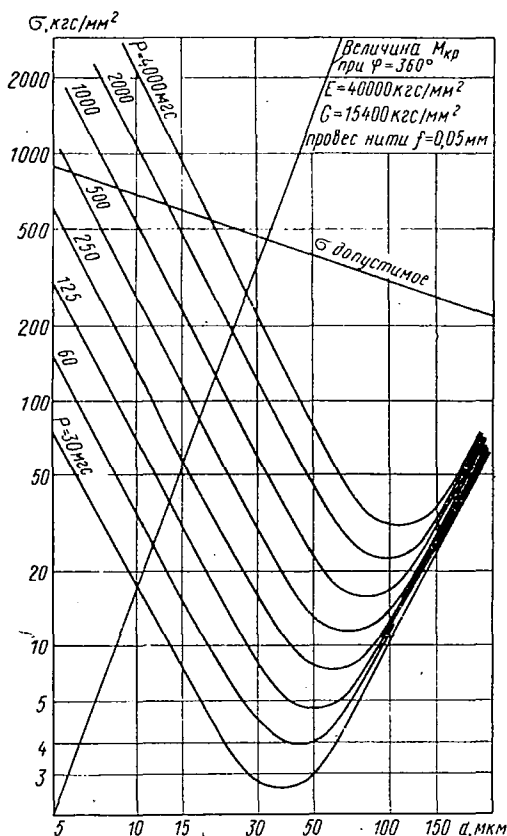


Рис. 144. График зависимости между весом подвижной системы и диаметром нити подвеса

В тех случаях, когда сигналом измерительной системы служит напряжение, возникающее в пружине (см. п. 66), погрешности появляются в основном из-за релаксации напряжений и проявляются в форме нелинейности упругой характеристики.

Как уже указывалось (п. 62), значительного снижения упругих погрешностей можно добиться, применяя монокристаллические материалы. Температурные погрешности их не превосходят погрешности металлических или кварцевых пружин. Оптимальные параметры упругой системы сравнительно просто подбираются графически (рис. 144). В качестве примера рассмотрим упругую систему гравиметра (см. рис. 109) с сапфировыми монокристаллическими растяжками, кварцевым основанием. Угол закрутки системы  $\varphi = 380^\circ$ . Вращающий момент  $M = 300 \cdot 10^{-6}$  мгс·мм. Зная значения температурных коэффициентов кварца  $\alpha_k$  и сапфира  $\alpha_c$  и температурного коэффициента модуля сдвига  $\beta$ , можно выбрать оптимальный вес подвижной системы  $Q$  при известных размерах сечения монокристалла ( $d$ ) и его прочности (или наоборот, при известном  $Q$  можно подобрать оптимальное сечение), используя графические построения (рис. 144).

Температурные погрешности могут быть выражены через изменение вращающего момента  $\Delta M$  или через изменение показаний гравиметра  $\Delta g = \frac{\Delta M}{k}$ . Они являются следствием изменения от температуры: 1) длины плеча маятника  $a$  ( $\Delta M_1, \Delta g_1$ ); 2) модуля сдвига нити ( $\Delta M_2, \Delta g_2$ ), 3) натяжения нити из-за различного приращения длины сапфировой нити и кварцевого основания, а также вследствие деформации основания, вызванного этим изменением натяжения нити  $\Delta F$  ( $\Delta M_3, \Delta g_3$ ).

Для данной системы

$$\Delta g_3 = \frac{\Delta M_3}{k} = 20,4 \text{ мгл/град,}$$

где  $k$  — чувствительность гравиметра.

Для изготовления монокристаллических упругих подвесов гравиметров могут быть рекомендованы материалы, приведенные в табл. 15.

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что такие подвесы могут быть выполнены вместе с основанием. Это позволяет значительно уменьшить температурные погрешности подвижных систем и упростить регистрацию показаний за счет применения полупроводниковых тензодатчиков.

Кроме того, можно уменьшить влияние характера крепления упругих элементов на выходной сигнал, так как в данном случае непосредственно измеряются сами деформации упругих элементов, а не их результат в виде угловых или линейных перемещений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анализ и синтез механизмов, под ред. Левитского Н. И., М., «Машиностроение», 1966, 283 с.
2. Анализ и синтез механизмов, под ред. Левитского Н. И., М., «Машиностроение», 1969, 312 с.
3. Андреев А. В. Передачи трением, М., Машгиз, 1963, 110 с.
4. Андреева Л. Е. Упругие элементы приборов. М., Машгиз, 1962, 455 с.
5. Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А. Синтез плоских механизмов, М., Физматгиз, 1959, 1084 с.
6. Артоболевский И. И. Механизмы в современной технике, М., Наука, 1970, 608 с.
7. Блох З. Ш. Приближенный синтез механизмов, М., Машгиз, 1948, 170 с.
8. Веселова Е. В. О моментах сопротивления цилиндрических опор скольжения, сб. «Автоматические информационные системы», М., ЦНИИТЭИ Приборостроения. 1968, 153 с.
9. Гокун М. В. Расчет упругих элементов некоторых типов, сб. «Испытательные машины и силовизмерительные приборы». VII серия, М., ЦБТИ Госкомитета СМ СССР по автоматизации и машиностроению, 1962, 272 с.
10. Давыдов Б. Л., Чжоу-Ши-юй, Некоторые уточнения теории трения гибких тел. «Вестник машиностроения», 1958, № 2, 13—18 с.
11. Добровольский В. А. Расчет деталей машин. Киев, Гостехиздат, 1961, 390 с.
12. Доброгурский С. О., Казаков В. А. Счетно-решающие устройства, М., Оборонгиз, 1959, 463 с.
13. Иванов Е. А. Ременные передачи, расчет и эксплуатация, М., Машгиз, 1948, 182 с.
14. Игнатенко В. В. Нелинейные колебания гибких нитей. Известия ВУЗов, Машиностроение, 1958, № 11—12.
15. Карром-Порчинский Ц. Материалы будущего, пер. с англ. под ред. Михайлова Н. В., М., «Химия», 1966, 178 с.
16. Кемпинский М. М. Проектирование механизмов измерительных приборов, М.—Л., Машгиз, 1959, 140 с.
17. Ковалев М. П., Сивоконенко И. М., Явленский К. Н. Опоры приборов, М., «Машиностроение», 1967, 192 с.
18. Крагельский И. В., Виноградова И. Э. Коэффициенты трения, М., Машгиз, 1955, 228 с.
19. Лариков Е. А. Аналитическое профилирование плоских кулачков механизмов приборов. Известия ВУЗов, Приборостроение, 1959, т. 11, № 5.
20. Лариков Е. А. О выпрямлении нелинейных зависимостей и шкал в приборостроении, «Приборостроение», 1962, № 5.
21. Лариков Е. А. Расчет и проектирование кулачковых механизмов приборов, М., «Машиностроение», 1968, 104 с.
22. Левитский Н. И. Методы расчета кинематических схем кривошипнорычажных механизмов, М., Машгиз, 1951, 39 с.
23. Левитский Н. И. Проектирование плоских механизмов с низшими парами, М.—Л., изд-во АН СССР, 1950, 181 с.

24. Левитский Н. И. Синтез механизмов по Чебышеву, М.—Л., изд-во АН СССР, 1946, 168 с.
25. Литвин Ф. Л., Функция перемещения и передаточное число поводкового механизма, сборник. Анализ и синтез механизмов и теория передач, под ред. Левитского Н. И. М., Наука, 1965, 115 с.
26. Лихтенхельдт В. Синтез механизмов, М., Наука, 1964, 227 с.
27. Маликов Г. Ф., Шнейдерман А. Л., Шулеймович А. М., Расчеты упругих тензометрических элементов. М., «Машиностроение», 1964, 253 с.
28. Механика машин под ред. Артоболевского И. И., выпуск 13—14, М., Наука, 1968, 252 с.
29. Новодворский Е. П., Пинскер И. Ш. Точностной и конструктивный синтез шарнирных механизмов, Труды МАП СССР, 49, М., Оборонгиз, 1953, 58 с.
30. Попов Е. И. Определение силы тяжести на подвижном основании, М., Наука, 1967, 147 с.
31. Пронин Б. А., Ревков Г. А. Бесступенчатые клиноременные и фрикционные передачи, 2-е издание, М., «Машиностроение», 1967, 402 с.
32. Пронин Б. А. О скольжении в плоско и клиноременной передаче, «Вестник машиностроения», 1956, № 10.
33. Разумовский Н. Н. Трение в кернах при горизонтальном положении оси, «Измерительная техника», 1956, № 6.
34. Релаксационные явления в твердых телах под ред. Постникова В. С., Труды IV всесоюзной научной конференции, М., «Металлургия», 1968, 248 с.
35. Решетов Д. Н., Левина З. М. Расчет передач с гибкой связью, «Вестник машиностроения», 1952, № 12.
36. Светлицкий В. А. Передачи с гибкой связью, теория и расчет, М., «Машиностроение», 1967, 154 с.
37. Современные проблемы теории машин и механизмов, под ред. Левитского Н. И. М., Наука, 1965, 343 с.
38. Тихменов С. С. Элементы точных приборов, М., Оборонгиз, 1956, 360 с.
39. Трухачев Б. С., Удалов Н. П. Полупроводниковые тензопреобразователи, М., «Энергия», 1968, 207 с.
40. Фельтман П. Деформация и прочность материалов, М., «Металлургия», 1968, 317 с.
41. Фольмер И. Геометрический синтез направляющего механизма, сб. «Современные проблемы теории машин и механизмов», под ред. Левитского Н. И. и др. М., Наука, 1965, 343 с.
42. Фридлиндер Г. О., Селезнев В. П. Пилотажно-манометрические приборы, компасы и автоштурманы, М., Оборонгиз, 1953, 481 с.
43. Фролов Г. Н. Точность изготовления упругих элементов. М., «Машиностроение», 1966, 176 с.
44. Цепляев М. В. Передачи с гибкой связью. М., Оборонгиз, 1941, 207 с.
45. Черкудинов С. А. Синтез плоских шарнирно-рычажных механизмов, М., изд-во АН СССР, 1959, 322 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие . . . . .	3
<b>Глава I. Узлы и механизмы . . . . .</b>	<b>7</b>
1. Алгоритм синтезирования . . . . .	7
2. Узлы и детали . . . . .	13
3. Механизм и узлы. Три класса механизмов . . . . .	18
4. Передаточное отношение механизма . . . . .	25
5. Выходные воздействия и к. п. д. механизма . . . . .	27
6. Входные воздействия . . . . .	32
7. Идеальный и реальный, нагруженные и малонагруженные механизмы . . . . .	33
8. Назначение и классификация передаточных узлов . . . . .	36
<b>Глава II. Фрикционные передачи . . . . .</b>	<b>38</b>
9. Вводные сведения и характеристики . . . . .	38
10. Физико-технические основы работы передачи . . . . .	40
11. Силы прижатия . . . . .	47
12. Расчет радиусов элементов . . . . .	49
13. Материалы элементов . . . . .	52
14. Лобовые передачи с роликами . . . . .	55
15. Лобовые передачи с шариками . . . . .	58
16. Расчет узла с двумя шариками . . . . .	62
<b>Глава III. Передачи с гибкой связью . . . . .</b>	<b>66</b>
17. Общие сведения и характеристики . . . . .	66
18. Простейший передаточный узел и его геометрия . . . . .	69
19. Идеализации и ограничения . . . . .	71
20. Натяжения и режимы работы . . . . .	75
21. Напряжения материала связи . . . . .	79
22. Скорости связи и передаточное отношение узла . . . . .	84
23. Уравнения равновесия элемента связи на вращающемся шкиве . . . . .	86
24. Кривые скольжения и коэффициент трения . . . . .	90
25. Формулы сцепляемости . . . . .	97
26. Обеспечение сцепляемости и формулы Понселе . . . . .	100
27. Об ограничении скорости связи . . . . .	104
	325

28. Колебания элементов передачи . . . . .	106
29. Расчет узла со связью фрикционного сцепления . . . . .	116
30. Передачи пассиками . . . . .	122
31. Передачи металлическими лентами и канатиками . . . . .	125
32. Передачи шнурами, нитями и неметаллическими лентами . . . . .	128
33. Передачи гибкими валиками . . . . .	129
<i>Глава IV. Кулачковые узлы (механизмы) . . . . .</i>	<i>132</i>
34. Общие сведения и классификация . . . . .	132
35. Конструктивные формы наконечников толкателей . . . . .	135
36. Задача расчета, рабочие и нерабочие профили поверхностей кулачков . . . . .	138
37. Узел с остроконечным толкателем . . . . .	141
38. Узлы с другими наконечниками . . . . .	146
39. Силы и моменты плоской кулачковой пары . . . . .	149
40. Пример и техника расчета . . . . .	152
41. Операционные кулачковые узлы . . . . .	156
42. Коромысловые узлы . . . . .	158
43. Пространственно-функциональные узлы-коноиды . . . . .	162
44. Материалы и изготовление . . . . .	167
<i>Глава V. Рычажные узлы . . . . .</i>	<i>171</i>
45. Общие сведения и характеристики . . . . .	171
46. Передаточные отношения узлов . . . . .	174
47. Особенности передаточных отношений . . . . .	192
48. Простейшие узлы и число функционально-конструктивных параметров . . . . .	193
49. Сложные узлы и формула числа их параметров . . . . .	197
50. Классификация рычажных узлов . . . . .	198
51. О потребном и фактическом передаточном отношении цепи узлов . . . . .	199
52. Синтез цепи с одним рычажным узлом . . . . .	202
53. Возможные последовательности узлов в цепи преобразований . . . . .	205
54. Контроль по точности и отклонениям . . . . .	210
<i>Глава VI. Винтовые узлы . . . . .</i>	<i>215</i>
55. Общие сведения . . . . .	215
56. Конструктивные формы . . . . .	217
57. Резьбы и точности . . . . .	219
58. Материалы и покрытия . . . . .	220
59. Передаточное отношение, силы и моменты . . . . .	222
60. Расчет винтового узла . . . . .	225
<i>Глава VII. Упругие элементы . . . . .</i>	<i>231</i>
61. Классификация и основные свойства упругих элементов . . . . .	231
62. Материалы, применяемые для изготовления упругих элементов . . . . .	241
63. Основы расчета и проектирования пружин . . . . .	250

64. Влияние первичных погрешностей на упругую характеристику пружин . . . . .	257
65. Нелинейность и неточность упругой характеристики пружины . . . . .	265
66. Упругие элементы тензометрических датчиков . . . . .	280
<i>Глава VIII. Опоры</i> . . . . .	296
67. Классификация и основные требования к опорам . . . . .	296
68. Опоры скольжения . . . . .	299
69. Опоры с трением качения . . . . .	316
70. Упругие опоры . . . . .	320
Список литературы . . . . .	323

Евгений Андреевич Лариков  
Татьяна Ивановна Вилевская

## УЗЛЫ И ДЕТАЛИ МЕХАНИЗМОВ ПРИБОРОВ

Редактор издательства *Л. К. Тучкова*  
Технический редактор *Н. В. Тимофеевко*  
Корректор *Л. И. Шабашова*  
Переплет художника *Е. В. Бекетова*

---

Сдано в набор 11/IX 1973 г.  
Подписано к печати 25/XII 1973 г. Т-19184.  
Формат 60×90<sup>1/16</sup>. Бумага № 2  
Печ. л. 20,5. Уч.-изд. л. 21,25  
Тираж 20 000 экз. Зак. № 521 Цена 1 р. 17 к.

---

Издательство «Машиностроение»,  
107885, Москва, Б-78, 1-й Басманный пер., 3

---

Ленинградская типография № 6  
Союзполиграфпрома при Государственном  
комитете Совета Министров СССР  
по делам издательств, полиграфии  
и книжной торговли  
193144, Ленинград, С-144, ул. Моисеенко, 10

1 р. 17 к.

10827

44

18556



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»